

LES NOUVEAUX  
CAHIERS

# Maths

3<sup>e</sup> Prépa  
pro

## CORRIGÉ

Préparation au BREVET

1 chapitre sur l'algorithmique  
35 fiches d'activités détachables

D. Laurent

I. Baudet

L. Breitbach

L. Druel-Lefebvre

S. Hamon



**Je me connecte !**

Dans ce manuel, des ressources  
en accès direct pour tous.

[foucherconnect.fr/maths300](http://foucherconnect.fr/maths300)

#qcm  
#exo

  
FOUCHER



**LES NOUVEAUX  
CAHIERS**

# Maths

**3<sup>e</sup>** Prépa  
pro

**Préparation au BREVET**

**1 chapitre sur l'algorithmique  
35 fiches d'activités détachables**

**CORRIGÉ**

**D. Laurent  
I. Baudet  
L. Breithbach  
L. Druel-Lefebvre  
S. Hamon**

## Je me connecte !

Dans ce manuel, des ressources  
en accès direct pour tous.

[foucherconnect.fr/maths300](http://foucherconnect.fr/maths300)

#qcm  
#exo

Prolongez l'entraînement par des exercices interactifs  
en vous connectant sur [foucherconnect.fr/maths300](http://foucherconnect.fr/maths300).

### Crédits photographiques

P. 26 : © Léonie Lefebvre

P. 48 : © Foucher

Autres photos : © Matton images

**Conception de la maquette :** Katy Lhaïk

**Composition :** Grafatom

**Illustrations :** Alfonso Recio

**Relecture :** Sylvain Tane

ISBN 978-2-216-14536-2

Toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle, par quelque procédé que ce soit, des pages publiées dans le présent ouvrage, faite sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français d'exploitation du Droit de copie (20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris), est illicite et constitue une contrefaçon. Seules sont autorisées, d'une part, les reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, et d'autre part, les analyses et courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées (Loi du 1<sup>er</sup> juillet 1992 - art. 40 et 41 et Code pénal - art. 425).

© Foucher, une marque des Éditions Hatier – Paris, 2017

# Sommaire

## Chapitre 0 > Algorithmique et programmation

<b>Fiche 1</b>	Algorithme et programme		5
<b>Fiche 2</b>	Variables et boucles simples		7
<b>Fiche 3</b>	Instructions conditionnelles		9
<b>Je m'entraîne</b>			11
<b>Je vais plus loin</b>			13

## Chapitre 1 > Nombres entiers et fractions

<b>Fiche 4</b>	Multiples et diviseurs d'un nombre entier		15
<b>Fiche 5</b>	Nombres premiers		17
<b>Fiche 6</b>	Simplification d'une fraction		19
<b>Fiche 7</b>	Plus grand diviseur commun	 	21
<b>Je m'entraîne</b>			23
<b>Je vais plus loin</b>			25
<b>Je me teste vers le brevet</b>			29

## Chapitre 2 > Puissances – Racines carrées

<b>Fiche 8</b>	Puissances		31
<b>Fiche 9</b>	Préfixes et notation scientifique		33
<b>Fiche 10</b>	Carrés parfaits – Racines carrées		35
<b>Je m'entraîne</b>			37
<b>Je vais plus loin</b>			39
<b>Je me teste vers le brevet</b>			43

## Chapitre 3 > Calcul littéral

<b>Fiche 11</b>	Valeur numérique d'une expression littérale		45
<b>Fiche 12</b>	Développement et factorisation		47
<b>Je m'entraîne</b>			49
<b>Je vais plus loin</b>			51
<b>Je me teste vers le brevet</b>			55



## Chapitre 4 > Équations et inéquations à une inconnue

<b>Fiche 13</b>	Équations à une inconnue		57
<b>Fiche 14</b>	Inéquations à une inconnue		59
<b>Je m'entraîne</b>			61
<b>Je vais plus loin</b>			65
<b>Je me teste vers le brevet</b>			69

## Chapitre 5 > Fonction linéaire – Fonction affine

<b>Fiche 15</b>	Notion de fonction		71
<b>Fiche 16</b>	Fonction linéaire		73
<b>Fiche 17</b>	Fonction affine		75
<b>Fiche 18</b>	Fonctions linéaires et fonctions affines	 	77
<b>Je m'entraîne</b>			79
<b>Je vais plus loin</b>			81
<b>Je me teste vers le brevet</b>			85



## Chapitre 6 > Statistiques

<b>Fiche 19</b>	Graphiques statistiques		87
<b>Fiche 20</b>	Moyenne et médiane		89
<b>Fiche 21</b>	Indicateurs et graphiques statistiques	 	91
<b>Je m'entraîne</b>			93
<b>Je vais plus loin</b>			95
<b>Je me teste vers le brevet</b>			99


## Chapitre 7 > Probabilités

<b>Fiche 22</b> Probabilités dans des situations simples .....	101
<b>Fiche 23</b> Calculs de probabilités .....	103
<b>Fiche 24</b> Lien entre probabilité et fréquence   .....	105
<b>Je m'entraîne</b> .....	107
<b>Je vais plus loin</b> .....	109
<b>Je me teste vers le brevet</b> .....	113


## Chapitre 8 > Calculs de mesures de longueurs

<b>Fiche 25</b> Théorème de Pythagore et réciproque .....	115
<b>Fiche 26</b> Théorème de Thalès  .....	117
<b>Fiche 27</b> Réciproque du théorème de Thalès  .....	119
<b>Je m'entraîne</b> .....	121
<b>Je vais plus loin</b> .....	123
<b>Je me teste vers le brevet</b> .....	127


## Chapitre 9 > Trigonométrie dans le triangle rectangle

<b>Fiche 28</b> Rapports trigonométriques dans le triangle rectangle  .....	129
<b>Fiche 29</b> Calculs d'angles et de longueurs dans un triangle rectangle .....	131
<b>Je m'entraîne</b> .....	133
<b>Je vais plus loin</b> .....	137
<b>Je me teste vers le brevet</b> .....	141

## Chapitre 10 > Triangles égaux – Triangles semblables

<b>Fiche 30</b> Triangles égaux .....	143
<b>Fiche 31</b> Triangles semblables – Homothétie .....	145
<b>Fiche 32</b> Agrandissement et réduction de figures  .....	147
<b>Je m'entraîne</b> .....	149
<b>Je vais plus loin</b> .....	151
<b>Je me teste vers le brevet</b> .....	155

## Chapitre 11 > Dans l'espace

<b>Fiche 33</b> Volumes de solides usuels .....	157
<b>Fiche 34</b> Calculs de mesures dans l'espace .....	159
<b>Fiche 35</b> Agrandissement et réduction de solides  .....	161
<b>Je m'entraîne</b> .....	163
<b>Je vais plus loin</b> .....	165
<b>Je me teste vers le brevet</b> .....	169

<b>Sujet de brevet blanc 1</b> .....	171
<b>Sujet de brevet blanc 2</b> .....	177

## Fiches Méthode

<b>Méthode 1</b> Convertir des unités d'aire .....	183
<b>Méthode 2</b> Convertir des unités de volume et de capacité .....	184
<b>Méthode 3</b> Calculer une quatrième proportionnelle .....	185
<b>Méthode 4</b> Construire le symétrique d'une figure .....	186
<b>Méthode 5</b> Construire l'image d'une figure par translation .....	187
<b>Méthode 6</b> Construire l'image d'une figure par rotation .....	188

## Fiches Logiciels

Utilisation du logiciel GeoGebra .....	189
Utilisation du tableur-grapheur Excel .....	191

# Algorithme et programme



Scratch

## ACTIVITÉ 1 Découvrir un algorithme

Pour faire un gâteau, Louane verse de la farine à l'aide d'une cuillère qui sert de mesure dans un récipient vide. La masse de farine contenue dans une mesure est 15 g. Le récipient vide pèse 230 g.

**But de l'activité :** écrire les différentes étapes qui permettent de calculer la masse totale du récipient selon le nombre de mesures de farine versées.



**a** Calculez, en grammes, la masse totale du récipient lorsque Louane verse 8 mesures de farine.

Masse totale du récipient pour 8 mesures de farine :  $230 + 15 \times 8 = 350$  grammes.

**b** On peut partager le calcul de la masse totale en quatre étapes ou instructions dont l'ordre a été mélangé dans la colonne de gauche. **Recopiez** ces instructions dans la colonne du milieu en les remettant dans l'ordre.

Liste des instructions à ordonner	Liste ordonnée des instructions	
Multiplier $n$ par 15.	1. Choisir le nombre $n$ ..... .....de mesures de farine.....	→ Entrée des données.....
Choisir le nombre $n$ de mesures de farine.	2. Multiplier $n$ par 15.....	→ Traitement des données.....
Donner la masse totale.	3. Ajouter 230 et le produit..... ..... $15 \times n$ .....	→ Traitement des données.....
Ajouter 230 et le produit $15 \times n$ .	4. Donner la masse totale.....	→ Affichage du résultat.....

La liste que vous obtenez s'appelle un **algorithme**. Celui-ci est composé de trois parties : **entrée des données**, **traitement des données**, **affichage du résultat**.

**c** Dans la partie droite du tableau ci-dessus, **indiquez** en face de chaque instruction le nom de la partie de l'algorithme dans laquelle elle se trouve.

## Je fais LE POINT

- Un **algorithme** est une liste ordonnée d'instructions simples. Le résultat, si l'on suit rigoureusement les instructions, est la réalisation souhaitée (solution d'un problème, construction d'une figure...).
- On peut utiliser le langage courant pour écrire un algorithme.
- Dans la partie **entrée des données** d'un algorithme, on définit les grandeurs utilisées.
- Dans la partie **traitement des données**, on utilise les données. Cette partie contient souvent plusieurs instructions. Dans la partie **affichage du résultat**, on donne le résultat cherché.

### Exemple

Une recette de cuisine est un algorithme qui permet de réaliser un plat.

## ACTIVITÉ 2



## Faire le lien entre algorithme et programme

Cette activité est la suite de l'activité 1.



→ Ouvrez le fichier algo\_farine.sb2.

L'affichage obtenu dans la fenêtre de droite est un programme, appelé aussi **script**, écrit avec le logiciel Scratch. Ce programme permet de calculer la masse totale du récipient selon le nombre de mesures de farine versées. Le script affiché est composé de **blocs** de différentes couleurs. Ces blocs sont des ordres donnés au « **lutin** » activé (personne, animal, objet...).

**But de l'activité :** retrouver dans le programme écrit avec Scratch les différentes parties de l'algorithme de l'activité 1.

**a** Exécutez le programme pour  $n = 5$  : cliquez sur le drapeau vert pour démarrer. Le programme s'exécute dans la fenêtre de gauche appelée **scène**. Saisissez la valeur de  $n$  lorsque le programme vous le demande. Relevez le résultat qui s'affiche.

La masse totale pour 5 mesures de farine est : **305 grammes**.

**b** Dites ce que fait le programme lorsqu'il exécute le bloc .

La variable  $n$  prend la valeur donnée à la ligne précédente du script.

**c** Dites ce que fait le programme lorsqu'il exécute le bloc .

La variable Masse de farine prend la valeur du résultat de la multiplication de 15 par la valeur de  $n$ .

**d** Complétez les pointillés à l'aide des lettres A, B, C, D, E.

• La partie « entrée des données » de l'algorithme correspond

au(x) bloc(s) **A et B**

• La partie « traitement des données » correspond au(x)

bloc(s) **C et D**

• La partie « affichage du résultat » de l'algorithme

correspond au(x) bloc(s) **E**



## Je fais LE POINT

• Un **programme** est la traduction des étapes d'un algorithme dans un langage compréhensible par une machine : ordinateur, calculatrice... Scratch est un langage de programmation parmi d'autres.

*Exemple*

On veut calculer le périmètre  $P$  et l'aire  $A$  d'un carré de côté  $c$ .

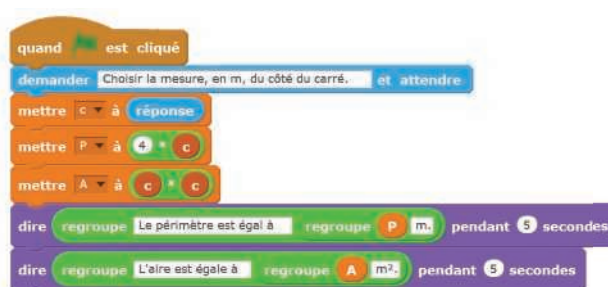
### Algorithme

Choisir la longueur  $c$  du côté.  
Calculer  $4 \times c$ , appeler  $P$  le résultat.

Calculer  $c \times c$ , appeler  $A$  le résultat.

Donner la valeur de  $P$  et la valeur de  $A$ .

### Programme Scratch



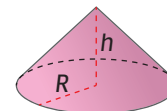
# Variables et boucles simples



## ACTIVITÉ 1 Définir et utiliser une variable dans Scratch

Le volume  $V$  d'un cône de révolution de rayon de base  $R$  et de hauteur  $h$  est donné par la formule  $V = \frac{1}{3} \times \pi R^2 \times h$ .

La copie d'écran ci-contre est celle d'un programme Scratch qui permet de calculer le volume  $V$  d'un cône lorsqu'on connaît son rayon  $R$  et sa hauteur  $h$ .



 **But de l'activité :** écrire ce programme à l'aide du logiciel Scratch.



→ Ouvrez le logiciel Scratch.



**a** Cochez les grandeurs qui varient dans le programme à écrire :

☒  $V$     ☐  $\frac{1}{3}$     ☐  $\pi$     ☒  $R$     ☒  $h$

Ces grandeurs sont appelées **variables**. Pour que le programme fonctionne, il faut créer ces variables avant d'écrire le programme.

**b** Pour cela, dans l'onglet  de Scratch, **cliquez** sur , puis sur .

Dans le champ , saisissez  $R$  (ou rayon) et **validez**.

**Faites** de même pour les autres variables.

**c** **Écrivez** le programme en suivant le modèle donné sur la copie d'écran.

Pour le corrigé, voir fichier **algo\_cone\_C.sb2**.

**d** **Exécutez** votre programme en prenant par exemple  $R = 7$  cm et  $h = 6$  cm.

**Arrondissez** au  $\text{cm}^3$  le volume affiché par le programme : **308**.....  $\text{cm}^3$ .



La couleur des blocs vous aide à trouver dans quelle catégorie ils sont rangés.

## Je fais LE POINT

● Dans un programme, une **variable** sert à stocker une valeur qui peut varier. Les variables sont créées avant l'écriture du programme.

Une variable peut être nommée à l'aide d'une lettre, d'un mot ou d'un groupe de mots.

*Exemples*

Le bloc  permet de donner une valeur à une variable. Ici, la variable  $n$  prend la valeur 2.

Le bloc  permet d'ajouter une valeur à une variable. Ici, on ajoute 6 à la variable côté.

## ACTIVITÉ 2



## Utiliser une boucle dans un programme



→ Ouvrez le fichier `algo_carre.sb2`.



**But de l'activité :** dessiner un carré à l'aide d'un script plus court que celui proposé en utilisant l'instruction

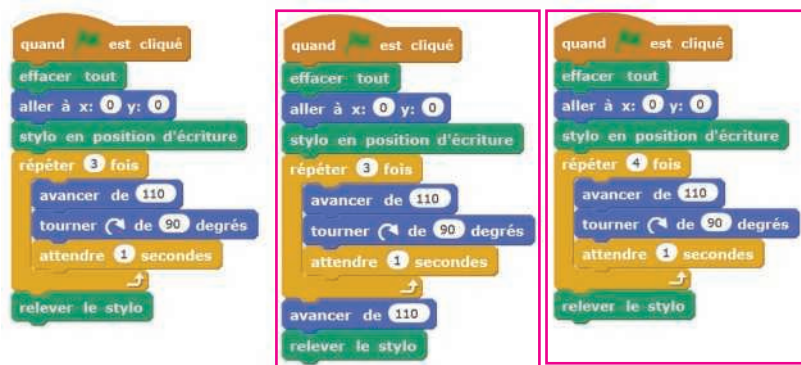
répéter  fois .

- Exécutez** le programme proposé. La figure dessinée est un carré.
- Indiquez** les instructions du script qui permettent d'obtenir 4 côtés égaux et 4 angles droits.  
Ce sont les instructions « avancer de 110 », « tourner à droite de 90 degrés ».
- Listez** les instructions qui sont répétées plusieurs fois dans le script.  
Ce sont les mêmes qu'à la question b, ainsi que l'instruction « attendre 1 seconde ».
- L'instruction **répéter**  fois évite cette redite. **Entourez** le ou les scripts qui permettent de dessiner un carré.

①

②

③



- Dites** pourquoi le ou les scripts que vous n'avez pas choisis ne dessinent pas un carré.  
Avec le script ①, la figure obtenue n'est pas fermée car les instructions ne sont répétées que 3 fois.  
Dans le script ②, on a en plus l'instruction « avancer de 110 » qui permet de fermer le carré.
- Écrivez** le ou les programmes correspondant au(x) script(s) choisi(s) à la question d. **Vérifiez** que la figure obtenue est bien celle attendue.  
Pour le corrigé, voir fichiers `algo_carre_C1.sb2` et `algo_carre_C2.sb2`.

### Je fais LE POINT

● Une **boucle** est une technique permettant de répéter une série d'instructions un nombre connu de fois. L'ordinateur lit les instructions de haut en bas ; puis, une fois arrivé à la fin de la boucle, il repart à la première instruction de la boucle ; il recommence autant de fois qu'indiqué dans l'instruction « répéter ».

Exemple

Algorithme permettant de calculer successivement  $12^3$ ,  $13^3$ ,  $14^3$  et  $15^3$ .

```
Variables n, cube
n prend la valeur 11
Répéter 4 fois
    n prend la valeur n + 1
    cube prend la valeur n*n*n } boucle
Afficher cube
```

# Instructions conditionnelles



## ACTIVITÉ 1 Utiliser l'instruction

si alors

On simule le lancer d'un dé à 6 faces à l'aide d'un programme Scratch.

**But de l'activité :** compter le nombre de 6 obtenus au cours de plusieurs lancers de dé.



→ Ouvrez le fichier algo\_de.sb2.

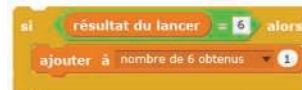
**a** Indiquez le nombre et le nom des variables utilisées par le programme.

Il y a 3 variables : nombre de lancers, résultat du lancer, nombre de 6 obtenus.

**b** Un « nombre aléatoire entre 1 et 6 » est un nombre entier choisi au hasard par l'ordinateur et compris entre 1 et 6. Pourquoi, dans cette activité, ce nombre entier doit-il nécessairement être compris entre 1 et 6 ?

Le dé utilisé a 6 faces, numérotées de 1 à 6. Le lancer doit donner un de ces 6 nombres.

**c** Expliquez ce que fait le programme lorsqu'il exécute le bloc



La variable « nombre de 6 obtenus » augmente de 1.

**d** Exécutez le programme quatre fois. Relevez vos résultats dans le tableau suivant.

Complétez ensuite la ligne des fréquences. *Ce ne sont que des exemples.*

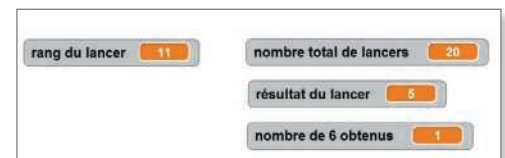
Nombre de lancers	20	12	29	23
Nombre de 6 obtenus	2	2	4	5
Fréquence d'obtention du 6	0.10	0.17	0.14	0.22



Fréquence =  
$$\frac{\text{nombre de 6 obtenus}}{\text{nombre de lancers}}$$

**e** Modifiez le programme précédent pour obtenir le rang du lancer dont on donne le résultat.

Le rang du lancer est son numéro d'ordre : dans l'exemple affiché, on demande 20 lancers et le résultat du 11<sup>e</sup> lancer est un 5.



Pour le corrigé, voir fichier algo\_de\_C.sb2.

## Je fais LE POINT

- L'instruction « Si Alors » permet de tester une condition.
- Si la condition est vérifiée, alors la ou les instructions associées sont exécutées. Si la condition n'est pas vérifiée, aucune des instructions associées n'est exécutée.

### Exemple

Algorithme donnant des indications pour s'habiller selon la température extérieure.

```
Variable Température
Saisir Température
Si Température < 3
Alors afficher « Il faut mettre des gants. »
```

L'instruction qui s'exécute si la température est inférieure à 3° est l'affichage de la phrase « Il faut mettre des gants. »

## ACTIVITÉ 2 Utiliser l'instruction



Camille fréquente une salle de sport qui propose les tarifs suivants : un forfait de 50 € par mois pour un nombre d'heures de sport inférieur ou égal à 10. Au-delà, chaque heure de sport supplémentaire sera facturée 8 €. Camille ne veut pas que sa facture dépasse 85 € par mois.

**But de l'activité :** déterminer, à l'aide d'un programme Scratch, le nombre mensuel maximal d'heures de sport que peut faire Camille sans dépasser son budget.

**a** Vérifiez que le coût pour 12 heures de sport est 66 €.

$50 + 8 \times 2 = 66$ . Le coût pour 12 heures de sport est 66 €.

**b** Camille hésite entre deux algorithmes pour calculer le coût  $C$  selon le nombre d'heures  $h$ .

Algorithme ①

```
Variables  $h$  (nombre entier),  $C$ 
Saisir  $h$ 
Si  $h < 10$  ou  $h = 10$ 
Alors  $C$  prend la valeur 50
Sinon  $C$  prend la valeur  $50 + 8h$ 
Afficher  $C$ 
```

Algorithme ②

```
Variables  $h$  (nombre entier),  $C$ 
Saisir  $h$ 
Si  $h < 10$  ou  $h = 10$ 
Alors  $C$  prend la valeur 50
Sinon  $C$  prend la valeur  $50 + 8(h - 10)$ 
Afficher  $C$ 
```

Quel algorithme est exact ? L'algorithme exact est l'algorithme ②.

**c**  Créez un fichier Scratch et écrivez le programme correspondant à l'algorithme choisi.

Pour le corrigé, voir fichier **algo\_sport\_C.sb2**.

**d** Indiquez le coût donné par le programme pour 12 heures de cours. Comparez avec la réponse a.

Le coût donné par le logiciel est le même que celui calculé à la question a : 66 €.

**e** Ce programme permet-il d'atteindre le but de l'activité ? Non. Justifiez.

Ce programme n'indique pas quand la somme de 85 € est dépassée. Il faut faire plusieurs essais.

**f**  → Ouvrez le fichier **algo\_sport.sb2**.

Donnez la principale instruction qui a été ajoutée au programme précédent.

On a ajouté l'instruction « Répéter jusqu'à  $C > 85$  ».

**g** Exécutez le programme et donnez le nombre mensuel maximal d'heures de sport que peut faire Camille sans dépasser son budget. Le nombre d'heures cherché est 14.

### Je fais LE POINT

- La structure « Si Alors » peut être complétée par l'instruction « Sinon ». Elle devient « **Si Alors Sinon** ». Si la condition est vérifiée, les instructions associées à « Alors » sont exécutées. Si la condition n'est pas vérifiée, les instructions associées à « Sinon » sont exécutées.

Exemple Algorithme utilisant l'instruction « Si Alors Sinon » pour afficher le plus petit de deux nombres

```
Variables  $x$ ,  $y$  (nombres)
Saisir  $x$ , saisir  $y$ 
Si  $x < y$ 
Alors afficher  $x$ 
Sinon afficher  $y$ 
```

## Je m'entraîne



QCM

# qcm

Un autre QCM en ligne

foucherconnect.fr/maths301

Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. Un algorithme est écrit en langage :

☐ Scratch

☒ courant

☐ Algo

b. Dans un algorithme, les instructions «  $x$  prend la valeur  $3 \times x$  » et «  $i$  prend la valeur  $i + 1$  » correspondent :

☐ à l'entrée des données

☒ au traitement des données

☐ à la sortie des résultats

c. Une variable sert à :

☐ tester une condition

☐ répéter une instruction

☒ stocker une valeur

d. Voici un programme écrit avec Scratch :



À la fin du programme, la variable  $R$  prend la valeur :

☐ 6

☐ 7

☒ 21

## Vrai - Faux

Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations et justifiez votre choix.

a. On veut écrire un programme utilisant des variables.

**Affirmation:** les variables doivent être déclarées avant l'écriture du programme. ☒ Vrai ☐ Faux

Si les variables ne sont pas déclarées, elles n'existent pas. On ne peut donc pas les utiliser dans le programme.

b. Voici un algorithme : saisir  $n$  ;  $n$  prend la valeur  $3n$  ;  $n$  prend la valeur  $n + 2$  ; afficher  $n$ .

**Affirmation:** si on prend 4 pour valeur de  $n$ , le résultat affiché est 18. ☐ Vrai ☒ Faux

Si  $n = 4$ , alors  $3n = 3 \times 4 = 12$  et si on ajoute 2 à ce résultat, on obtient 14 et non 18.

c. Voici un programme écrit avec Scratch :



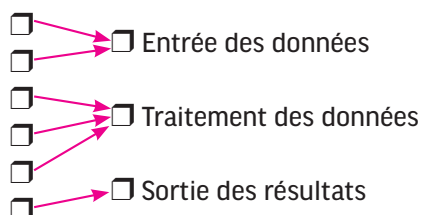
**Affirmation:** à la fin du programme, la variable « masse » prend la valeur 480. ☐ Vrai ☒ Faux

À la fin, la variable « masse » prend la valeur 1 920 et non 480 car  $120 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1\,920$ .

## Exercice 1

On considère l'algorithme de calcul ci-dessous :

Variables  $x, y, z$   
 Saisir  $x$ , saisir  $y$   
 $x$  prend la valeur  $x - 5$   
 $y$  prend la valeur  $7 - y$   
 $z$  prend la valeur  $x + y$   
 Afficher  $z$



**a Associez** par une flèche chaque instruction à la partie de l'algorithme dans laquelle elle se trouve.

**b Calculez** la valeur de  $z$  lorsque  $x$  prend la valeur 1 et  $y$  la valeur - 2.  $(1 - 5) + (7 - (-2)) = -4 + 9 = 5$

## Exercice 2



Lola lance une pièce de monnaie. Elle tombe soit sur Pile, soit sur Face.

Voici un algorithme qui permet de simuler ce jeu :

Variable  $R$  (résultat du lancer)  
 $R$  prend de façon aléatoire les valeurs 0 ou 1  
 Si  $R = 1$   
 Alors Dire Pile  
 Sinon Dire Face

Pour le corrigé, voir fichier **algo\_exo2\_C.sb2**.

Écrivez le programme correspondant avec le logiciel Scratch et testez-le.

## Exercice 3



**a** → Ouvrez le fichier **algo\_exo3.sb2**.

Exécutez le programme qui s'affiche.

Donnez la nature du triangle obtenu. Justifiez la réponse.

On obtient un triangle équilatéral. Les instructions « avancer de 150 » et « tourner de 120 degrés » sont répétées 3 fois.

**b Modifiez** le programme de la question **a** pour le raccourcir en utilisant l'instruction . Il faut obtenir la même figure que précédemment. Pour le corrigé, voir fichier **algo\_exo3\_C.sb2**.

## Exercice 4



**a** → Ouvrez le fichier **algo\_exo4.sb2**.

Ce programme permet de vérifier le résultat du produit de deux nombres entiers.

Exécutez ce programme 3 ou 4 fois.

**b Écrivez** un algorithme correspondant à ce programme.

Variables  $x$  (1<sup>er</sup> nombre),  $y$  (2<sup>e</sup> nombre),  $R$  (votre réponse)  
 Choisir  $x$ , choisir  $y$   
 Donner une valeur  $R$  pour  $x \times y$ .  
 Si  $R$  est exact, alors dire « Bravo ».  
 Sinon, dire « Erreur » et donner le résultat exact.



Différentes écritures de l'algorithme sont possibles. Le nombre de lignes peut varier d'une écriture à l'autre.

## Je vais plus loin



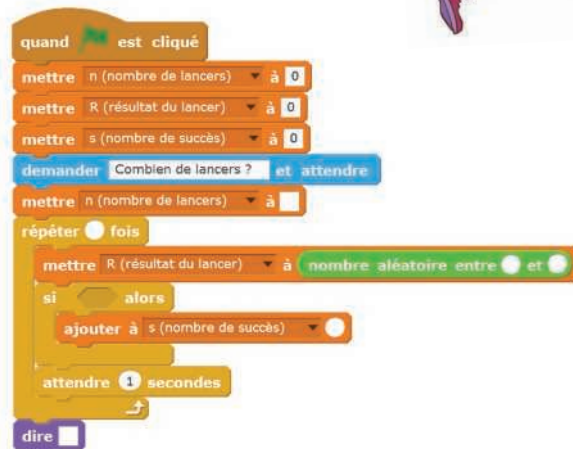
## Exercice 5



Émilie lance une pièce de monnaie plusieurs fois. Elle considère qu'elle gagne si la pièce tombe sur Pile. Autrement dit, si la pièce tombe sur Pile, le lancer est un succès. Voici un programme Scratch incomplet de ce jeu. Ce programme doit afficher à la fin le nombre de Pile obtenu au cours des différents lancers.

a) Combien de variables faut-il déclarer ? **3**

Lesquelles ? **Le nombre de lancers, le résultat du lancer, le nombre de succès.**



b) Créez ce programme avec le logiciel Scratch en complétant les espaces vides.

Pour le corrigé, voir fichier **algo\_exo5\_C.sb2**.

## Exercice 6



Hugo lance une pièce de monnaie plusieurs fois. Il considère qu'il gagne si la pièce tombe sur Pile. Il souhaite arrêter de lancer la pièce après avoir obtenu 10 succès.

Modifiez le programme de l'exercice 5 pour que les lancers s'arrêtent après 10 succès.

Pour le corrigé, voir fichier **algo\_exo6\_C.sb2**.

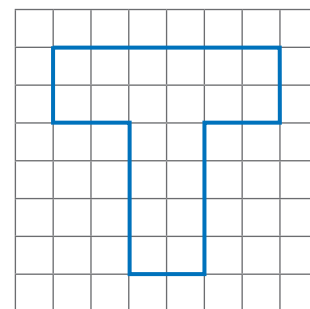
## Exercice 7



Écrivez un programme qui permette de dessiner la figure ci-contre.

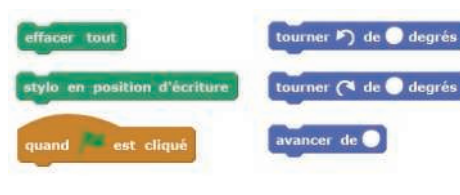


Seule la lettre T est à dessiner, pas le quadrillage.



Pour vous aider, on vous donne les blocs à utiliser, plusieurs fois pour certains.

Pour le corrigé, voir fichier **algo\_exo7\_C.sb2**.



N'oubliez pas d'exécuter votre programme une fois qu'il est créé afin de vérifier que le tracé est bien celui attendu.

## Exercice 8

SCRATCH

Voici quelques-uns des ingrédients nécessaires pour fabriquer 30 madeleines : 180 g de beurre, 210 g de farine, 150 g de sucre.

Il y a proportionnalité entre le nombre de madeleines et les masses d'ingrédients nécessaires.

**a** Complétez l'algorithme suivant qui permet de calculer les quantités de produits nécessaires lorsqu'on connaît le nombre de madeleines à fabriquer.



Variables  $b$  (beurre),  $f$  (farine),  $s$  (sucre),  $n$  (nombre de madeleines)

Saisir  $n$

La variable  $b$  prend la valeur  $180 \times n \div 30$

La variable  $f$  prend la valeur  $210 \times n \div 30$

La variable  $s$  prend la valeur  $150 \times n \div 30$

Afficher  $b, f, s$

Dans un atelier de fabrication industrielle, on veut connaître les quantités, en grammes, de beurre, farine, sucre nécessaires à la fabrication des nombres de madeleines suivants : 1 200, 1 500, puis 5 400.

**b** Créez le programme Scratch qui permet de répondre à cette demande. Vous pouvez vous aider de l'algorithme de la question a.

Pour le corrigé, voir fichier `algo_exo8_C.sb2`.

**c** Complétez le tableau suivant à l'aide des résultats obtenus.

Nombre de madeleines	Masse de beurre (en g)	Masse de farine (en g)	Masse de sucre (en g)
1 200	7 200	8 400	6 000
1 500	9 000	10 500	7 500
5 400	32 400	37 800	27 000

## Exercice 9

SCRATCH

Xavier lance un dé à 6 faces. S'il obtient 1 ou 2, il perd 5 €. S'il obtient 3 ou 4, il perd 1 €. S'il obtient 5 ou 6, il gagne 10 €.

Xavier décide de lancer le dé 100 fois.

**a** Écrivez un programme avec Scratch qui affiche comme résultat final la somme perdue ou gagnée par Xavier au bout de 100 lancers. Pour le corrigé, voir fichier `algo_exo9_C.sb2`.

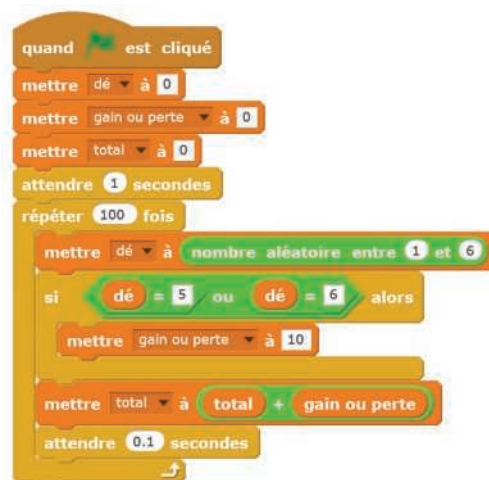
Pour vous aider, voici un début de programme possible.

**b** Exécutez ce programme 3 ou 4 fois et notez les résultats obtenus.

Par exemple, 188 ; 210 ; 153.

**c** Le résultat final est-il toujours le même ? Pourquoi ?

Le résultat final n'est pas toujours le même puisqu'il dépend de nombres aléatoires.



# Multiples et diviseurs d'un nombre entier

## Question FLASH

→ **Cochez** les réponses exactes :

• Parmi les nombres suivants, les nombres entiers positifs sont :

☒ 21    ☐ 3,14    ☒ 7    ☐ -13    ☐ 5,7.

• 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 sont tous des multiples de : ☒ 2    ☐ 3    ☐ 5.

• 2 ; 4 ; 6 ; 8 sont tous des diviseurs de : ☒ 24    ☐ 32    ☒ 48.

## ACTIVITÉ 1 Donner les diviseurs d'un nombre entier

36 élèves d'un collège organisent une sortie de fin d'année. Pour financer cette sortie, ils confectionnent des gâteaux qu'ils voudraient vendre par équipe.

Tous les élèves doivent participer et chaque équipe doit compter le même nombre d'élèves. Les élèves souhaitent créer le plus d'équipes possible.

**But de l'activité :** déterminer le nombre maximal d'équipes qu'il est possible de constituer et le nombre d'élèves par équipe.



**a Expliquez** s'il est possible de constituer 4 équipes.

$\frac{36}{4} = 9$  Il est possible de constituer 4 équipes de 9 élèves.

**b Expliquez** s'il est possible de constituer 7 équipes.

$\frac{36}{7} \approx 5,14$  Il n'est pas possible de constituer 7 équipes.

**c Cochez** la bonne réponse :

• 4 est un diviseur de 36 : ☒ oui    ☐ non

• 7 est un diviseur de 36 : ☐ oui    ☒ non

**d Complétez** la liste des diviseurs de 36 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36.

**e Déduisez-en** tous les nombres possibles d'équipes que l'on peut former en précisant, dans chaque cas, le nombre d'élèves par équipe.

On peut réaliser 2 équipes de 18 élèves, 3 équipes de 12, 4 équipes de 9, 9 équipes de 4, 12 équipes de 3 et 18 équipes de 2.

**f Indiquez** le nombre maximal d'équipes qu'il est possible de constituer et le nombre d'élèves par équipe.

Il est possible de constituer un maximum de 18 équipes de 2 élèves.

## Je fais LE POINT

On considère trois nombres entiers strictement positifs  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que  $a = b \times c$ .

• On dit que  $b$  et  $c$  sont des **diviseurs** de  $a$ .

• On dit que  $a$  est un **multiple** de  $b$  et que  $a$  est un multiple de  $c$ .

*Exemple*

$12 = 4 \times 3$

4 et 3 sont des **diviseurs** de 12.

12 est un **multiple** de 3 et de 4.

## ACTIVITÉ 2 Déterminer le plus grand diviseur commun de deux nombres entiers

24 filles et 30 garçons des classes de 3<sup>e</sup> organisent une kermesse dans laquelle plusieurs stands seront tenus : jeu de fléchettes, chamboule-tout, chaises musicales...

Ils doivent tous participer en constituant un maximum d'équipes. La répartition filles-garçons est la même dans toutes les équipes.

**But de l'activité :** déterminer le nombre maximal d'équipes qu'il est possible de constituer et la composition de chaque équipe.



**a Expliquez** s'il est possible de constituer 3 équipes.

$\frac{24}{3} = 8$  ;  $\frac{30}{3} = 10$  Il est possible de constituer 3 équipes de 8 filles et 10 garçons chacune.

**b Expliquez** s'il est possible de constituer 5 équipes.

$\frac{24}{5} = 4,8$  ;  $\frac{30}{5} = 6$  Il n'est pas possible de constituer 5 équipes car 24 n'est pas multiple de 5.

**c Complétez :**

• Les diviseurs de 24 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24.

• Les diviseurs de 30 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30.

**d Donnez** la liste des diviseurs communs aux nombres 24 et 30.

Les diviseurs communs à 24 et 30 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6.

**e Déduez-en** tous les nombres possibles d'équipes que l'on peut constituer.

Il est possible de constituer 2, 3 ou 6 équipes.

**f Donnez** le nombre maximal d'équipes qu'il est possible de faire et la composition de chaque équipe.

$\frac{24}{6} = 4$  ;  $\frac{30}{6} = 5$  Au maximum, il est possible de constituer 6 équipes de 4 filles et de 5 garçons.

### Je fais LE POINT

- Un **diviseur commun** à deux nombres entiers est un nombre entier diviseur de chacun des nombres.

*Exemple*

Les diviseurs de 42 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 14 ; 21 ; 42.

Les diviseurs de 28 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 14 ; 28.

Les **diviseurs communs** à 28 et 42 sont 1 ; 2 ; 7 et 14.

Le plus grand diviseur commun de 28 et 42 est 14.

# Nombres premiers

## Question FLASH

→ Parmi la liste des nombres ci-dessous, **entourez** les nombres divisibles par 3 et **soulignez** les nombres divisibles par 5 :

13    15    33    36    39    42    45    87    100    111    184    192

## ACTIVITÉ 1 Découvrir les nombres premiers

Un nombre premier est un nombre qui n'admet que deux diviseurs : 1 et lui-même.

On désigne sous le nom de « crible d'Ératosthène » (276-194 avant J.-C.) une méthode de recherche simple des nombres premiers.

 **But de l'activité :** déterminer combien il existe de nombres premiers compris entre 1 et 100.

<del>1</del>	2	3	<del>4</del>	5	<del>6</del>	7	<del>8</del>	<del>9</del>	<del>10</del>
11	<del>12</del>	13	<del>14</del>	<del>15</del>	<del>16</del>	17	<del>18</del>	19	<del>20</del>
<del>21</del>	<del>22</del>	23	<del>24</del>	<del>25</del>	<del>26</del>	<del>27</del>	<del>28</del>	29	<del>30</del>
31	<del>32</del>	<del>33</del>	<del>34</del>	<del>35</del>	<del>36</del>	37	<del>38</del>	<del>39</del>	<del>40</del>
41	<del>42</del>	43	<del>44</del>	<del>45</del>	<del>46</del>	47	<del>48</del>	<del>49</del>	<del>50</del>
<del>51</del>	<del>52</del>	53	<del>54</del>	<del>55</del>	<del>56</del>	<del>57</del>	<del>58</del>	59	<del>60</del>
61	<del>62</del>	<del>63</del>	<del>64</del>	<del>65</del>	<del>66</del>	67	<del>68</del>	<del>69</del>	<del>70</del>
71	<del>72</del>	73	<del>74</del>	<del>75</del>	<del>76</del>	<del>77</del>	<del>78</del>	79	<del>80</del>
<del>81</del>	<del>82</del>	83	<del>84</del>	<del>85</del>	<del>86</del>	<del>87</del>	<del>88</del>	89	<del>90</del>
<del>91</del>	<del>92</del>	<del>93</del>	<del>94</del>	<del>95</del>	<del>96</del>	97	<del>98</del>	<del>99</del>	<del>100</del>

**a** Dans le tableau ci-contre :

- **Barrez** le chiffre 1.
- **Barrez** tous les multiples de 2, sauf 2.
- **Barrez** tous les multiples de 3, sauf 3.
- **Barrez** tous les multiples de 5, sauf 5.
- **Barrez** tous les multiples de 7, sauf 7.



Les nombres non barrés sont des **nombres premiers**.

**b** Relevez tous les nombres qui n'ont pas été barrés.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.

**c** Combien avez-vous trouvé de nombres premiers compris entre 0 et 100 ?

25

**d** Ce nombre est un multiple de 5. Cela correspond-il à votre réponse ?

Oui.

**e** Combien y a-t-il de nombres premiers compris entre 100 et 104 ?

Il y a deux nombres premiers compris entre 100 et 104 : 101 et 103.

## Je fais LE POINT

- Un **nombre est premier** s'il admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

*Exemple*

5 est un nombre premier car ses diviseurs sont 1 et 5.

8 n'est pas un nombre premier car il admet 4 diviseurs : 1 ; 2 ; 4 et 8.

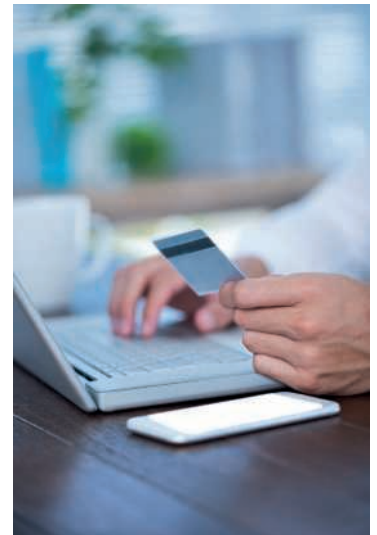
## ACTIVITÉ 2 Reconnaître un nombre premier

Le saviez-vous ?

L'utilisation des nombres premiers n'est pas qu'une question purement mathématique... Cela fait partie des méthodes de cryptographie. Par exemple, certaines clés qui apparaissent sur les cartes Vitale ou les numéros de cartes bancaires sont calculées à partir de nombres premiers.

Un test permet de reconnaître un nombre premier en vérifiant qu'il n'est divisible par aucun nombre premier inférieur ou égal à sa racine carrée.

 **But de l'activité :** déterminer si le nombre 127 est un nombre premier.



**a** Avec la calculatrice, **calculez** la racine carrée de 127. **Arrondissez** à l'unité.

$\sqrt{127} \approx 11$

**b** En vous aidant éventuellement du crible d'Ératosthène vu à la page 17, **donnez** la liste des nombres premiers inférieurs ou égal à  $\sqrt{127}$ .

La liste des nombres premiers inférieurs ou égal à  $\sqrt{127}$  est : 2 ; 3 ; 5 ; 7 et 11.

**c** **Vérifiez** si 127 est divisible par un des nombres premiers obtenus à la question b.

$$\frac{127}{2} = 63,5 \quad \frac{127}{3} \approx 42,33 \quad \frac{127}{5} = 25,4 \quad \frac{127}{7} \approx 18,14 \quad \frac{127}{11} \approx 11,55$$

127 n'est divisible par aucun des nombres premiers parmi 2 ; 3 ; 5 ; 7 et 11.

**d** 127 est-il un nombre premier ? **Justifiez** votre réponse.

127 est un nombre premier car il n'est divisible par aucun nombre premier inférieur ou égal

à sa racine carrée.

**e** En utilisant la même méthode, **déterminez** si 499 est un nombre premier.

$$\sqrt{499} \approx 22$$

La liste des nombres premiers inférieurs ou égal à  $\sqrt{499}$  est : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 et 19.

$$\begin{array}{l} \frac{499}{2} = 249,5 \quad \frac{499}{3} \approx 166,3 \quad \frac{499}{5} = 99,8 \quad \frac{499}{7} \approx 71,3 \quad \frac{499}{11} \approx 45,4 \quad \frac{499}{13} \approx 38,4 \\ \frac{499}{17} \approx 29,4 \quad \frac{499}{19} \approx 26,3 \end{array}$$

499 est un nombre premier car il n'est divisible par aucun nombre premier inférieur ou égal à sa racine carrée.

### Je fais LE POINT

● Pour **vérifier qu'un nombre est premier**, il faut montrer que ce nombre n'est divisible par aucun nombre premier inférieur ou égal à sa racine carrée.

*Exemple*

$$\sqrt{31} \approx 5,57$$

Les nombres premiers inférieurs à  $\sqrt{31}$  sont 2, 3 et 5.

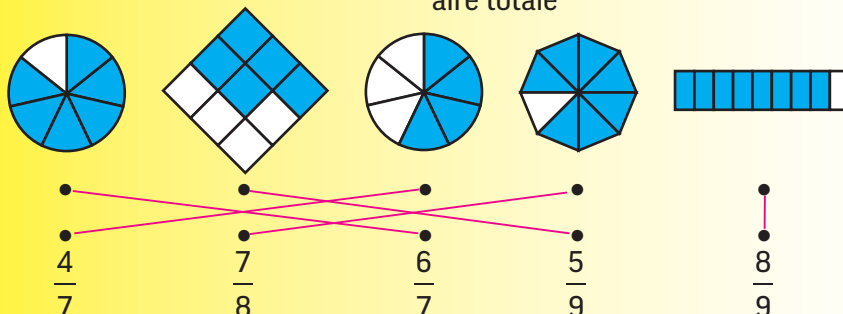
31 n'est pas divisible par 2, 3 ou 5.

31 est un nombre premier.

# Simplification d'une fraction

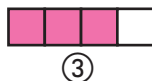
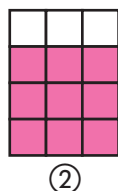
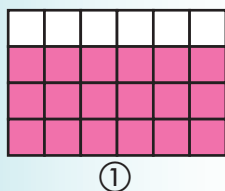
Question FLASH

→ Associez les fractions représentant  $\frac{\text{aire bleue}}{\text{aire totale}}$  et les figures.



## ACTIVITÉ 1 Simplifier une fraction

Timéo et Ninon ne sont pas d'accord. Ninon affirme que les fractions représentant  $\frac{\text{aire rose}}{\text{aire totale}}$  sont égales dans les trois figures. Timéo conteste et affirme le contraire.



But de l'activité : déterminer qui de Ninon ou Timéo a raison.



a Donnez la fraction correspondant à chacune des trois figures. ① :  $\frac{18}{24}$  ② :  $\frac{9}{12}$  ③ :  $\frac{3}{4}$

b Donnez un diviseur commun à 18 et 24, autre que 1. 2, 3 ou 6.

c Complétez les égalités : simplifiez la fraction en supprimant au numérateur et au dénominateur ce diviseur commun à 18 et 24.

$$\frac{18}{24} = \frac{2 \times 9}{2 \times 12} = \frac{9}{12} \quad (\text{à adapter en fonction de la réponse donnée à la question b.})$$

d Simplifiez la fraction obtenue si c'est possible.

$$\frac{9}{12} = \frac{3 \times 3}{3 \times 4} = \frac{3}{4} \quad (\text{à adapter en fonction de la réponse donnée à la question c.})$$

e Simplifiez de même la fraction ②.  $\frac{9}{12} = \frac{3 \times 3}{3 \times 4} = \frac{3}{4}$

f Qui de Ninon ou Timéo a raison ? Ninon a raison.

Je fais LE POINT

On ne change pas la valeur d'une fraction si on multiplie ou on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

Exemple :  $\frac{54}{78} = \frac{2 \times 27}{2 \times 39} = \frac{27}{39} = \frac{3 \times 9}{3 \times 13} = \frac{9}{13}$ . On a divisé le numérateur et le dénominateur par 2, puis par 3. On a donc simplifié la fraction par 6.

## ACTIVITÉ 2 Décomposer un nombre pour simplifier une fraction

Voici un message codé que Maxime envoie à sa camarade Annabelle :

$$\frac{10}{110} \quad \frac{44}{143} \quad \frac{6}{42} \quad \frac{210}{462} \quad \frac{495}{3\,135} \quad \frac{14\,586}{46\,189}$$

Pour pouvoir le décrypter, il faut simplifier ces fractions au maximum.

Par exemple :

$$\frac{10}{110} = \frac{2 \times 5}{2 \times 5 \times 11} = \frac{1}{11} \quad \text{ou} \quad \frac{10}{110} = \frac{1 \times 10}{11 \times 10} = \frac{1}{11}$$

La lettre se trouvant à l'intersection de la ligne du 1 et de la colonne du 11 est B. La première lettre du message est donc le « B ».

1	A	B	C	D	E
2	F	G	H	I	J
3	K	L	M	N	O
4	P	Q	R	S	T
5	U	V	W	X	Y
6	Z	:	.	espace	!
7	11	13	17	19	

 **But de l'activité :** décrypter le message de Maxime et créer sa réponse.

**a** Simplifiez les fractions du message au maximum.

$$\frac{10}{110} = \frac{1}{11} \quad \frac{44}{143} = \frac{4}{13} \quad \frac{6}{42} = \frac{1}{7} \quad \frac{210}{462} = \frac{5}{11}$$

$$\frac{495}{3\,135} = \frac{3}{19} \quad \frac{14\,586}{46\,189} = \frac{6}{19}$$

**b** Décryptez le message de Maxime. **BRAVO !**

**c** On dit que les fractions simplifiées obtenues à la question a sont **irréductibles**. Expliquez pourquoi.

Ces fractions sont irréductibles car le numérateur et le dénominateur ont un seul diviseur

commun qui est 1.

**d** Annabelle veut répondre « MERCI ! » à Maxime. En vous aidant du tableau, **donnez** les fractions simplifiées de ce message.

$$\frac{3}{13} \quad \frac{1}{19} \quad \frac{4}{13} \quad \frac{1}{13} \quad \frac{2}{17} \quad \frac{6}{19}$$

**e** Créez un message codé qu'Annabelle pourrait envoyer à Maxime.

Réponse personnelle. Pas de corrigé.

### Je fais LE POINT

- Tout nombre entier, non premier, supérieur à 2, peut s'écrire comme un **produit de nombres premiers**.
- Une fraction est **irréductible** lorsque son numérateur et son dénominateur n'ont qu'un seul diviseur commun égal à 1.

Exemple

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

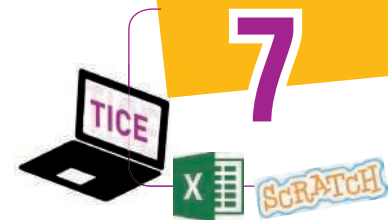
$$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$$

$$\frac{60}{140} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 5 \times 7} = \frac{3}{7}$$

3 et 7 n'ont qu'un seul diviseur commun : 1.

La fraction  $\frac{3}{7}$  est irréductible.

# Plus grand diviseur commun



## ACTIVITÉ 1 Utiliser un tableur

La cuisine d'Armand mesure 165 cm de largeur et 210 cm de longueur. Armand souhaite réaliser le carrelage du sol avec des carreaux de forme carrée les plus grands possibles. Pour éviter les découpes, il ne veut utiliser que des carreaux entiers.

**But de l'activité :** déterminer les dimensions des carreaux qu'Armand doit choisir pour carrelers sa cuisine.



**a Expliquez** ce qu'Armand doit calculer pour déterminer les dimensions des carreaux.

Armand doit déterminer le plus grand diviseur commun de 165 et 210.

**b Réalisez** les calculs et **donnez** les dimensions des carreaux.

Les diviseurs de 165 sont : 1 ; 3 ; 5 ; 11 ; 15 ; 33 ; 55 ; 165.

Les diviseurs de 210 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 7 ; 10 ; 14 ; 15 ; 21 ; 30 ; 35 ; 42 ; 70 ; 105 ; 210.

Le plus grand diviseur commun à 165 et 210 est 15.

Les carreaux doivent donc mesurer 15 cm de côté.

**c Vérifiez** les résultats en suivant la méthode dite « par différence » sur tableur.



→ Ouvrez le fichier 01\_carreaux.xlsx.

1. Dans la cellule A2, **saisissez** le plus grand des deux nombres entre 165 et 210.

2. Dans la cellule B2, **saisissez** le plus petit des deux nombres entre 165 et 210.

3. Dans la cellule C2, **saisissez** la formule =A2-B2.

4. En A3, **saisissez** le plus grand des deux nombres entre B2 et C2 en tapant la formule : =MAX(B2;C2).

5. En B3, **saisissez** le plus petit des deux nombres entre B2 et C2 en tapant la formule : =MIN(B2;C2).

6. **Sélectionnez** la cellule C2 et **saisissez** la poignée de recopie vers le bas jusqu'en C3.

7. **Sélectionnez** les trois cellules A3 à C3. **Saisissez** la poignée de recopie et **recopiez** vers le bas jusque la ligne 8.

Pour le corrigé, voir fichier 01\_carreaux\_C.xlsx.

**d** Le plus grand diviseur commun est obtenu lorsque, dans le tableau, nombre 1 = nombre 2 et que leur différence est nulle. **Cochez** la valeur du plus grand diviseur commun des deux nombres 165 et 210.

☐ 0    ☐ 1    ☒ 15    ☐ 20

**e** Les résultats obtenus à la question **b** sont-ils vérifiés ?

Oui,.....

## ACTIVITÉ 2 Utiliser le logiciel Scratch

Cette activité utilise les mêmes données que l'activité 1 de la page précédente.

Pendant que vous avez vérifié les résultats sur tableur, Armand, de son côté, a écrit le programme ci-contre avec Scratch.

 **But de l'activité :** déterminer les dimensions des carreaux qu'Armand doit choisir pour carrelé sa cuisine, en utilisant le logiciel Scratch.



**a Expliquez** ce que représentent les deux variables  $a$  et  $b$  dans son programme.

$a$  représente la longueur et  $b$  représente la largeur de la cuisine.

**b Donnez** les valeurs que devront prendre  $a$  et  $b$  pour résoudre le problème d'Armand.

$a = 210$  et  $b = 165$ .

**c Expliquez** ce que permet de calculer l'instruction .

L'instruction permet de calculer la différence entre  $a$  et  $b$ .

**d Expliquez** ce que permet de calculer ce programme.

Ce programme permet de calculer le plus grand diviseur commun

de  $a$  et  $b$ .

**e Expliquez** pourquoi il faut choisir  $a$  plus grand que  $b$ .

$a$  doit être plus grand que  $b$  pour que leur différence ne soit jamais négative.

**f Dites** si ce programme correspond à la méthode dite « par différence », c'est-à-dire celle utilisée dans l'activité 1.

☒ Oui ☐ Non

**g Ouvrez** le logiciel Scratch et écrivez le programme donné après avoir créé les différentes variables.

Pour le corrigé, voir fichier 01\_carrelage\_C.sb2.

**h Exécutez** le programme pour des valeurs de  $a = 210$  et  $b = 165$ . Donnez le résultat affiché par Scratch.

Scratch affiche la valeur 15 pour le plus grand diviseur commun de 210 et 165.

**i Les résultats obtenus** sont-ils en accord avec ceux de l'activité 1 ?

Oui.

## Je m'entraîne



QCM

# qcm

Un autre QCM en ligne

foucherconnect.fr/maths303

Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. Le nombre 7 est un diviseur de :

☐ 67☒ 42☐ 54

b. Les diviseurs de 33 sont :

☐ 1, 2, 3 et 11☒ 1, 3, 11 et 33☐ 1, 3 et 11

c. 76 est un multiple de :

☒ 2☐ 3☐ 5

d. 31 est un nombre premier car il admet exactement :

☒ deux diviseurs : 1 et 31☐ aucun diviseur☐ un diviseur : 31

e. La fraction  $\frac{210}{60}$  est égale à la fraction irréductible :

☐  $\frac{21}{6}$ ☐  $\frac{2 \times 3 \times 5 \times 7}{2 \times 2 \times 3 \times 5}$ ☒  $\frac{7}{2}$ 

Vrai - Faux

Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations et justifiez votre choix.

a. **Affirmation:** 77 est un nombre premier.

☐ Vrai ☒ Faux

77 admet 4 diviseurs qui sont : 1 ; 7 ; 11 et 77. Or un nombre premier n'en admet que 2 : 1 et lui-même.

Donc 77 n'est pas un nombre premier.

b. **Affirmation:** la décomposition en produit de nombres premiers de 60 est :  $4 \times 3 \times 5$ .

☐ Vrai ☒ Faux

4 n'est pas un nombre premier. La décomposition en produit de nombres premiers de 60 est :

$2 \times 2 \times 3 \times 5$ .

c. **Affirmation:** le plus grand diviseur commun des nombres 64 et 56 est 2.

☐ Vrai ☒ Faux

Les diviseurs de 56 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 14 ; 28 ; 56. Les diviseurs de 64 sont :

1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64. Le plus grand diviseur commun des nombres 64 et 56 est 8.



### Exercice 1

On donne les nombres suivants : 35 ; 120 ; 180 ; 64 ; 103 ; 108 ; 516 ; 198.

Écrivez, parmi ces nombres, lesquels sont des multiples :

- a de 2 : 120 ; 180 ; 64 ; 108 ; 516 ; 198
- b de 3 : 120 ; 180 ; 108 ; 516 ; 198
- c de 5 : 35 ; 120 ; 180
- d de 9 : 180 ; 108 ; 198
- e de 10 : 120 ; 180

### Exercice 2

- a Donnez tous les diviseurs de 90 : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 9 ; 10 ; 15 ; 18 ; 30 ; 45 ; 90
- b Donnez tous les diviseurs de 75 : 1 ; 3 ; 5 ; 15 ; 25 ; 75
- c Donnez le plus grand diviseur commun de 90 et 75 : 15

### Exercice 3

Décomposez en produits de nombres premiers les nombres suivants :

- a 30 :  $2 \times 3 \times 5$
- b 196 :  $2 \times 2 \times 7 \times 7$
- c 546 :  $2 \times 3 \times 7 \times 13$
- d 726 :  $2 \times 3 \times 11 \times 11$
- e 924 :  $2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 11$

### Exercice 4

Après avoir décomposé le numérateur et le dénominateur en produit de nombres premiers, rendez irréductibles les fractions suivantes.

- a  $\frac{9}{18} = \frac{3 \times 3}{2 \times 3 \times 3} = \frac{1}{2}$
- b  $\frac{75}{135} = \frac{3 \times 5 \times 5}{3 \times 3 \times 3 \times 5} = \frac{5}{9}$
- c  $\frac{45}{261} = \frac{3 \times 3 \times 5}{3 \times 3 \times 29} = \frac{5}{29}$
- d  $\frac{72}{18} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}{2 \times 3 \times 3} = 4$
- e  $\frac{132}{121} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 11}{11 \times 11} = \frac{12}{11}$
- f  $\frac{52}{130} = \frac{2 \times 2 \times 13}{2 \times 5 \times 13} = \frac{2}{5}$

## Je vais plus loin



## Exercice 5

Un nombre parfait est un nombre entier strictement supérieur à 1 qui est égal à la somme de ses diviseurs (autre que lui-même).

Par exemple, le premier nombre parfait est 6. En effet, les diviseurs de 6, autres que lui-même, sont 1, 2 et 3 et  $1 + 2 + 3 = 6$  !

**a** Montrez que 28 est un nombre parfait.

Les diviseurs de 28, autres que lui-même sont : 1, 2, 4, 7 et 14. Or  $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$ .

28 est donc un nombre parfait.

**b** Parmi les quatre nombres suivants, **cochez** ceux qui sont parfaits :

☒ 6

☐ 8

☒ 494

☐ 496

## Exercice 6

**a** Appliquez le programme suivant à un premier nombre.

Écrire un nombre entier de trois chiffres différents tels que le premier chiffre et le dernier chiffre ne soient pas consécutifs : 123

Renverser l'écriture de ce nombre : 321

Calculer la différence entre le plus grand et le plus petit de ces deux nombres : 198

Renverser l'écriture de ce dernier résultat : 891

Calculer la somme de ces deux derniers nombres : 1 089



Deux nombres entiers sont consécutifs si leur différence est égale à 1.

**b** Écrivez le nombre que vous obtenez : 1 089

**c** Appliquez ce programme à deux autres nombres différents et écrivez ci-dessous le résultat obtenu. Il ne s'agit ici que d'exemples.

	1 <sup>er</sup> nombre choisi : 479	2 <sup>e</sup> nombre choisi : 372
Résultat obtenu	1 089	1 089



**d** Que pouvez-vous conjecturer ?

Quel que soit le nombre entier de trois chiffres choisi, le programme appliqué donne toujours un résultat égal à 1 089.

## Exercice 7

Léonie est une illustratrice de mangas. Elle a dessiné 37 mangas de mêmes dimensions, dont 15 représentent des personnages et 22 représentent des animaux. Elle veut réaliser une exposition de tous ses tableaux en les accrochant sur de grands panneaux de composition identique.

Léonie peut-elle réaliser des panneaux ayant chacun une répartition identique entre mangas d'animaux et mangas de personnages ?



**a** Donnez la liste des diviseurs du nombre 15.

Les diviseurs de 15 sont : 1 ; 3 ; 5 et 15.

**b** Donnez la liste des diviseurs du nombre 22.

Les diviseurs de 22 sont : 1 ; 2 ; 11 et 22.

**c** Donnez la liste des diviseurs communs aux nombres 15 et 22.

Le seul diviseur commun à 15 et 22 est 1.

**d** Répondez à la question posée.

Léonie ne pourra pas réaliser plusieurs panneaux de même composition.

## Exercice 8

**a** Complétez chacune des cases du tableau ci-dessous par « oui » ou « non ».

	2	5	9
2 115 est divisible par	non	oui	oui
576 est divisible par	oui	non	oui
622 est divisible par	oui	non	non

**b** D'après ce tableau, les fractions  $\frac{576}{2\,115}$  et  $\frac{622}{576}$  sont-elles irréductibles ? Pourquoi ?

Ces fractions ne sont pas irréductibles, car 576 et 2 115 sont divisibles tous les deux par 9 et 622 et 576 sont divisibles tous les deux par 2.

**c** Calculez le plus grand diviseur commun de 622 et 2115 par la méthode de votre choix.

Les diviseurs de 622 sont : 1 ; 2 ; 311 et 622. Les diviseurs de 2 115 sont

1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 45 ; 47 ; 141 ; 235 ; 423 ; 705 et 2 115. Le plus grand diviseur commun de 622 et 2 115 est 1.

**d** La fraction  $\frac{622}{2\,115}$  est-elle irréductible ?

Oui, car le plus grand diviseur commun de 622 et 2 115 est 1.



## Exercice 9

PRISE  
d'initiative

PRO

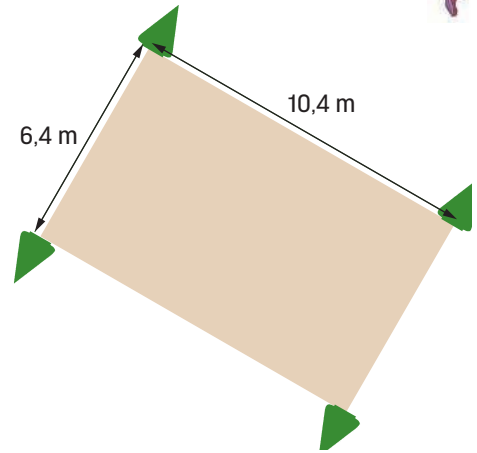
Métiers  
des espaces verts

Un jardinier désire planter une haie de thuyas autour d'une parcelle rectangulaire de longueur 10,4 m et de largeur 6,4 m.

Il place un plant à chaque coin de la parcelle. La distance entre deux plants doit toujours être la même et doit être égale à un nombre entier de centimètres.

Quelle est la plus grande distance possible entre deux plants ? Combien de plants seront alors nécessaires pour entourer la parcelle ?

**Répondez** aux questions en faisant apparaître ci-dessous la démarche utilisée.



$$10,4 \text{ m} = 1\,040 \text{ cm} \quad 6,4 \text{ m} = 640 \text{ cm}$$

Les diviseurs de 1 040 sont : 1, 2, 4, 5, 8, 10, 13, 16, 20, 26, 40, 52, 65, 80, 104, 130, 208, 260, 520 et 1 040.

Les diviseurs de 640 sont : 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 32, 40, 64, 80, 128, 160, 320 et 640.

Le plus grand diviseur commun de 640 et 1 040 est 80.

Donc la plus grande distance possible entre deux plants sera de 80 cm.

$$1\,040 \div 80 = 13 \text{ et } 640 \div 80 = 8$$

Il y aura donc 13 espaces de 80 cm sur la longueur de la parcelle et 8 espaces de 80 cm sur la largeur.

Il faudra donc 14 thuyas pour chaque longueur et 9 thuyas pour chaque largeur.

Soit au total :  $14 \times 2 + 9 \times 2 = 46$  thuyas auxquels il faut soustraire les 4 thuyas communs à la longueur et à la largeur. Il faudra donc 42 thuyas pour entourer la parcelle.

## Exercice 10

PRISE  
d'initiative

Dans son dressing, Zoéline voudrait remplir complètement un tiroir avec un maximum de boîtes toutes de mêmes dimensions pour ranger ses vêtements.

Un tiroir mesure 100 cm de longueur, 50 cm de largeur et 40 cm de hauteur. Les différents formats de boîtes disponibles sont indiqués dans le tableau ci-dessous. Toutes les boîtes disponibles ont une hauteur de 40 cm et elles sont vendues à l'unité.

Quelles dimensions de boîtes Zoéline peut-elle choisir ?

Quel est le nombre maximal de boîtes qu'elle peut ranger dans son tiroir ?

**Répondez** aux questions en faisant apparaître ci-dessous la démarche utilisée.

Les diviseurs de 100 sont : 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 et 100.

Les diviseurs de 50 sont : 1, 2, 5, 10, 25 et 50.

Zoéline va donc pouvoir choisir les dimensions suivantes :

① 20 cm × 25 cm, ② 25 cm × 25 cm, ③ 25 cm × 50 cm, ④ 50 cm × 50 cm.

①  $100 \div 20 = 5$  et  $50 \div 25 = 2$  Elle pourra ranger  $5 \times 2 = 10$  boîtes en 20 cm × 25 cm.

②  $100 \div 25 = 4$  et  $50 \div 25 = 2$  Elle pourra ranger  $4 \times 2 = 8$  boîtes en 25 cm × 25 cm.

③  $100 \div 25 = 4$  et  $50 \div 50 = 1$  Elle pourra ranger  $4 \times 1 = 4$  boîtes en 25 cm × 50 cm.

④  $100 \div 50 = 2$  et  $50 \div 50 = 1$  Elle pourra ranger  $2 \times 1 = 2$  boîtes en 50 cm × 50 cm.

Zoéline pourra ranger un maximum de 10 boîtes de dimensions 20 cm × 25 cm dans son tiroir.



Format des boîtes  
 $L \times l$

20 cm × 20 cm

20 cm × 25 cm

25 cm × 25 cm

25 cm × 50 cm

40 cm × 30 cm

50 cm × 50 cm

## Exercice 11

Scratch

Vincent sait que pour éviter toute forme de piratage sur les sites internet, il faut crypter ses données personnelles. Aussi, chaque fois qu'il réalise un achat sur un site, il se sert d'un nouveau mot de passe qu'il crée à partir d'un algorithme qu'il génère avec Scratch.

Pour créer son mot de passe, il a besoin de son année de naissance, de l'année et du montant de l'achat.

Il calcule d'abord la valeur d'une variable C :

$$C = 15 \times \text{Année de naissance} + 12 \times \text{Année de l'achat} + 22 \times \text{Prix}$$

Il détermine ensuite la liste des diviseurs de la variable C.

Son mot de passe correspond aux trois plus grands diviseurs de C écrits côte à côte par ordre décroissant.

**a Déterminez** le mot de passe de Vincent pour les données suivantes :

- année de naissance : 2001 ;
- année d'achat : 2016 ;
- prix : 15 €.

$$C = 15 \times 2001 + 12 \times 2016 + 22 \times 15 = 54\,537$$

Les diviseurs de C sont : 1, 3, 7, 21, 49, 53, 147, 159, 343, 371, 1 029, 1 113, 2 597, 7 791, 18 179, 54 537.

Le mot de passe de Vincent est donc : 54 537 181 797 791.

**b Expliquez** à quoi correspond l'instruction

réponse modulo Diviseur.

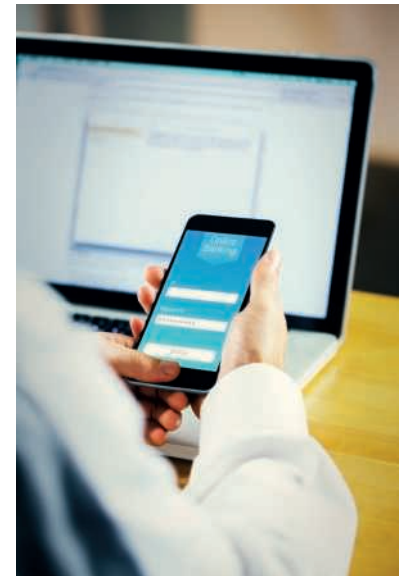
L'instruction calcule le reste de la division euclidienne de « réponse » par « diviseur ».

**c Expliquez** pourquoi il faut que « réponse modulo diviseur » soit égal à 0.

Le reste de la division euclidienne de « réponse » par « diviseur » doit être égal à 0 pour que « diviseur » soit un diviseur de « réponse ».

**d Ouvrez** le logiciel Scratch, **écrivez** ce programme qui permet de trouver les diviseurs du code et **exécutez-le** pour vérifier le résultat de la question a.

Pour le corrigé, voir fichier 01\_exo11\_C.sb2.



# Je me teste VERS LE BREVET 1

Nom : .....

Prénom : .....

Date : ..... Classe : .....



## Exercice 1

Complétez en utilisant les mots « diviseur(s) », « divisible », « divise » ou « multiple(s) ».

- a** 6 est un diviseur de 42.      **e** 5 ne divise pas 42.
- b** 42 est un multiple de 6.      **f** 42 n'est pas un multiple (ou diviseur) de 13.
- c** 42 est divisible par 6.      **g** 2 et 7 sont des diviseurs de 42.
- d** 8 n'est pas un diviseur (ou multiple) de 42.      **h** 42 n'est pas divisible par 16.

## Exercice 2

Soient les nombres 423 et 189.

- a** Donnez tous les diviseurs de 423 : 1, 3, 9, 47, 141, 423.
- b** Donnez tous les diviseurs de 189 : 1, 3, 7, 9, 21, 27, 63, 189.
- c** Donnez tous les diviseurs communs à 423 et 189 : 1, 3 et 9.
- d** Déduisez-en le plus grand diviseur commun de 423 et 189 : 9.
- e** Simplifiez la fraction  $\frac{423}{189} = \frac{423}{189} = \frac{9 \times 47}{9 \times 21} = \frac{47}{21}$ .

## Exercice 3

Une fleuriste a reçu un lot de 27 roses et de 44 pivoines.  
Elle souhaite, en utilisant toutes les fleurs, réaliser des bouquets dans lesquels la répartition roses-pivoines est identique pour chaque bouquet.

- a** Déterminez le plus grand diviseur commun des deux nombres 27 et 44.  
Les diviseurs de 27 sont : 1, 3, 9, 27.  
Les diviseurs de 44 sont : 1, 2, 4, 11, 22 et 44.  
Le plus grand diviseur commun de 27 et 44 est 1.
- b** La fleuriste va-t-elle pouvoir réaliser des bouquets de même composition en utilisant toutes ses fleurs ?  
La fleuriste ne pourra pas réaliser plusieurs bouquets de même composition.



## Exercice 4

À l'occasion de son anniversaire, Pauline a invité plus d'une vingtaine d'amis et elle a réalisé un sachet de friandises pour chacun d'eux. Elle a partagé équitablement 221 chewing-gums et 250 sucettes. Il lui reste 5 chewing-gums et 10 sucettes.

Combien d'amis Pauline avait-elle invités à son anniversaire et quelle était la composition des sachets de friandises ?

Répondez aux questions en faisant apparaître ci-dessous la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation même si le travail n'est pas complètement abouti.



Pauline a réparti  $221 - 5 = 216$  chewing-gums et  $250 - 10 = 240$  sucettes dans ses sachets.

Les diviseurs de 216 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 27, 36, 54, 72, 108 et 216.

Les diviseurs de 240 sont : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 20, 24, 30, 40, 48, 60, 80, 120 et 240.

Le seul diviseur commun à 216 et 240 supérieur à 20 est 24 ; Pauline a donc invité 24 amis à son anniversaire.

$216 \div 24 = 9$      $240 \div 24 = 10$  Les sachets de bonbons vont donc contenir chacun :

9 chewing-gums et 10 sucettes.

## d'évaluation Chapitre 1 : Nombres entiers et fractions

Compétences travaillées	Connaissances et compétences associées	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
<b>Chercher</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Connaître</b> le vocabulaire lié aux diviseurs et multiples d'un nombre.</li> </ul>	1 2			
<b>Raisonner</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Justifier</b> une réponse.</li> <li>• <b>Mener</b> une démarche d'investigation.</li> </ul>	3b 4			
<b>Calculer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Déterminer</b> les diviseurs d'un nombre.</li> <li>• <b>Simplifier</b> une fraction.</li> <li>• <b>Déterminer</b> le plus grand diviseur commun de deux nombres.</li> </ul>	2a 2b 2e 3a 4			
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Expliquer</b> par écrit la démarche employée en utilisant un langage mathématique adapté.</li> </ul>	3b 3c 4			

# Puissances

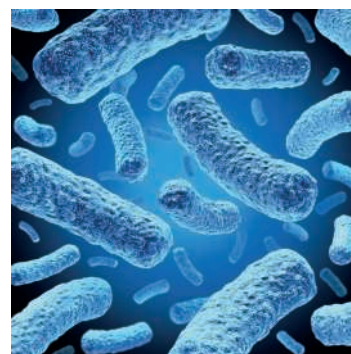
Question **FLASH**

→ **Calculez** :  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$  ;  $10 \times 10 = 100$  ;  $4,3 \times 4,3 \times 4,3 = 79,507$  .

## ACTIVITÉ 1 Écrire les puissances d'un nombre décimal relatif

Les bactéries sont des organismes vivants unicellulaires. Certaines se reproduisent et leur nombre double toutes les 20 minutes.

**But de l'activité** : donner le nombre de bactéries obtenues à partir d'une bactérie au bout de 6 heures.



**a** **Donnez** le nombre de bactéries obtenues à partir d'une bactérie au bout de 20 minutes. 2

La réponse sous la forme d'une **puissance de 2** est  $2^1$ .

**b** **Calculez** le nombre de bactéries obtenues à partir d'une bactérie au bout de 40 minutes. 4

La réponse sous la forme d'une **puissance de 2** est  $2 \times 2 = 2^2$ .

**c** **Complétez** le tableau ci-dessous.

Durée de reproduction	1 heure	1 heure 20 minutes	1 heure 40 minutes
Nombre de périodes de 20 minutes dans la durée de reproduction	3	<u>4</u>	<u>5</u>
Nombre de bactéries obtenues	$2 \times 2 \times 2 = 8$	<u><math>2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16</math></u>	<u><math>2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32</math></u>
Nombre de bactéries obtenues écrit sous forme de puissance de 2	$2^3$	<u><math>2^4</math></u>	<u><math>2^5</math></u>

**d** **Calculez** le nombre de bactéries obtenues au bout de 6 heures en présentant votre résultat sous forme d'une puissance de 2.

Nombre de périodes de 20 minutes en 6 heures =  $6 \times 3 = 18$ .

Nombre de bactéries obtenues écrit sous la forme d'une puissance de 2 =  $2^{18}$ .

### Je fais LE POINT

● Un **nombre à la puissance  $n$**  est égal au produit de  $n$  facteurs égaux à ce nombre.

$x^n = \underbrace{x \times x \times x \times x \times \dots \times x}_{n \text{ facteurs égaux à } x}$ .  $x^n$  se lit «  $x$  puissance  $n$  » où  $n$  est l'exposant.

Pour  $x \neq 0$ , si  $n$  est un entier positif ou nul,  $x^{-n}$  est l'inverse de  $x^n$ . On note  $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ .  
 $x^0 = 1$ .

Exemples  $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$      $1,4^3 = 1,4 \times 1,4 \times 1,4 = 2,744$      $6^0 = 1$      $3,2^0 = 1$

$4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64} = 0,015625$      $8,9^{-2} = \frac{1}{8,9^2} = \frac{1}{79,21} \approx 0,0126$

## ACTIVITÉ 2 Utiliser les règles de calculs avec les puissances de 10

En astronomie, les grandeurs concernant les planètes s'expriment avec des grands nombres. Pour simplifier ces écritures, les puissances de 10 sont utilisées.

Le tableau ci-contre donne les masses et rayons de deux planètes distantes de 100 millions de kilomètres.

	Planète $\alpha$ (alpha)	Planète $\beta$ (bêta)
Masse en kg	$10^{30}$	$10^{24}$
Rayon en km	$10^6$	$10^4$



**But de l'activité :** donner, sous la forme d'une puissance de 10, la distance entre les deux planètes, le rapport entre leur rayon et le rapport entre leur masse.

**a** Pour  $m$  et  $n$  deux entiers relatifs, on a la règle de calcul suivante :  $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$ .

**Donnez**, sous la forme d'une puissance de 10, la distance en kilomètres entre les deux planètes.  
 100 millions de km =  $10^2 \times 10^6 = 10^8$  km.

**b** Le rapport entre les rayons des deux planètes s'écrit  $\frac{10^6}{10^4} = \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10 \times 10}$ .

**Simplifiez** le rapport précédent en l'écrivant sous la forme d'une puissance de 10 :

$$\frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10 \times 10} = 10^2$$

**c** **Précisez** le nombre de facteurs 10 dans le résultat. 2

**d** **Comparez** ce nombre et la différence des exposants  $6 - 4$ .  $6 - 4$  est égal à 2.

**e** **Cochez** la bonne réponse. Pour  $m$  et  $n$  deux entiers relatifs,  $\frac{10^m}{10^n} = \square 10^{m \times n} \quad \square 10^{m+n} \quad \checkmark 10^{m-n}$

**f** En utilisant la règle de calcul choisie au **e**, **calculez** le rapport entre les masses des deux planètes.

$$\frac{10^{30}}{10^{24}} = 10^6$$

**g** **Rayez** la mauvaise réponse parmi les deux mots encadrés.

La masse de la planète  $\alpha$  est un million de fois plus grande petite que la masse de la planète  $\beta$ .

### Je fais LE POINT

● Le nombre  $10^n$  est une **puissance** de 10 ;  $n$  est l'**exposant** de la puissance.

$10^n = \underbrace{10 \times \dots \times 10}_{n \text{ fois}}$ . Il se lit « 10 exposant  $n$  ».

● Cas des puissances de 10 avec un exposant négatif :  $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,0\dots\dots 01}_{n \text{ zéros}}$

● Règles de calculs :  $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$  et  $\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$  où  $m$  et  $n$  sont deux entiers relatifs.

*Exemples*

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000 ; 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0,001 ; 10^2 \times 10^7 = 10^{2+7} = 10^9 ; \frac{10^3}{10^5} = 10^{3-5} = 10^{-2}$$

# Préfixes et notation scientifique

## Question FLASH

→ Complétez : 50 m = 5 000 cm ; 4,6 kg = 4 600 g ; 1 dL = 100 mL.

### ACTIVITÉ 1 Utiliser des préfixes

Axelle vient d'acheter un disque dur externe de capacité 1 000 Go (gigaoctets) sur lequel elle veut stocker des fichiers de 10 Mo (mégaoctets) chacun. Elle doit vérifier si son nouveau disque dur de largeur 82 mm, de profondeur 1,1 dm et de hauteur 2,1 cm rentre dans une housse dont elle dispose déjà. Celle-ci est de largeur 0,09 m, de profondeur 0,12 m et de hauteur 0,02 m.



**But de l'activité :** déterminer combien de fichiers Axelle pourra stocker sur son disque dur et si elle pourra ranger celui-ci dans sa housse.

**a Associez** chaque nombre écrit en lettres à son écriture décimale, puis à son écriture sous forme d'une puissance de 10.

Mille	1 000 000	$10^3$
Un million	1 000 000 000	$10^9$
Un milliard	1 000	$10^6$

**b Calculez** le nombre de fichiers qu'Axelle pourra stocker sur son disque dur externe.

$1\ 000\ \text{Go} = 10^3 \times 10^9 = 10^{12}$  o.  $10\ \text{Mo} = 10 \times 10^6 = 10^7$  o.  $\frac{10^{12}}{10^7} = 10^5$

Axelle pourra stocker  $10^5$  fichiers de 10 Mo, c'est-à-dire 100 000 fichiers.



Vous pouvez utiliser le tableau donné dans la partie Je fais le point.

**c Associez** chaque nombre écrit en lettres à son écriture décimale, puis à son écriture sous forme d'une puissance de 10.

Un dixième	0,001	$10^{-2}$
Un centième	0,1	$10^{-3}$
Un millièm	0,01	$10^{-1}$

**d Vérifiez** si le disque dur d'Axelle peut être rangé dans la housse dont elle dispose.

$82\ \text{mm} = 0,082\ \text{m} < 0,090\ \text{m}$  ;  $1,1\ \text{dm} = 0,11\ \text{m} < 0,12\ \text{m}$  ;  $2,1\ \text{cm} = 0,021\ \text{m} > 0,02\ \text{m}$

Le disque dur ne peut pas être rangé dans la housse car sa hauteur est trop petite.

### Je fais LE POINT

Préfixe	giga	méga	kilo	hecto	déca	unité	déci	centi	milli	micro	nano
Symbole	G	M	k	h	da		d	c	m	$\mu$	n
Puissance de 10	$10^9$	$10^6$	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0 = 1$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$

Exemples

$7,8\ \text{kg} = 7,8 \times 10^3\ \text{g} = 7\ 800\ \text{g}$

$1,2\ \mu\text{m} = 1,2 \times 10^{-6}\ \text{m} = 0,000\ 001\ 2\ \text{m}$

## ACTIVITÉ 2



# Passer de l'écriture décimale d'un nombre à sa notation scientifique et inversement

Le cerveau est composé de 110 milliards de neurones, cellules de base du tissu nerveux. Une synapse est une zone de communication entre un neurone et une autre cellule. Les neurones ont une taille d'environ 0,000 075 mètre. Il y a  $2 \times 10^4$  synapses par neurone.

**But de l'activité :** écrire le nombre de neurones et leur taille à l'aide de la notation scientifique et le nombre de synapses à l'aide de l'écriture décimale.



## Notation scientifique du nombre de neurones

**a Complétez :**  $110 = 1,10 \times 10^{\dots}$ .

**b Complétez :**  $110 \text{ milliards} = 1,10 \times 10^{\dots} \times 10^9 = 1,10 \times 10^{\dots}$ .

**c Utilisez** la calculatrice pour retrouver la notation scientifique du nombre de neurones.

Avec une Casio fx-92 Spéciale Collège	Avec une TI-Collège Plus
Appuyez sur les touches	Appuyez sur les touches
écriture décimale du nombre	écriture décimale du nombre

## Notation scientifique de la taille des neurones

**d Complétez :**  $0,000\ 075 = 7,5 \times 0,000\ 01 = 7,5 \times 10^{\dots}$ .

**e Utilisez** la calculatrice pour retrouver la notation scientifique de la taille des neurones et **notez** le résultat obtenu.  $7,5 \times 10^{\dots}$

## Écriture décimale du nombre de synapses d'un neurone

**f Complétez :**  $2 \times 10^4 = 2 \times \dots = 20\ 000$

**g Vérifiez,** à l'aide de la calculatrice, l'écriture décimale du nombre de synapses d'un neurone.

Avec une Casio fx-92 Spéciale Collège	Avec une TI-Collège Plus
Appuyez sur les touches	Appuyez sur les touches
a  valeur de l'exposant	a  valeur de l'exposant

## Je fais LE POINT

● La **notation scientifique** d'un nombre décimal est l'écriture de ce nombre sous la forme  $a \times 10^n$  où  $a$  est un décimal tel que  $1 \leq a < 10$  et  $n$  un nombre entier relatif.

### Exemples

● Passage écriture décimale → notation scientifique :

$$470 = 4,7 \times 100 = 4,7 \times 10^2 \quad 0,005\ 8 = 5,8 \times 0,001 = 5,8 \times 10^{-3}$$

● Passage notation scientifique → écriture décimale :

$$2,9 \times 10^4 = 2,9 \times 10\ 000 = 29\ 000 \quad 1,6 \times 10^{-1} = 1,6 \times 0,1 = 0,16$$

## Carrés parfaits - Racines carrées

## Question FLASH

→ Calculez :  $2^2 = 4$  ;  $5^2 = 25$  ;  $7^2 = 49$  ;  $11^2 = 121$  .

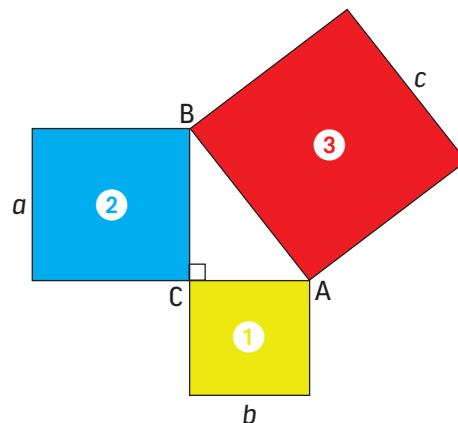
## ACTIVITÉ 1 Calculer avec des carrés parfaits

Un nombre entier  $A$  est un **carré parfait** s'il est le carré d'un autre nombre entier positif  $a$ .

1, 4, 9 sont des carrés parfaits car  $1 = 1^2$ ,  $4 = 2^2$ ,  $9 = 3^2$ .

Le professeur d'arts plastiques demande aux élèves de tracer la figure ci-contre composée de 3 carrés en suivant des consignes imposées :

- $a$ ,  $b$  et  $c$  sont les mesures des côtés de 3 carrés et sont des nombres entiers compris entre 1 et 12 ;
- ABC est un triangle rectangle en C ;
- $c^2$  doit être un carré parfait, sachant qu'en appliquant le théorème de Pythagore,  $c^2 = a^2 + b^2$ .



**But de l'activité :** trouver toutes les valeurs de  $c^2$  pour que les consignes imposées soient respectées.

**a** Complétez le tableau ci-dessous en calculant les carrés des nombres entiers compris entre 1 et 12.

Nombre entier	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Carré du nombre entier	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

**b** Complétez les lignes ① et ② du tableau suivant.

	$a$	$b$	$c^2 = a^2 + b^2$	$c^2$ est-il un carré parfait ?
①	1	2	$1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$	Non
②	3	4	$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$	Oui
③	4	10	$4^2 + 10^2 = 16 + 100 = 116$	Non
④	5	9	$5^2 + 9^2 = 25 + 81 = 106$	Non
⑤	6	8	$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2$	Oui

**c** Choisissez d'autres valeurs pour  $a$  et  $b$  et complétez les lignes ③ à ⑤ du tableau ci-dessus.

**d** Donnez des valeurs de  $c^2$  qui correspondent aux consignes imposées par le professeur.

$c^2 = 25$  et  $c^2 = 100$ .

## Je fais LE POINT

● Un nombre entier  $A$  est un **carré parfait** s'il est le carré d'un autre nombre entier positif  $a$ .

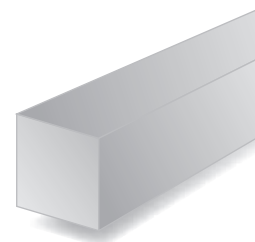
On a :  $A = a^2$  ;  $a^2$  se lit «  $a$  au carré ».

Exemple 4, 25 et 64 sont des carrés parfaits car  $4 = 2^2$ ,  $25 = 5^2$  et  $64 = 8^2$ .

## ACTIVITÉ 2 Calculer la racine carrée d'un nombre positif

Deux profilés en aluminium doivent servir à la construction d'une véranda. Les deux profilés ont une base carrée.

 **But de l'activité :** calculer la mesure du côté de la base carrée de chacun des profilés lorsqu'on connaît l'aire de leur base respective.



- a** La base carrée du premier profilé a pour aire  $64 \text{ cm}^2$ .

**Calculez** la mesure du côté de la base carrée.  $\sqrt{64} = 8$  ..... cm.  
On dit que 8 est la **racine carrée** de 64.

- b** La base carrée du deuxième profilé a une aire de  $20 \text{ cm}^2$ .

**Écrivez** la mesure du côté de la base carrée en utilisant le symbole de la racine carrée.

$\sqrt{20}$  ..... cm.

- c** Les séquences de touches à utiliser pour calculer la racine carrée d'un décimal positif varient d'une calculatrice à l'autre.

Voici celles que l'on rencontre le plus fréquemment.

$\boxed{2\text{nd}} \boxed{x^2} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{\text{Entrer=}}$  ou  $\boxed{\text{Shift}} \boxed{x^2} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{\text{EXE}}$

**Déterminez**, en cm, la valeur arrondie au centième de la mesure du côté de la base carrée du deuxième profilé en utilisant la calculatrice.  $\sqrt{20} \approx 4,47$  ..... cm.

 → Ouvrez le logiciel Scratch.

- d** Vérifiez vos résultats en écrivant le script ci-dessous avec le logiciel Scratch, puis en l'exécutant.



Pour le corrigé, voir fichier **02\_racine\_C.sb2**.



Si  $c$  est le côté d'un carré dont l'aire est notée  $A$ , alors  $A = c^2$  et  $c = \sqrt{A}$ .

### Je fais LE POINT

- La **racine carrée d'un nombre positif  $x$** , notée  $\sqrt{x}$ , est le nombre positif qui élevé au carré donne  $x$ .

$$(\sqrt{x})^2 = x.$$

$\sqrt{x}$  se lit « racine carrée de  $x$  ». Le symbole  $\sqrt{\quad}$  est le radical.

Exemples

$$\sqrt{49} = 7 \text{ car } 7^2 = 49$$

$$\sqrt{39,69} = 6,3 \text{ car } 6,3^2 = 39,69$$

$\sqrt{-16}$  n'existe pas car  $-16$  est négatif.

## Je m'entraîne



QCM

# qcm

Un autre QCM en ligne

foucherconnect.fr/maths305

Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a.  $2^5$  est égal à :☐ 10☐ 25☒ 32b.  $10^4$  est égal à :☐ 40☒ 10 000☐ 104

c. 25 est égal à :

☒  $2,5 \times 10^1$ ☐  $2^5$ ☐  $2 \times 5$ d.  $\sqrt{100}$  est égal à :☐ 1☒ 10☐ 10 000

e. La notation scientifique de 16 400 est égale à :

☐  $1,64 \times 10^2$ ☒  $1,64 \times 10^4$ ☐  $1,64 \times 10^5$ 

f. La notation scientifique de 0,098 est égale à :

☐  $9,8 \times 10^{-3}$ ☒  $9,8 \times 10^{-2}$ ☐  $9,8 \times 10^2$ 

## Vrai - Faux

Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations et justifiez votre choix.

a. **Affirmation:**  $10^6 \times 10^{-7} = 10^{-1}$ ☒ Vrai ☐ FauxOn sait que  $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$  (où  $m$  et  $n$  sont deux entiers relatifs).

$$10^6 \times 10^{-7} = 10^{6-7} = 10^{-1}$$

b. **Affirmation:**  $\sqrt{-9} = -3$ ☐ Vrai ☒ Faux

On ne peut pas calculer la racine carrée d'un nombre négatif. Comme  $-9$  est négatif, sa racine carrée n'existe pas.

c. **Affirmation:** l'écriture scientifique de 0,000 064 5 est  $6,45 \times 10^{-4}$ .☐ Vrai ☒ Faux

$$0,000\ 064\ 5 = 6,45 \times 0,000\ 01 = 6,45 \times 10^{-5} \text{ et non } 6,45 \times 10^{-4}$$

d. La diagonale  $d$  d'un carreau de forme carrée de côté  $c$  est donnée par l'expression  $d = c\sqrt{2}$ .**Affirmation:** si  $c = 8$  cm, alors  $d = 16$  cm.☐ Vrai ☒ Faux

$$d = c\sqrt{2} = 8 \times \sqrt{2} \approx 11,3 ; 11,3 \text{ n'est pas égal à } 16$$

**Puissances****Exercice 1**

Calculez les carrés suivants.

**a**  $6^2 = 36$

**b**  $0,5^2 = 0,25$

**c**  $14^2 = 196$

**d**  $3,7^2 = 13,69$

**e**  $(-0,82)^2 = 0,6724$

**f**  $47^2 = 2\,209$

**Exercice 2**

Calculez les puissances suivantes.

**a**  $4^5 = 1\,024$

**b**  $0^3 = 0$

**c**  $(-5)^2 = 25$

**d**  $0,7^4 = 0,2401$

**e**  $2,18^1 = 2,18$

**f**  $(-2)^0 = 1$

**Exercice 3**

Écrivez sous la forme d'une puissance de 10 les nombres suivants.

**a**  $1\,000 = 10^3$

**b**  $100\,000 = 10^5$

**c**  $0,1 = 10^{-1}$

**d**  $0,0001 = 10^{-4}$

**e**  $0,001 \times 10\,000 = 10^{-3} \times 10^4 = 10^1$

**f**  $1\,000 \times 0,00001 = 10^3 \times 10^{-5} = 10^{-2}$

**Exercice 4**

Écrivez les nombres suivants en utilisant des puissances de 10.

**a**  $3\,000 = 3 \times 10^3$

**b**  $67\,000 = 6,7 \times 10^4$

**c**  $962 = 9,62 \times 10^2$

**d**  $0,8 = 8 \times 10^{-1}$

**e**  $0,016 = 1,6 \times 10^{-2}$

**f**  $0,4527 = 4,527 \times 10^{-1}$

**Écriture décimale et notation scientifique****Exercice 5**

Donnez l'écriture décimale des nombres suivants.

**a**  $5 \times 10^2 = 500$

**b**  $1,7 \times 10^4 = 17\,000$

**c**  $5,28 \times 10^3 = 5\,280$

**d**  $2 \times 10^{-3} = 0,002$

**e**  $5,1 \times 10^{-2} = 0,051$

**f**  $2,75 \times 10^{-1} = 0,275$

**Exercice 6**

Donnez la notation scientifique des nombres suivants.

**a**  $13\,200 = 1,32 \times 10^4$

**b**  $65,36 = 6,536 \times 10^1$

**c**  $0,042 = 4,2 \times 10^{-2}$

**Carrés et racines carrées****Exercice 7**

Calculez les racines carrées des nombres suivants (si besoin, arrondissez au centième).

**a**  $\sqrt{81} = 9$

**b**  $\sqrt{100} = 10$

**c**  $\sqrt{0,64} = 0,8$

**d**  $\sqrt{0,50} \approx 0,71$

**e**  $\sqrt{67} \approx 8,19$

**f**  $\sqrt{0,85} \approx 0,92$

**Exercice 8**

Complétez les expressions suivantes par « la racine carrée » ou « le carré ».

**a** 4 est la racine carrée de 16.

**b** 2,5 est la racine carrée de 6,25.

**c** 25 est le carré de 5.

**d** 3,5 est la racine carrée de 12,25.

## Je vais plus loin



## Exercice 9

0 ; 1 ; 8 ; 17 ; 26 ; 27 sont des « nombres curieux », car chacun d'eux est égal à la somme des chiffres de son cube. Exemple :  $8^3 = 512$  et  $5 + 1 + 2 = 8$ .

Faites la vérification pour deux autres nombres « curieux ».

$$17^3 = 4\ 913 \text{ et } 4 + 9 + 1 + 3 = 17$$

$$26^3 = 17\ 576 \text{ et } 1 + 7 + 5 + 7 + 6 = 26$$

## Exercice 10

Donnez la valeur exacte des calculs suivants sans utiliser la calculatrice.

$$\text{a) } \sqrt{4} \times \sqrt{25} = 2 \times 5 = 10$$

$$\text{b) } \sqrt{9} \times \sqrt{9} = 9$$

$$\text{c) } \sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7$$

$$\text{d) } \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

## Exercice 11



a) Entourez le numéro du script qui permet de calculer  $10^5$ .

Script 1	Script 2	Script 3

b) Précisez quels calculs de puissances sont obtenus avec les 2 autres scripts.

Calcul avec le script 1 :  $5^{10} = 9\ 765\ 625$

Calcul avec le script 3 :  $(-10)^5 = -100\ 000$

Vous pouvez consulter les scripts sur les fichiers 02\_exo11\_a\_C.sb2, 02\_exo11\_b\_C.sb2 et 02\_exo11\_c\_C.sb2.

## Exercice 12 (D'après sujet de DNB)

a) Calculez A et B et exprimez le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{1}{3} \times 9^2 = \frac{81}{3} = \frac{27}{1} = 27$$

$$B = \frac{9^2}{4^2} - \frac{15}{4} = \frac{81}{16} - \frac{60}{16} = \frac{21}{16}$$

b) Calculez la valeur de l'expression suivante :  $C = \frac{2^8 \times 2^3}{2^7} = 2^4 = 16$



Revoir, si nécessaire, le chapitre 1 sur les fractions.

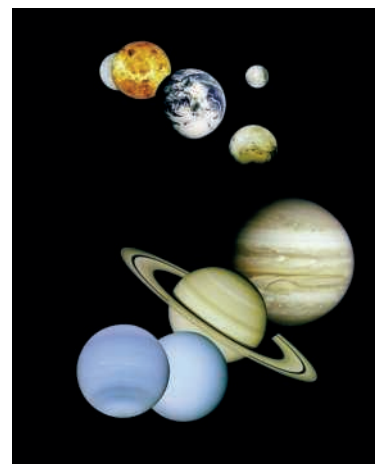
### Exercice 13

Pour exprimer les distances au Soleil des planètes de notre système solaire, on utilise l'unité astronomique (u.a.) qui est la distance moyenne de la Terre au Soleil.

1 u.a. = 150 000 000 km.

Complétez le tableau suivant.

	Distance au Soleil en u.a.	Distance au Soleil en km (notation scientifique)
Mercure	0,39	$5,85 \times 10^7$
Vénus	0,72	$1,08 \times 10^8$
Terre	1	$1,5 \times 10^8$
Mars	1,52	$2,28 \times 10^8$
Jupiter	5,2	$7,8 \times 10^8$
Saturne	9,5	$1,425 \times 10^9$
Uranus	19,2	$2,88 \times 10^9$
Neptune	30	$4,5 \times 10^9$
Pluton	39,5	$5,925 \times 10^9$



### Exercice 14

PRISE d'initiative

La Terre a une masse de 5 980 milliards de milliards de tonnes.

**a** Donnez la notation scientifique de la masse de la Terre en kilogrammes.

$5,98 \times 10^{24}$  kg

**b** Un grain de sable a une masse de 0,1 g. Proposez et mettez en œuvre une démarche pour calculer combien de grains de sable seraient nécessaires pour obtenir la masse de la Terre.

Convertir la masse de la Terre en grammes :  $5,98 \times 10^{24}$  kg =  $5,98 \times 10^{27}$  g.

Diviser la masse de la Terre par celle d'un grain de sable (=  $10^{-1}$  g) :  $\frac{5,98 \times 10^{27}}{10^{-1}} = 5,98 \times 10^{28}$

Il faudrait  $5,98 \times 10^{28}$  grains de sable pour obtenir la masse de la Terre.

### Exercice 15

PRISE d'initiative

Pour réaliser un pliage, Louise a besoin de connaître la longueur de la diagonale d'une feuille de papier de format A4 de dimensions 21 cm  $\times$  29,7 cm.

Proposez une démarche pour calculer la longueur de la diagonale de la feuille de papier.

Calculer la diagonale de la feuille de papier en utilisant le théorème de Pythagore.

Longueur de la diagonale =  $\sqrt{21^2 + 29,7^2} = \sqrt{1\,323,09} \approx 36,4$  cm.



### Exercice 16

PRISE  
d'initiative

Pour des distances très importantes, les astronomes utilisent comme unité l'année-lumière (a.l.). L'année-lumière est la distance parcourue par la lumière durant une année. La lumière se déplace dans l'espace à la vitesse de 300 000 km/s.

**a** Complétez le tableau ci-dessous.

	Distance parcourue par la lumière en km	Distance parcourue par la lumière en km en notation scientifique
1 seconde	300 000	$3 \times 10^5$
1 minute	18 000 000	$1,8 \times 10^7$
1 heure	1 080 000 000	$1,08 \times 10^9$
1 jour	25 920 000 000	$2,592 \times 10^{10}$
1 an	9 460 800 000 000	$9,460\,8 \times 10^{12}$

**b** La distance moyenne de la Terre au Soleil est égale à 150 000 000 km.

**Proposez et mettez en œuvre** une démarche pour calculer le temps mis par la lumière pour nous parvenir du Soleil.

Utiliser la formule de la vitesse  $v = \frac{d}{t}$  (en km/s) en fonction de la distance parcourue  $d$  (en km) et

du temps  $t$  (en s) :  $300\,000 = \frac{150\,000\,000}{t}$

Calculer  $t$  à partir de l'équation  $300\,000 = \frac{150\,000\,000}{t}$  :  $t = \frac{150\,000\,000}{300\,000} = 500$ .

Le temps mis est 500 secondes, soit 8 minutes et 20 secondes.

### Exercice 17

PRO Métiers  
de l'électricité

En électricité, la puissance dissipée par effet Joule par un dipôle purement résistif est donnée par la relation  $P = RI^2$ .

**a** Calculez, en W, la puissance dissipée par effet Joule par un radiateur électrique de résistance  $R = 25\,\Omega$  et traversé par un courant d'intensité  $I = 8\,\text{A}$ .

$P = 1\,600\,\text{W}$



**b** Réalisez le même calcul pour un fer à repasser de résistance  $R = 40\,\Omega$  et traversé par un courant d'intensité  $I = 6\,\text{A}$ .

$P = 1\,440\,\text{W}$

En transformant cette expression, on peut calculer l'intensité du courant qui traverse un dipôle résistif :

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}}$$

**c** Calculez l'intensité du courant qui traverse une plaque électrique de puissance  $P = 1\,500\,\text{W}$  et de résistance  $R = 50\,\Omega$ .

$I \approx 5,5\,\text{A}$

## Exercice 18

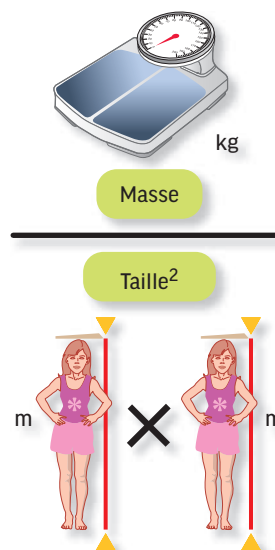
SCRATCH PRO Métiers de la santé

L'indice de masse corporelle IMC est un indicateur utilisé par les nutritionnistes. On le retrouve dans le carnet de santé.

Il détermine la corpulence d'une personne et est donné par la relation  $IMC = \frac{M}{T^2}$  où  $M$  est la masse en kilogrammes et  $T$  la taille en mètres.

a Entourez le numéro du script qui permet de calculer l'IMC.

Script 1	Script 2
<pre> quand est cliqué demander Taille ? et attendre mettre Taille à réponse demander Masse ? et attendre mettre Masse à réponse mettre IMC à Masse / Taille * Taille dire regroupe L'IMC est IMC                     </pre>	<pre> quand est cliqué demander Taille ? et attendre mettre Taille à réponse demander Masse ? et attendre mettre Masse à réponse mettre IMC à Masse / Taille * 2 dire regroupe L'IMC est IMC                     </pre>



Vous trouverez ces scripts sur les fichiers 02\_exo18\_1\_C.sb2 et 02\_exo18\_2\_C.sb2.

b Ouvrez le logiciel Scratch et écrivez le programme que vous avez choisi à la question a.

c Exécutez le programme pour une personne mesurant 1,56 m et pesant 45 kg. Donnez le résultat affiché par Scratch.

18.49

d Calculez votre IMC à l'aide de Scratch et donnez le résultat affiché.

Réponse personnelle de l'élève. Pas de corrigé.

## Exercice 19

PRISE d'initiative PRO Métiers de l'informatique

En informatique, on utilise comme unités de mesure les multiples suivants de l'octet : 1 ko =  $10^3$  octets, 1 Mo =  $10^6$  octets, 1 Go =  $10^9$  octets, 1 To =  $10^{12}$  octets, où ko est l'abréviation de kilooctet, Mo celle de mégaoctet, Go celle de gigaoctet, To celle de téraoctet.

Terry utilise son disque dur de 2 To pour stocker des films de 50 Go chacun. Calculez combien de films peuvent être stockés dans ce disque dur de 2 To.

$$2 \text{ To} = 2 \times 10^{12} \text{ o} \quad 50 \text{ Go} = 50 \times 10^9 \text{ o} = 5 \times 10^{10} \text{ o}$$

$$\frac{2 \times 10^{12}}{5 \times 10^{10}} = 40$$

40 films de 50 Go chacun pourront être stockés sur le disque dur de Terry.

# Je me teste VERS LE BREVET 2

Nom : .....

Prénom : .....

Date : ..... Classe : .....



## Exercice 1

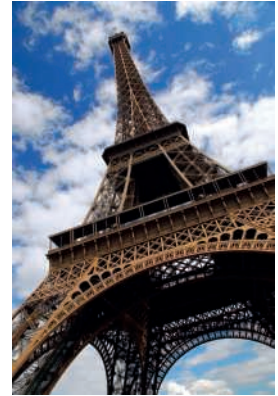
La tour Eiffel pèse 9 700 tonnes.

**a** Convertissez la masse de la tour Eiffel en kilogrammes.

9 700 t = **9 700 000** ..... kg

**b** Écrivez la notation scientifique de cette masse en kg.

**$9,7 \times 10^6$  kg** .....



## Exercice 2

Reliez chaque grandeur à sa notation scientifique.

Masse de la Terre	•	$1,4 \times 10^{-5}$ g
Volume d'un verre d'eau	•	$4 \times 10^7$ o
Espace de stockage d'un logiciel de jeu	•	$3,84 \times 10^4$ km
Longueur du corps d'un neurone	•	$1,7 \times 10^{10}$ Wh
Énergie délivrée par une éolienne	•	$2,5 \times 10^1$ dL
Masse d'une goutte de bruine d'eau	•	$1,2 \times 10^{-4}$ m
Distance entre la Terre et la Lune	•	$5,98 \times 10^{24}$ kg

## Exercice 3

Un frisbee a la forme d'un disque de rayon  $R$ . L'aire du disque est donnée par la formule  $A = \pi R^2$ .

**a** Calculez l'aire d'un frisbee de rayon  $R = 0,8$  dm. Arrondissez le résultat au  $\text{dm}^2$ .

**$A \approx 2 \text{ dm}^2$**  .....

En transformant l'expression de l'aire, il est possible de calculer le rayon  $R = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ .

**b** Calculez, pour un deuxième frisbee, la longueur de son rayon  $R$  arrondie au cm si  $A = 136 \text{ cm}^2$ . Arrondissez le résultat au dixième de cm.

**$R \approx 6,6 \text{ cm}$**  .....

## Exercice 4

En 2014, la France comptait environ 65 000 000 habitants. La consommation électrique pour l'ensemble de la population française a été de 415 325 GWh en 2014.

**a** Calculez, en Wh, la consommation électrique moyenne par habitant cette année-là. Arrondissez le résultat à l'unité.

**$415\,325 \text{ GWh} = 415\,325 \times 10^9 \text{ Wh}$ . La consommation électrique moyenne par habitant est égale**

**à  $\frac{415\,325 \times 10^9}{65\,000\,000}$  soit 6 389 615 Wh.**

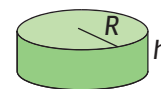
**b** Donnez la notation scientifique de cette consommation moyenne en Wh.

**$6\,389\,615 \times 10^6 \text{ Wh}$**  .....

## Exercice 5

Un macaron est composé de deux biscuits et d'une couche de crème. Cette couche de crème peut être assimilée à un cylindre de rayon 20 mm et de hauteur 5 mm.

Le volume  $V$  d'un cylindre est donné par la relation  $V = \pi \times R^2 \times h$ .



**a** Vérifiez que le volume de crème contenu dans un macaron, arrondi à la dizaine d'unités, est 6 280 mm<sup>3</sup>.

$$V = \pi \times 20^2 \times 5 \approx 6\,280 \text{ mm}^3$$

**b** Margaux a dans son saladier 30 cL de crème.

Calculez le nombre de macarons que Margaux peut confectionner.

On rappelle que 100 cL = 1 dm<sup>3</sup> et 1 dm<sup>3</sup> = 1 000 000 mm<sup>3</sup>.

Faites apparaître la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation même si le travail n'est pas complètement abouti.

Convertir le volume de crème en mm<sup>3</sup> : 30 cL = 0,3 dm<sup>3</sup> = 0,3 × 1 000 000 mm<sup>3</sup> = 300 000 mm<sup>3</sup>

Calculer le nombre de macarons que Margaux peut confectionner :  $\frac{300\,000}{6\,280} \approx 47,77$

Margaux pourra confectionner 47 macarons avec 30 cL de crème.

## GRILLE d'évaluation Chapitre 2 : Puissances – Racines carrées

Compétences travaillées	Connaissances et compétences associées	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
<b>Chercher</b>	• <b>Trouver</b> les informations utiles pour résoudre un problème.	5b			
<b>Modéliser</b>	• <b>Calculer</b> avec des grandeurs mesurables ; <b>exprimer</b> les résultats dans les unités adaptées.	5b			
	• <b>Traduire</b> en langage mathématique une situation réelle.	5b			
<b>Raisonner</b>	• <b>Faire</b> correspondre une grandeur à une notation scientifique.	2			
	• <b>Résoudre</b> un problème impliquant des grandeurs variées.	5b			
<b>Calculer</b>	• <b>Convertir</b> une masse.	1a			
	• <b>Écrire</b> en notation scientifique.	1b			
		4b			
	• <b>Utiliser</b> la formule de l'aire d'un disque.	3a			
	• <b>Utiliser</b> la formule du rayon d'un disque.	3b			
	• <b>Calculer</b> une consommation moyenne.	4a			
<b>Communiquer</b>	• <b>Utiliser</b> la formule du volume d'un cylindre.	5a			
	• <b>Expliquer</b> par écrit la démarche employée en utilisant un langage mathématique adapté.	5b			

# Valeur numérique d'une expression littérale

## Question FLASH

→ Dans les expressions suivantes, repérez d'une flèche les endroits où il faut faire une multiplication :

$3t + 4$      $2 - 4x$      $3(2 - x)$      $(4x + 7y)$      $(3x + 2)(4x - 3)$

## ACTIVITÉ 1 Calculer la valeur numérique d'une expression littérale

Chloé a acheté des ingrédients pour réaliser des pizzas. Elle a pris trois pâtes à pizza et deux pots de sauce tomate. Elle a payé au total 9,45 €.

**But de l'activité :** retrouver le prix d'une pâte à pizza et d'un pot de sauce tomate.

On note  $p$  le prix d'une pâte à pizza et  $s$  le prix d'un pot de sauce.

**a Choisissez** parmi les expressions suivantes celle qui traduit le prix total payé par Chloé.

- ☐  $p + s$     ☐  $3p + s$     ☐  $2p + 3s$     ☒  $3p + 2s$

**b** L'expression choisie en **a** prend la valeur 9,45 pour l'un des trois couples de valeurs proposés ci-dessous. Indiquez lequel.

- ☐  $p = 1,85$  et  $s = 2,20$     ☒  $p = 1,75$  et  $s = 2,10$     ☐  $p = 1,70$  et  $s = 2,05$

**Expliquez** comment vous avez procédé pour faire votre choix.

On remplace dans chaque expression  $p$  et  $s$  par les valeurs proposées.

Avec  $p = 1,85$  et  $s = 2,20$  :  $3 \times 1,85 + 2 \times 2,20 = 9,95$ .

Avec  $p = 1,75$  et  $s = 2,10$  :  $3 \times 1,75 + 2 \times 2,10 = 9,45$ .

Avec  $p = 1,70$  et  $s = 2,05$  :  $3 \times 1,70 + 2 \times 2,05 = 9,2$ .

**c Déduisez-en** le prix payé par Chloé pour une pâte à pizza et un pot de sauce tomate.

Le prix d'une pâte à pizza est 1,75 € et le prix d'un pot de sauce tomate est 2,10 €.



## Je fais LE POINT

- Une **expression littérale** est une expression qui comprend une ou plusieurs lettres. Cette lettre ou ces lettres représentent des nombres dont la valeur peut varier : ce sont des **variables**.
- On peut calculer la **valeur numérique** d'une expression littérale en remplaçant la ou les lettres par leur valeur.

### Exemple

Les expressions  $3x + 2y$  et  $5a + 4b - 12$  sont des expressions littérales.

Si  $x = 5$  et  $y = -1$ , alors l'expression  $3x + 2y$  vaut :  $3 \times 5 + 2 \times (-1) = 15 + (-2) = 13$ .

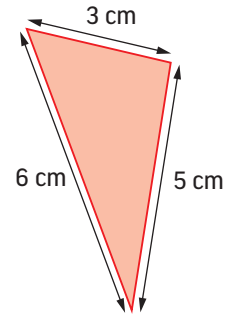
Si  $a = -4$  et  $b = 2$ , alors l'expression  $5a + 4b - 12$  vaut :  $5 \times (-4) + 4 \times 2 - 12 = (-20) + 8 - 12 = -24$ .

## ACTIVITÉ 2 Calculer l'aire d'un triangle avec la formule de Héron

Héron d'Alexandrie (I<sup>er</sup> siècle après JC) a exprimé, par une formule qui porte son nom, l'aire  $S$  d'un triangle dont les côtés ont pour longueur  $a$ ,  $b$  et  $c$  :

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ où } p \text{ est le demi-périmètre du triangle.}$$

On considère le triangle ci-contre.



**But de l'activité :** calculer l'aire de ce triangle avec la formule de Héron.

**a** Calculez, en cm, le périmètre du triangle.

$3 + 5 + 6 = 14$ . Le périmètre du triangle est 14 cm.

**b** Déduisez-en la valeur  $p$  du demi-périmètre :  $p = 7$  cm.

**c** Complétez :  $a = 3$  cm,  $b = 5$  cm,  $c = 6$  cm.

$$S = \sqrt{7(7-3)(7-5)(7-6)}$$

**d** Effectuez les opérations entre parenthèses.

$$S = \sqrt{7 \times 4 \times 2 \times 1}$$

**e** Vérifiez que le produit sous la racine est égal à 56.

$$S = \sqrt{56}$$

**f** Calculez  $S$  en cm<sup>2</sup>. Arrondissez le résultat au dixième.  $S \approx 7,5$  cm<sup>2</sup>.

**g** Pour vérifier le résultat précédent, complétez la séquence de touches de la calculatrice correspondant au calcul de  $S$ .



**h** Avec la calculatrice, calculez  $S$ , en cm<sup>2</sup>. Arrondissez au centième.

$S \approx 7,48$  cm<sup>2</sup>.



Vous pouvez placer les côtés  $a$ ,  $b$  et  $c$  de la façon que vous voulez.

### Je fais LE POINT

Pour calculer la valeur numérique d'une expression littérale, il faut :

- soit établir un **programme de calculs** en respectant les **priorités des opérations** indiquées par les signes opératoires et les parenthèses ;
- soit utiliser les fonctionnalités de la calculatrice.

*Exemple*

Pour calculer l'expression  $3x - 5(2x + 3)$ , il faut commencer par effectuer le calcul à l'intérieur de la parenthèse, puis effectuer les multiplications.

Pour  $x = 2$ , le calcul devient  $3 \times 2 - 5 \times (2 \times 2 + 3) = 3 \times 2 - 5 \times (4 + 3) = 3 \times 2 - 5 \times 7 = 6 - 35 = -29$

À la calculatrice, la séquence de touches serait :



# Développement et factorisation

## Question FLASH

→ L'expression  $2x + 8 + 7x - 5x + 6y + 3 - 2y$  peut s'écrire plus simplement :

- ☐ 19      ☐  $8x + 11$       ☒  $4x + 4y + 11$       ☐  $4x^3 + 4y^2 + 11$

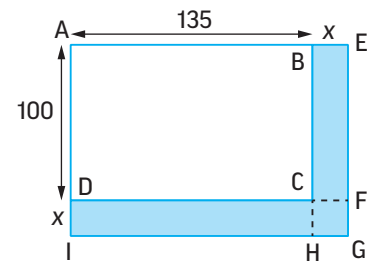
→ L'expression  $3x^2 + 12 + 5x - x^2 + 4x + 2$  peut s'écrire plus simplement :

- ☐ 25      ☐  $11x + 14$       ☐  $11x^2 + 14$       ☒  $2x^2 + 9x + 14$

## ACTIVITÉ 1 Développer une expression

Thomas possède un terrain sur lequel il cultive des céréales. Il veut agrandir son terrain en acquérant deux bandes de même largeur  $x$  aux extrémités (partie en bleu).

**But de l'activité :** calculer de différentes façons l'aire du terrain agrandi.



**a** Exprimez la nouvelle longueur du terrain en fonction de  $x$  :  $135 + x$ .

**b** Exprimez la nouvelle largeur du terrain en fonction de  $x$  :  $100 + x$ .

**c** Exprimez l'aire  $A$  du nouveau terrain en fonction de  $x$  :  $A = (135 + x)(100 + x)$ .  
Vous obtenez la **forme factorisée** de  $A$ .

**d** Pour obtenir la **forme développée** de  $A$ , complétez :

$$\begin{aligned} (135 + x)(100 + x) &= \underbrace{135 \times 100}_{13\,500} + \underbrace{135 \times x}_{135x} + \underbrace{x \times 100}_{100x} + \underbrace{x \times x}_{x^2} \quad (\text{effectuez les multiplications}) ; \\ &= x^2 + 235x + 13\,500 \quad (\text{réduisez l'expression}) \end{aligned}$$

**e** L'aire du terrain peut aussi s'obtenir en ajoutant les aires des quadrilatères ABCD, BEFC, CFGH et CHID, soit  $13\,500 + 100x + x^2 + 135x$ . **Vérifiez** que l'on obtient la forme développée de  $A$ , trouvée en **d**.

$$x^2 + (100 + 135)x + 13\,500 = x^2 + 235x + 13\,500$$

**f** Calculez l'aire du terrain agrandi si  $x = 10$  m avec la forme factorisée, puis avec la forme développée et comparez les résultats.

Avec la forme factorisée :  $A = (135 + 10)(100 + 10) = 145 \times 110 = 15\,950 \text{ m}^2$ .

Avec la forme développée :  $A = 10^2 + 235 \times 10 + 13\,500 = 15\,950 \text{ m}^2$ . Les deux expressions donnent bien le même résultat.

## Je fais LE POINT

● **Développer** une expression, c'est **transformer un produit en une somme**.

$$a(b + c) = ab + ac \quad (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples

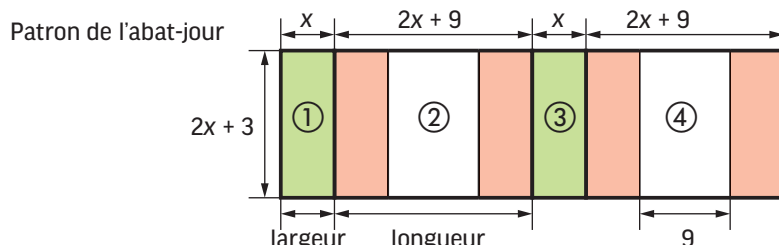
$$3(x + 3) = 3 \times x + 3 \times 3 = 3x + 9$$

$$(x + 8)(x - 2) = x \times x + x \times (-2) + 8 \times x + 8 \times (-2) = x^2 - 2x + 8x - 16 = x^2 + 6x - 16$$

## ACTIVITÉ 2 Factoriser une expression

Samia est créatrice d'abat-jour en papier pour un grand magasin de décoration. Elle travaille sur un modèle parallélépipédique dont le patron est donné ci-dessous. Pour fabriquer les abat-jour, elle utilise des bandes de papier blanc de largeur 9 cm et des bandes de papier coloré de largeur modulable,  $x$ . La valeur de  $x$  est fixée en fonction des besoins du client.

**But de l'activité :** calculer l'aire d'un abat-jour.



**a** Exprimez l'aire  $A_1$  de la face ① en fonction de  $x$  :  $(2x + 3) \times x$ .....

**b** Exprimez l'aire  $A_2$  de la face ② en fonction de  $x$  :  $(2x + 3) \times (2x + 9)$   
De même, on note  $A_3$  et  $A_4$  les aires respectives des faces ③ et ④.

**c** Complétez l'expression de l'aire totale de l'abat-jour, soit  $A_1 + A_2 + A_3 + A_4$  :

$$(2x + 3) \times x + (2x + 3) \times (2x + 9) + (2x + 3) \times x + (2x + 3) \times (2x + 9)$$

**d** Entourez dans l'expression précédente le facteur qui est commun à chaque terme de la somme.

**e** Complétez l'expression ci-dessous de façon à factoriser l'expression trouvée en c.

$$(2x + 3) \times (x + 2x + 9 + x + 2x + 9)$$

**f** Réduisez l'expression dans la deuxième parenthèse :  $(2x + 3) \times (6x + 18)$

**g** Est-il possible de factoriser davantage cette expression ? Si oui, faites-le.

Dans la deuxième parenthèse, 6 est un diviseur commun à 6 et 18. On peut donc mettre 6 en facteur commun :

$$(2x + 3) \times (6x + 18) = (2x + 3) \times 6(x + 3) = 6(2x + 3) \times (x + 3)$$

**h** Utilisez l'expression trouvée en g pour calculer l'aire totale d'un abat-jour si  $x = 6$  cm.

Si  $x = 6$ , l'aire totale de l'abat-jour est  $810 \text{ cm}^2$ .

$$6(2 \times 6 + 3) \times (6 + 3) = 6 \times 15 \times 9 = 810$$

### Je fais LE POINT

● **Factoriser** une somme, c'est la transformer en produit. Une des méthodes possibles pour factoriser une somme est la **mise en facteur commun**.

$$ab + ac + ad + ae = a(b + c + d + e)$$

Exemples

$$15x^2 - 10x = 5x(3x - 2)$$

$$(x + 4)(2x - 6) - (3x + 7)(x + 4) = (x + 4) \times [(2x - 6) - (3x + 7)] = (x + 4)(2x - 6 - 3x - 7) = (x + 4)(-x - 13)$$

## Je m'entraîne



QCM

# qcm

Un autre QCM en ligne

foucherconnect.fr/maths307

Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. L'expression  $3(x - 7)$  peut s'écrire :

☐  $x - 4$ 
☐  $3x - 7$ 
☒  $3x - 21$ 

b. Une fois développé et réduit, le produit  $(5x - 1)(2x + 1)$  s'écrit :

☒  $10x^2 + 3x - 1$ 
☐  $7x$ 
☐  $10x^2 + 7x - 1$ 

c. L'expression  $3x + 6y - 12$  peut être factorisée sous la forme :

☐  $3(3x + 6y - 6)$ 
☒  $3(x + 2y - 4)$ 
☐  $6(x + y - 2)$ 

d. L'expression  $(x + 12)(3x + 4) - (x + 12)(3 - x)$  peut s'écrire sous la forme :

☐  $(x + 12)(2x + 7)$ 
☐  $(x + 12)(4x - 1)$ 
☒  $(x + 12)(4x + 1)$ 

e. Lorsque l'on donne à  $x$  la valeur 30, l'expression  $(x - 10)^2$  vaut :

☐ 20

☐ 40

☒ 400

## Vrai - Faux

Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations et justifiez votre choix.

a. On considère le rectangle ABCD pour  $x > 1$ .

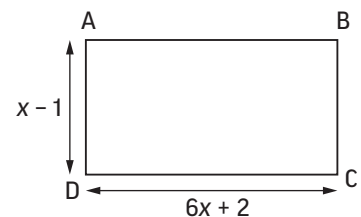
**Affirmation :** l'aire du rectangle ABCD est  $7x + 1$ .

☐ Vrai

☒ Faux

L'aire du rectangle ABCD est  $(x - 1)(6x + 2) = 6x^2 + 2x - 6x - 2$

soit  $6x^2 - 4x - 2$  qui n'est pas égal à  $7x + 1$ .



b. On considère l'expression  $A = 2(3x + 1) + (3 - x)$ .

**Affirmation :** lorsque  $x = 3$ , on obtient  $A = 20$ .

☒ Vrai

☐ Faux

$A = 2(3 \times 3 + 1) + (3 - 3) = 2 \times 10 + 0 = 20$

c. Un hexagone régulier est un polygone ayant six côtés de même longueur et six angles de même mesure.

L'aire  $A$  d'un hexagone régulier est donnée par la formule  $A = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$  où  $a$  représente la longueur d'un côté.

**Affirmation :** l'aire d'un hexagone régulier dont chaque côté mesure 4 cm vaut  $40 \text{ cm}^2$  arrondi à l'unité.

☐ Vrai

☒ Faux

Si  $a = 4 \text{ cm}$ , alors  $A = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 4^2 \approx 41,57$  soit  $42 \text{ cm}^2$  arrondi à l'unité.



## Programme de calcul

## Exercice 1

**a** Reliez chaque programme de calcul à son résultat.

Prendre un nombre  $x$ ,  
le multiplier par 5,  
soustraire 6 au résultat.

Prendre un nombre  $x$ ,  
le multiplier par 5,  
ajouter 6 au résultat.

Prendre un nombre  $x$ ,  
soustraire 5,  
multiplier par 6 le résultat.

$5x + 6$

$6(x - 5)$

$5x - 6$

**b** Écrivez un programme permettant de calculer l'expression  $6x - 5$ .

Prendre un nombre  $x$ , le multiplier par 6, soustraire 5 au résultat.

## Développement

## Exercice 2

Reliez par un trait les expressions égales :

$5x + 2x + x$

$8(x + 1)$

$6x + 1 + 2x$

$6x - (-2x + 1)$

$8x + 1$

$8x + 8$

$8x - 1$

$8x$

## Exercice 3

Développez et réduisez les expressions suivantes.

$A = 3(2x + 5) = 6x + 15$

$B = 2(5x - 7) = 10x - 14$

$C = 2(a - 1) + 4(3a - 2) = 2a - 2 + 12a - 8 = 14a - 10$

$D = (x + 1)(x + 7) = x^2 + 8x + 7$

$E = (x + 3)(2x - 1) - 5(2x + 8) = 2x^2 - x + 6x - 3 - 10x - 40 = 2x^2 - 5x - 43$

## Factorisation

## Exercice 4

Factorisez les expressions suivantes.

$A = 6x - 12y + 18 = 6(x - 2y + 3)$

$B = x^5 + 7x^2 = x^2(x^3 + 7)$

$C = 5y^2 - 10y = 5y(y - 2)$

$D = 35a^3 + 21a^2 - 14a = 7a(5a^2 + 3a - 2)$

$E = 2(2x + 1) + 3(2x + 1) = 5(2x + 1)$

$F = x(x + 3) - 8(x + 3) = (x + 3)(x - 8)$

$G = (3x - 2)(x + 4) - 5(x + 4) = (x + 4)(3x - 2 - 5) = (x + 4)(3x - 7)$

## Je vais plus loin



## Exercice 5

Dans cet exercice, vous allez découvrir les identités remarquables.

## Carré d'une somme

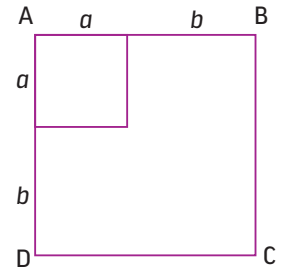
Soit le carré ABCD ci-contre.

**a** Exprimez la longueur AB en fonction de  $a$  et  $b$  :  $a + b$

**b** Exprimez l'aire du carré ABCD en fonction de  $a$  et  $b$  :  $(a + b)^2$

**c** Développez et réduisez l'expression trouvée en **b**.

$$(a + b) \times (a + b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b = a^2 + 2ab + b^2$$



## Carré d'une différence

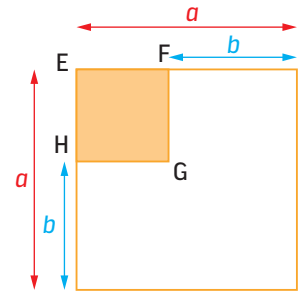
Soit le carré EFGH ci-contre.

**d** Exprimez la longueur EF en fonction de  $a$  et  $b$  :  $a - b$

**e** Exprimez l'aire du carré EFGH en fonction de  $a$  et  $b$  :  $(a - b)^2$

**f** Développez et réduisez l'expression trouvée en **e**.

$$(a - b) \times (a - b) = a \times a - a \times b - b \times a + b \times b = a^2 - 2ab + b^2$$



## Produit d'une somme par une différence

Soit le rectangle AEFD.

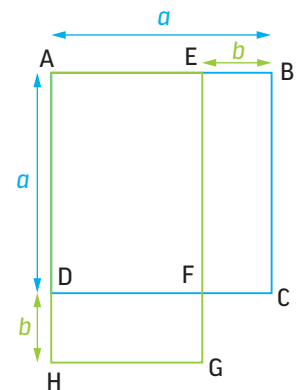
**g** Exprimez la longueur AE en fonction de  $a$  et  $b$  :  $a - b$

**h** Exprimez la longueur AH en fonction de  $a$  et  $b$  :  $a + b$

**i** Exprimez l'aire du rectangle AEGH en fonction de  $a$  et  $b$  :  $(a - b) \times (a + b)$

**j** Développez et réduisez l'expression trouvée en **i**.

$$(a - b) \times (a + b) = a \times a + a \times b - b \times a - b \times b = a^2 - b^2$$



Vous venez de retrouver les identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

## Exercice 6

Melinda pense avoir prouvé que «  $25 = 17$  ».

Le détail de ses calculs est le suivant :  $25 = 5^2 = (4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$ .

Trouvez l'erreur dans son calcul.

Melinda n'a pas développé correctement  $(4 + 1)^2$ . En utilisant l'identité remarquable trouvée à l'exercice 5,

on obtient :  $(4 + 1)^2 = 4^2 + 2 \times 4 \times 1 + 1^2 = 16 + 8 + 1 = 25$ .

## Exercice 7

Les identités remarquables peuvent s'avérer utiles. Par exemple, pour calculer, sans calculatrice,  $101^2$ , on écrit :  $101 = 100 + 1$  et on utilise l'identité remarquable  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ , ce qui donne :

$$101^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201.$$

En vous aidant des identités remarquables, **effectuez** les calculs suivants (sans calculatrice !).

**a**  $102^2 = (100 + 2)^2 = 10\,404$

**b**  $99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 9\,801$

**c**  $998 \times 1\,002 = (1\,000 - 2)(1\,000 + 2) = 999\,996$

**d**  $55^2 - 54^2 = 55^2 - (55 - 1)^2 = 109$

## Exercice 8

**a** Montrez que  $(x + 1)^2 - x^2 = x + (x + 1)$ , quel que soit  $x$ .

$$(x + 1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1 = x + (x + 1)$$

**b** Si l'on donne à  $x$  une valeur entière positive, cette identité montre que la différence des carrés de deux entiers consécutifs est égale à la somme de ces deux entiers.

Connaissant le carré de 30 ( $30^2 = 900$ ), **calculez** les carrés de 31, 32 et 33.

$$31^2 - 30^2 = 30 + 31 = 61. \text{ On en déduit } 31^2 = 900 + 61 = 961.$$

$$32^2 - 31^2 = 31 + 32 = 63. \text{ On en déduit } 32^2 = 961 + 63 = 1\,024.$$

$$33^2 - 32^2 = 32 + 33 = 65. \text{ On en déduit } 33^2 = 1\,024 + 65 = 1\,089.$$

## Exercice 9

Le professeur dit à Mélanie : « Choisis un nombre  $x$  ; ajoute 3 au quadruple de  $x$  ; calcule alors le carré du nombre obtenu et retranche-lui le nombre 9 ».

**a** Quel résultat trouvera Mélanie si elle choisit  $x = 10$  ?

$$(4 \times 10 + 3)^2 - 9 = 1\,840$$

**b** Entourez l'expression qui correspond au programme de calcul donné par le professeur.

$$A = 3(4x)^2 - 9$$

$$B = (4x + 3)^2 - 9$$

$$C = 3 + 4x^2 - 9$$

**c** Développez l'expression choisie à la question **b** :  $16x^2 + 24x + 9 - 9 = 16x^2 + 24x$

**d** Calculez avec cette forme développée le résultat pour  $x = 10$  :  $16 \times 10^2 + 24 \times 10 = 1\,840$

**e** Trouvez-vous le même résultat qu'à la question **a** ? Oui, on trouve le même résultat.

**f** À l'aide d'une identité remarquable, factorisez l'expression choisie au **b**.

$$(4x + 3)^2 - 9 = (4x + 3 + 3)(4x + 3 - 3) = 4x \times (4x + 6)$$

**g** Calculez avec cette forme factorisée le résultat pour  $x = 10$ .

$$4 \times 10 \times (4 \times 10 + 6) = 40 \times 46 = 1\,840$$

**h** Quelle forme, développée ou factorisée de l'expression, vous paraît la plus facile à utiliser pour calculer les résultats ?

La forme factorisée est la plus simple à utiliser, car cela revient à faire une multiplication.





## Exercice 10



Soit le programme de calcul suivant :

Prendre un nombre  $x$   
Soustraire 3  
Élever au carré le résultat  
Ajouter 5 au résultat.

Pour tester différentes valeurs vous pouvez utiliser un tableur.

	A	B
	Nombre choisi	$(x-3)^2+5$
1	$x$	
2	0	$= (A2-3)^2+5$

**a** Faites des essais avec plusieurs valeurs : - 2, 0 et 5 par exemple..

Avec - 2 le résultat est 30 ; avec 0 le résultat est 14 ; avec 5 le résultat est 9.

Pour le corrigé, voir fichier 03\_exo10\_C.xls.

**b** Est-il possible d'obtenir 0 comme résultat avec ce programme ?

Non, il est impossible d'obtenir zéro comme résultat avec ce programme.

**c** Est-il possible d'obtenir un nombre négatif comme résultat avec ce programme ?

Non, il est impossible d'obtenir un nombre négatif avec ce programme.

**d** Conjecturez le signe du résultat obtenu.

Le signe du résultat que l'on obtient avec ce programme est positif.

**e** Prouvez que la conjecture précédente est correcte.

Pour tout  $x$ , le carré de  $x - 3$  est positif ou nul ; si on lui ajoute 5, le résultat obtenu est strictement positif.

**f** Écrivez, avec le logiciel Scratch, ce programme de calcul et testez-le afin de vérifier les réponses obtenues en a, b et c.

Pour le corrigé, voir fichier 03\_exo10\_C.sb2.

## Exercice 11

PRO Métiers de l'automobile

Pour un moteur thermique à combustion interne, la cylindrée  $V$  est le volume total des cylindres d'un moteur exprimé en  $\text{cm}^3$ .

L'alésage  $A$  est le diamètre intérieur du cylindre, la course  $C$  est la distance comprise entre le point mort haut (PMH) et le point mort bas (PMB).

La cylindrée totale  $V$  se calcule avec la formule :

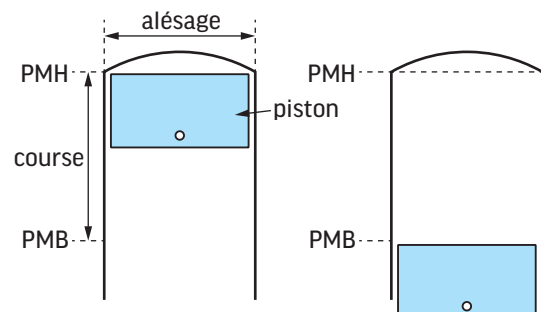
$$V = \pi \left( \frac{A}{2} \right)^2 \cdot C \cdot n$$

$A$  est en cm,  $C$  en cm et  $n$  est le nombre de cylindres.

Calculez la cylindrée d'un moteur quatre cylindres ayant un alésage de 77 mm et une course de 65,6 mm.

$$V = \pi \left( \frac{7,7}{2} \right)^2 \times 6,56 \times 4 \approx 1\,222 \text{ cm}^3$$

La cylindrée d'un moteur 4 cylindres est de 1 222  $\text{cm}^3$ .



## Exercice 12

PRISE d'initiative

Maeva prépare l'examen du code de la route.

Elle trouve l'information suivante :

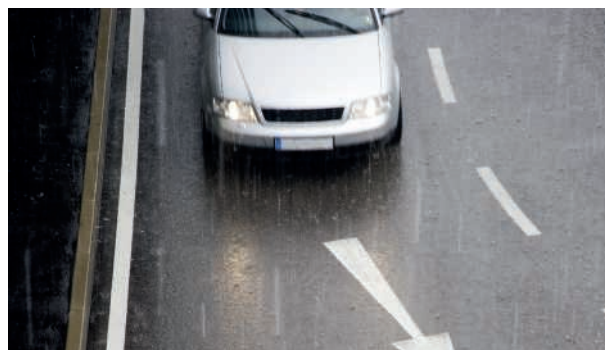
La distance d'arrêt  $d$  d'un véhicule dépend de la distance parcourue pendant le temps de réaction du conducteur et de la distance de freinage. Le temps de réaction est généralement estimé à une seconde, ce qui permet d'exprimer la distance  $d$  en fonction de la vitesse  $v$  du véhicule exprimée en m/s :

- sur route sèche :  $d = v + 0,08 v^2$  ;
- sur route humide :  $d = v + 0,14 v^2$ .

Son moniteur lui affirme que lorsque l'on roule à la vitesse de 90 km/h sur une route humide, il faut environ 50 % de distance supplémentaire par rapport à une route sèche pour s'arrêter. Maeva est sceptique.

**Prouvez** que le moniteur de Maeva a raison.

Faites apparaître la démarche utilisée.



Les relations proposées utilisent la vitesse en m/s, il faut donc convertir :  $90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$

- sur route sèche :  $d = 25 + 0,08 \times 25^2 = 75 \text{ m}$  ;

- sur route humide :  $d = 25 + 0,14 \times 25^2 = 112,5 \text{ m}$ .

Si l'on ajoute 50 % de la distance correspondant à une route sèche, on trouve :  $75 + 37,5 = 112,5 \text{ m}$ .

Cela correspond à l'affirmation du moniteur : à 90 km/h, il faut compter 50 % de distance d'arrêt supplémentaire par rapport à une route sèche.

## Exercice 13

PRISE d'initiative

PRO Métiers du bâtiment

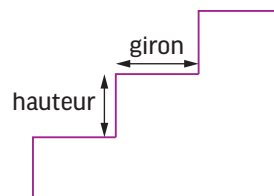
L'architecte François Blondel (1618-1686) a établi une relation entre le giron ( $g$ ) et la hauteur ( $h$ ) d'une marche d'un escalier :  $g + 2h = 63$ , les dimensions étant données en cm.

Un tel escalier est agréable à monter pourvu qu'il respecte les normes modernes : le giron doit mesurer entre 24 et 32 cm et la hauteur d'une marche au maximum 18 cm.

On veut construire un escalier de hauteur totale 2,70 m, répondant aux normes précitées.

**Déterminez** le nombre de marches nécessaires ainsi que le giron et la hauteur des marches de cet escalier. Il peut y avoir plusieurs solutions, vous choisirez alors celle permettant d'avoir la hauteur de marche la plus faible.

Faites apparaître la démarche utilisée.



En utilisant la formule de Blondel, on trouve qu'un giron de 24 cm correspond à une hauteur de marche

de  $(63 - 24) \div 2 = 19,5 \text{ cm}$  (trop élevé car  $h \leq 18 \text{ cm}$ ) et un giron de 32 cm correspond à une hauteur de

marche de  $(63 - 32) \div 2 = 15,5 \text{ cm}$ . On en déduit  $15,5 \leq h \leq 18 \text{ cm}$ . L'escalier ayant une hauteur de 2,70 m,

cela correspond à un nombre de marches compris entre 15 ( $2,70 \div 0,18 = 15$ ) et 17 ( $2,70 \div 0,155 \approx 17,4$ ).

Les solutions possibles pour cet escalier sont 15, 16 ou 17 marches. On choisira 17 marches puisque

l'on souhaite la hauteur de marche la plus faible possible, la hauteur sera 15,9 cm et le giron 31,2 cm.

# Je me teste VERS LE BREVET 3

Nom : .....

Prénom : .....

Date : ..... Classe : .....



## Exercice 1

- a** Entourez parmi les programmes suivants, celui qui permet de calculer l'expression  $(x + 2)^2 - 4$ .

Prendre un nombre  $x$ ,  
ajouter 2,  
soustraire 4 au résultat,  
élever au carré le résultat.

Prendre un nombre  $x$ ,  
ajouter 2,  
élever au carré le résultat,  
soustraire 4 au résultat.

Prendre un nombre  $x$ ,  
soustraire 4,  
ajouter 2 au résultat,  
élever au carré le résultat.

- b** Donnez un nombre pour lequel le résultat obtenu est négatif : **avec -1 le résultat obtenu est -3.**

- c** Parmi les nombres -4, -2, 0, 2 et 4, dites quel est celui (ou ceux) qui permette(nt) d'obtenir le nombre zéro comme résultat.

**$(-4 + 2)^2 - 4 = 2^2 - 4 = 0$  ;  $(0 + 2)^2 - 4 = 2^2 - 4 = 0$ . Avec -4 et 0 on obtient le résultat 0.**

## Exercice 2

- a** Développez et réduisez l'expression suivante.

$$A = (x - 4)(2x + 1) - 6(3x - 7) = 2x^2 + x - 8x - 4 - 18x + 42 = 2x^2 - 25x + 38$$

- b** Factorisez l'expression suivante.

$$B = (3x - 8)(x + 5) - (x + 5)(x - 3) = (x + 5)(3x - 8 - x + 3) = (x + 5)(2x - 5)$$

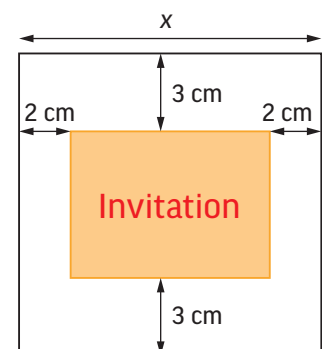
- c** Hichame a développé l'expression  $(4x - 5)^2$ . Il a trouvé  $16x^2 + 40x - 25$ . Dites si sa réponse est correcte. S'il y a une erreur, corrigez-la.

$$(4x - 5)^2 = (4x - 5) \times (4x - 5) = 16x^2 - 20x - 20x + 25 = 16x^2 - 40x + 25.$$

**Hichame a donc inversé les signes devant 40x et 25.**

## Exercice 3

Charline prépare des cartons d'invitation pour son anniversaire. Elle veut écrire son texte dans la zone centrale d'une carte carrée, tout en laissant des marges comme indiqué sur le croquis ci-contre.



- a** Exprimez la longueur de la zone de texte en fonction de  $x$  :  **$x - 4$**

- b** Exprimez la largeur de la zone de texte en fonction de  $x$  :  **$x - 6$**

- c** Exprimez l'aire de la zone de texte en fonction de  $x$  :  **$(x - 4)(x - 6)$**

- d** Développez l'expression trouvée en **c** :  **$x^2 - 10x + 24$**

- e** Charline veut que l'aire de la zone de texte mesure au moins  $50 \text{ cm}^2$ . Peut-elle choisir un carton carré dont le côté mesure 12 cm ? Justifiez la réponse.

**Si  $x = 12 \text{ cm}$ , alors l'aire de la zone de texte est :  $12^2 - 10 \times 12 + 24 = 48 \text{ cm}^2$ . Ce carton carré ne convient pas puisque la zone de texte aurait une aire inférieure à  $50 \text{ cm}^2$ .**

## Exercice 4

À l'auto-école, Juliette a appris que lorsqu'un véhicule est en mouvement, il accumule systématiquement de l'énergie cinétique  $E_c$ . En cas d'accident, une vitesse deux fois plus élevée conduit à un choc quatre fois plus violent car l'énergie cinétique sera quatre fois plus importante. Juliette voudrait vérifier cette information car elle pense que le choc devrait être deux fois plus violent puisque la vitesse double. Elle dispose des informations suivantes :

- L'énergie cinétique se calcule à l'aide de la formule

$$E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2 \text{ avec } E_c \text{ en Joules (J) ; } m \text{ la masse en}$$

kilogrammes (kg) et  $v$  la vitesse en mètres par seconde (m/s).

- La masse du véhicule de l'auto-école sur lequel elle s'entraîne à conduire est 955 kg.

- 50 km/h  $\approx$  14 m/s.

Aidez Juliette à vérifier que lorsque la vitesse d'un véhicule double, l'énergie cinétique quadruple.

Faites apparaître la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation même si le travail n'est pas complètement abouti.

Il y a plusieurs réponses possibles : l'élève peut proposer de comparer deux résultats obtenus

avec 14 m/s et 28 m/s par exemple.

Sinon, dans la formule, on peut remplacer  $v$  par  $2v$  et calculer  $E_c'$  :

$E_c' = \frac{1}{2} \times m \times (2v)^2 = \frac{1}{2} \times m \times 4v^2 = 4 \times E_c$ . Lorsque l'on double la vitesse, l'énergie cinétique acquise par le véhicule sera quatre fois plus importante.



## GRILLE d'évaluation Chapitre 3 : Calcul littéral

Compétences travaillées	Connaissances et compétences associées	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
Modéliser	<ul style="list-style-type: none"> <li>Proposer un nombre donnant un résultat négatif.</li> <li>Donner le nombre donnant zéro pour résultat.</li> <li>Décoder un schéma.</li> </ul>	1b 1c 3a 3b			
Modéliser	<ul style="list-style-type: none"> <li>Retrouver un programme de calculs.</li> <li>Exprimer l'aire de la zone de texte en fonction de <math>x</math>.</li> </ul>	1a 3c			
Raisonner	<ul style="list-style-type: none"> <li>Proposer une démarche.</li> <li>Vérifier que <math>E_c</math> quadruple lorsque <math>v</math> double.</li> </ul>	4 4			
Calculer	<ul style="list-style-type: none"> <li>Développer et réduire des expressions.</li> <li>Factoriser une expression.</li> <li>Calculer l'aire de la zone de texte.</li> <li>Calculer l'énergie cinétique du véhicule.</li> </ul>	2a 2c 3d 2b 3d 4			
Communiquer	<ul style="list-style-type: none"> <li>Rédiger la réponse de façon claire et précise.</li> <li>Donner la réponse en la justifiant.</li> <li>Expliquer de façon claire la démarche suivie pour répondre au problème, donner les étapes.</li> </ul>	2c 3e 4			

# Équations à une inconnue

## Question FLASH

→ Calculez :

- $3x$  pour  $x = 2$  ;  $3x = 6$ .....
- $x + 6$  pour  $x = 4,5$  ;  $x + 6 = 10,5$ .....
- $11 + x$  pour  $x = -7$  ;  $11 + x = 4$ .....
- $4 - x$  pour  $x = 3$  ;  $4 - x = 1$ .....

## ACTIVITÉ 1 Résoudre un problème du premier degré à l'aide d'une équation

Chez Bricomania, Léane achète 4 interrupteurs et 0,80 € de fil électrique. Victor achète 2 interrupteurs et une lampe à 7,90 €. Léane et Victor dépensent la même somme.

**But de l'activité :** calculer le prix  $x$  d'un interrupteur à l'aide d'une équation à une inconnue.



Une équation est une égalité contenant des nombres inconnus désignés chacun par une lettre.

**a** L'énoncé peut se traduire par :

prix de 4 interrupteurs + 0,80 = prix de 2 interrupteurs + 7,90.

- **exprimez** le prix de 4 interrupteurs en fonction de  $x$  :  $4x$ .....
- **exprimez** le prix de 2 interrupteurs en fonction de  $x$  :  $2x$ .....
- **écrivez** l'équation qui traduit l'énoncé :  $4x$ ..... + 0,80 =  $2x$ ..... + 7,90

**b** Pour résoudre l'équation obtenue,

- **retranchez**  $2x$  dans les deux membres :  $4x - 2x$ ..... + 0,80 =  $2x - 2x$ ..... + 7,90
- **réduisez** dans chaque membre :  $2$ .....  $x$  + 0,80 =  $7,90$ .....
- **retranchez** 0,80 dans les deux membres :  $2$ .....  $x$  + 0,80 - 0,80..... = 7,90 - 0,80.....
- **réduisez** dans chaque membre :  $2x$ ..... =  $7,10$ .....
- **divisez** par le coefficient placé devant  $x$  :  $\frac{2x}{2} = \frac{7,10}{2}$ . D'où  $x = 3,55$ .....

**c** Déduisez-en le prix d'un interrupteur.

Le prix d'un interrupteur est 3,55 €.

## Je fais LE POINT

- Certains énoncés de problèmes peuvent se traduire par une **équation**. La résolution de l'équation permet de donner la **solution** du problème.

### Exemple

Faustine pense à un nombre  $n$ . Elle multiplie ce nombre par 4, puis retranche 6 au résultat obtenu et divise le tout par 5. Elle obtient 6,8. Quel était le nombre  $n$  ?

L'équation qui permet de trouver  $n$  est  $\frac{4n - 6}{5} = 6,8$  ;  $4n - 6 = 5 \times 6,8$  ;  $4n - 6 = 34$

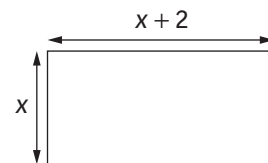
$4n - 6 + 6 = 34 + 6$       $4n = 40$       $n = \frac{40}{4}$       $n = 10$ . Faustine a pensé au nombre 10.

## ACTIVITÉ 2 Résoudre une équation-produit

Pour une exposition, on veut créer des espaces modulables.

Le plancher de cet espace est un rectangle tel que la longueur mesure deux mètres de plus que la largeur. Cette largeur est notée  $x$  (en mètres).

 **But de l'activité :** déterminer la ou les valeurs de  $x$  pour laquelle (lesquelles) l'aire du plancher de l'espace modulable est de  $15 \text{ m}^2$ .



**a** Parmi les propositions suivantes, **cochez** celle qui correspond à l'aire du plancher en fonction de  $x$ .

☐  $2x(x + 2)$

☒  $x(x + 2)$

☐  $x + (x + 2)$

**b** En développant l'expression trouvée précédemment, **montrez** que la situation peut se traduire par l'équation  $x^2 + 2x = 15$ , soit  $x^2 + 2x - 15 = 0$ .

$x(x + 2) = x \times x + x \times 2 = x^2 + 2x$ . Cette expression développée est égale à 15. On a l'équation  $x^2 + 2x = 15$ .

**c** Parmi les propositions suivantes, **cochez** le produit de facteurs qui est égal à  $x^2 + 2x - 15$ .

☒  $(x - 3)(x + 5)$

☐  $(x + 3)(x - 5)$

☐  $(x - 3)(x - 5)$

On applique la propriété suivante : « un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul » à l'équation  $(x - 3)(x + 5) = 0$ . Cela revient à résoudre :  $x - 3 = 0$  et  $x + 5 = 0$ .

**d** Résolvez  $x - 3 = 0$  et  $x + 5 = 0$ .

$$x - 3 = 0$$

$$x - 3 + 3 = 3$$

$$x = 3$$

$$x + 5 = 0$$

$$x + 5 - 5 = -5$$

$$x = -5$$

**e** **Donnez** la ou les valeurs de  $x$  telle que l'aire du plancher soit de  $15 \text{ m}^2$ .

Une largeur de plancher est une valeur positive. La solution  $-5$  ne convient pas car c'est une valeur négative.

Seul 3 convient.



→ Ouvrez le fichier 04\_equation-produit.sb2.

**f** **Exécutez** le programme pour vérifier si les valeurs trouvées au **d** sont solutions de l'équation  $x^2 + 2x = 15$ .

**g** Les réponses obtenues sont-elles correctes ? ☒ Oui.

☐ Non.

### Je fais LE POINT

● Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

**$A \times B = 0$  si et seulement si  $A = 0$  ou  $B = 0$ .**

Exemple

Résoudre l'équation  $(-3x + 4)(5x - 6) = 0$  revient à résoudre indépendamment  $-3x + 4 = 0$  ou  $5x - 6 = 0$

$$-3x = -4 \text{ soit } x = \frac{-4}{-3} ; x = \frac{4}{3} \text{ ou } 5x = 6 \text{ soit } x = \frac{6}{5}.$$

L'équation a pour seules solutions  $\frac{4}{3}$  et  $\frac{6}{5}$ .

# Inéquations à une inconnue

## Question FLASH

→ **Cochez** les inégalités correctes :

☒  $1,42 < 1,6$

☐  $-7 > -5$

☒  $0 \geq -0,5$

☒  $-3,4 \leq -3,27$

## ACTIVITÉ 1 Résoudre une inéquation à une inconnue

Julien pèse 75 kg. Il utilise un ascenseur pour monter des caisses de 70 kg. La charge maximale de l'ascenseur est 600 kg.

**But de l'activité :** calculer, à l'aide d'une inéquation, le nombre maximal  $n$  de caisses que Julien peut prendre avec lui dans l'ascenseur sans dépasser la charge de 600 kg.



L'énoncé peut se traduire par l'inéquation suivante :  $70n + 75 \leq 600$ .

**a** Pour résoudre cette inéquation, **retranchez** 75 aux deux membres de l'inéquation, puis **réduisez** dans chaque membre.

$$70n + 75 - 75 \leq 600 - 75 ; 70n \leq 525$$

**b** **Barrez** la mauvaise réponse : 70, le coefficient de  $n$ , est un nombre positif / ~~négatif~~.

**c** **Divisez** les deux membres de l'inéquation par 70, le coefficient de  $n$ , en appliquant la propriété suivante : si on multiplie ou si on divise par un même nombre les deux membres d'une inégalité, on obtient :

- une inégalité de même sens si le nombre est strictement positif ;
- une inégalité de sens contraire si le nombre est strictement négatif.

$$\frac{70n}{70} \leq \frac{525}{70}, \text{ soit } n \leq 7,5$$

**d** **Précisez** le nombre  $n$ .

Le nombre maximal  $n$  de caisses est 7.

## Je fais LE POINT

- Une **inéquation** à une inconnue est une inégalité dans laquelle un nombre inconnu est remplacé par une lettre. La **résolution d'une inéquation** à une inconnue permet de trouver toutes les valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'inégalité est vraie.

### Exemples

- $3x < 6$ . On divise les deux membres de l'inéquation par 3. On ne change pas le sens de l'inéquation car 3 est positif.  $\frac{3x}{3} < \frac{6}{3}$  ;  $x < 2$ . Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres strictement inférieurs à 2.

- $-4y \leq 18$ . On divise les deux membres de l'inéquation par  $-4$ . On change le sens de l'inéquation car  $-4$  est négatif.

$$\frac{-4y}{-4} \geq \frac{18}{-4} \quad y \geq -4,5. \text{ Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres supérieurs ou égaux à } -4,5.$$

## ACTIVITÉ 2 Résoudre un problème à une inconnue à l'aide d'une inéquation

Aymeric achète chaque jour son journal dans un kiosque.  
Le journal coûte 0,90 €.  
Il apprend que l'abonnement annuel coûte 129 €.

**But de l'activité :** trouver le nombre  $x$  de journaux à partir duquel Aymeric a intérêt à choisir l'abonnement plutôt que d'acheter son journal à l'unité.



**a Cochez** la phrase qui correspond à cette situation.

- ☒ Abonnement  $<$  prix des journaux achetés au numéro.  
☐ Abonnement  $>$  prix des journaux achetés au numéro.

**b Cochez** l'inéquation qui traduit la phrase que vous avez choisie.

- ☒  $129 < 0,90x$       ☐  $129 > 0,90x$

**c Résolvez** l'inéquation cochée au **b**.

$$129 < 0,90x \quad \frac{129}{0,90} < \frac{0,90x}{0,90} \quad \text{soit } 143,3 < x$$

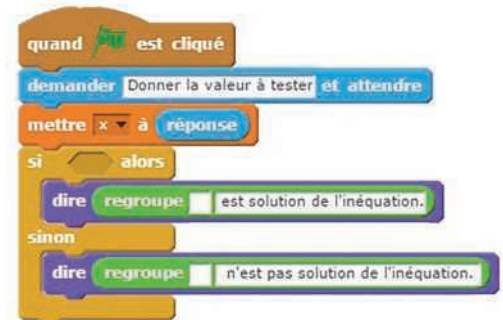
**d Précisez** à partir de combien de journaux achetés Aymeric a intérêt à choisir l'abonnement plutôt que d'acheter son journal à l'unité : 144.....



→ Ouvrez le fichier **04\_inéquation.sb2**.

**e Complétez** le script dans ce fichier pour qu'il permette de vérifier si une valeur est solution de l'inéquation cochée au **b**.

Pour le corrigé, voir fichier **04\_inequation\_C.sb2**.



### Je fais LE POINT

- Certains énoncés de problèmes peuvent se traduire par une **inéquation**.

*Exemple*

Un camion pesant à vide 1,5 tonne doit passer sur un pont limité à 6 tonnes.

Combien de caisses de 0,15 tonne peut-il transporter au maximum sans prendre de risques ?

On appelle  $n$  le nombre de caisses. Le problème se traduit par l'inéquation  $1,5 + 0,15n \leq 6$ .

$$0,15n \leq 6 - 1,5 \quad 0,15n \leq 4,5$$

On divise les deux membres de l'inéquation par 0,15.

$$\text{On ne change pas le sens de l'inéquation car } 0,15 \text{ est positif. } \frac{0,15n}{0,15} \leq \frac{4,5}{0,15} ; n \leq 30.$$

Le camion peut transporter 30 caisses au maximum sans prendre de risques.

## Je m'entraîne



QCM

# qcm

Un autre QCM en ligne

foucherconnect.fr/maths309

Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. La solution de l'équation  $x - 3 = 5$  est :

☐ - 3☐ 5☒ 8

b. 4 est la solution de l'équation :

☐  $1,5x - 3 = 4$ ☒  $0,25x - 1 = 0$ ☐  $9 + 4t = 30$ 

c. Une solution de l'inéquation  $3x < 2$  est :

☒ - 2☐ 1☐ 2

d. Une solution de l'inéquation  $2x - 1 \geq x - 4$  est :

☐ - 5☐ - 3,5☒ 3

## Vrai - Faux

Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations et justifiez votre choix.

a. Soit l'inéquation  $-4x + 13 > 2x - 20$ .

**Affirmation:** - 4 est solution de cette inéquation.

☒ Vrai☐ Faux

Remplaçons  $x$  par - 4 dans chacun des membres de l'inéquation :  $-4x + 13 = -4 \times (-4) + 13 = 29$  et

$2x - 20 = 2 \times (-4) - 20 = -28$ . On a bien 29 supérieur à - 28.

b. Soient les équations  $3x = 15$  et  $4,8x = 24$ .

**Affirmation:** ces deux équations ont la même solution.

☒ Vrai☐ Faux

Résolvons les deux équations.  $3x = 15$  :  $3x \div 3 = 15 \div 3$  ;  $x = 5$  et  $4,8x = 24$  :  $4,8x \div 4,8 = 24 \div 4,8$  ;  $x = 5$ .

Les deux équations  $3x = 15$  et  $4,8x = 24$  ont la même solution 5.

c. On considère les inéquations  $3x < 6$  et  $-3x < -6$ .

**Affirmation:**  $-3x < -6$  est obtenue en divisant  $3x < 6$  par - 1.

☐ Vrai☒ Faux

Quand on divise  $3x < 6$  par le nombre négatif -1, on change le sens de l'inéquation.

On obtient l'inéquation  $-3x > -6$  qui est différente de  $-3x < -6$ .

d. On considère l'équation  $(x + 3)(2x - 6) = 0$

**Affirmation:** cette équation a pour solutions - 3 et 6.

☐ Vrai☒ Faux

Résolvons  $(x + 3)(2x - 6) = 0$  :  $x + 3 = 0$  ;  $x = -3$  ou  $2x - 6 = 0$  ;  $2x = 6$  ;  $2x \div 2 = 6 \div 2$  ;  $x = 3$

- 3 est bien solution de  $x + 3 = 0$ , mais 6 n'est pas solution de  $2x - 6 = 0$ .



## Équations à une inconnue

## Exercice 1

Résolvez les équations suivantes.

- a  $2x + 7 = 20$   $2x = 13$   $\frac{2x}{2} = \frac{13}{2}$   $x = 6,5$
- b  $4h - 12 = 88$   $4h = 100$   $\frac{4h}{4} = \frac{100}{4}$   $h = 25$
- c  $-12 = 24 - 4v$   $4v = 36$   $\frac{4v}{4} = \frac{36}{4}$   $v = 9$
- d  $6 + 8b = -9$   $8b = -9 - 6$   $8b = -15$   $b = -\frac{15}{8}$   $b = -1,875$
- e  $-7 = 4,5 - 2c$   $-7 - 4,5 = -2c$   $-11,5 = -2c$   $2c = 11,5$   $c = 5,75$

## Exercice 2

Résolvez les équations suivantes.

- a  $5x - 1 = 3x + 9$   $2x = 10$   $x = 5$
- b  $x + 8 = 2x - 7$   $-x = -15$   $x = 15$
- c  $25 + 5x = 7 - 3x$   $8x = -18$   $x = -2,25$
- d  $\frac{x}{5} - 8 = 10$   $\frac{x}{5} = 10 + 8$   $\frac{x}{5} = 18$   $x = 5 \times 18$   $x = 90$
- e  $10^2 x = 10^5$   $x = \frac{10^5}{10^2}$   $x = 1\,000$

## Exercice 3

Résolvez les équations suivantes. Vous pouvez vous aider du chapitre 3.

- a  $4x + (3x - 1) - 3 = 8x - 2x + 4$   $7x - 4 = 6x + 4$   $x = 8$
- b  $5x - (x - 4) = 20$   $4x + 4 = 20$   $4x = 16$   $x = 4$
- c  $3 - (8x + 1) = 2x - 4$   $3 - 8x - 1 = 2x - 4$   $2 - 8x = 2x - 4$   $-10x = -6$   $x = 0,6$
- d  $(x - 2) + (-x - 4) = 5x + (-2x + 16)$   $x - 2 - x - 4 = 5x - 2x + 16$   $-6 = 3x + 16$   
 $-3x = 22$   $x = -\frac{22}{3}$
- e  $\frac{4x - 2}{3} = \frac{2x}{5} + 2$   $5(4x - 2) = 3 \times 2x + 3 \times 5 \times 2$   $20x - 10 = 6x + 30$   
 $20x - 6x = 10 + 30$   $14x = 40$   $x = \frac{40}{14}$   $x = \frac{20}{7}$



## Équations-produits

## Exercice 4

Résolvez les équations suivantes en utilisant la propriété vue à l'activité 2 de la fiche 13.

- a  $(x + 2)(x - 5) = 0$      $x + 2 = 0$      $x = -2$     ou  $x - 5 = 0$      $x = 5$
- b  $(4x - 5)(6x + 2) = 0$      $4x - 5 = 0$      $x = \frac{5}{4}$     ou  $6x + 2 = 0$      $x = -\frac{1}{3}$
- c  $(x + 9)^2 = 0$      $x + 9 = 0$      $x = -9$
- d  $(-3x + 2)(7x - 9) = 0$      $-3x + 2 = 0$      $x = \frac{2}{3}$     ou  $7x - 9 = 0$      $x = \frac{9}{7}$

## Exercice 5

Factorisez le premier membre des équations suivantes et résolvez-les.

- a  $(x + 5)(x - 1) + 4(x + 5) = 0$      $(x + 5)(x - 1 + 4) = 0$      $(x + 5)(x + 3) = 0$   
 $x = -5$  ou  $x = -3$
- b  $(4x - 1)(x - 2) - (4x - 1)(4x + 1) = 0$      $(4x - 1)(x - 2 - 4x - 1) = 0$      $(4x - 1)(-3x - 3) = 0$   
 $-3(4x - 1)(x + 1) = 0$      $x = \frac{1}{4}$  ou  $x = -1$
- c  $(x - 8)^2 - (x - 8)(4x + 7) = 0$      $(x - 8)(x - 8 - 4x - 7) = 0$      $(x - 8)(-3x - 15) = 0$   
 $-3(x - 8)(x + 5) = 0$      $x = 8$  ou  $x = -5$
- d  $(x + 6)(3x - 2) + (x + 6)^2 = 0$      $(x + 6)(3x - 2 + x + 6) = 0$      $(x + 6)(4x + 4) = 0$   
 $4(x + 6)(x + 1) = 0$      $x = -6$  ou  $x = -1$

## Inéquations à une inconnue

## Exercice 6

Résolvez les inéquations suivantes.

- a  $x + 2 \leq 6$      $x \leq 4$
- b  $4x > 12$      $x > 3$
- c  $-3x \geq 15$      $x \leq -5$
- d  $5x - 5 > 2$      $5x > 7$      $x > \frac{7}{5}$
- e  $x + 4 \geq 5x$      $-4x \geq -4$      $x \leq 1$
- f  $3x - 14 < 6x$      $3x < 6x + 14$      $3x - 6x < 14$      $-3x < 14$      $x > -\frac{14}{3}$



## Exercice 7

Résolvez les inéquations suivantes.

- a**  $8x + 3 > 4x - 2$   $4x > -5$   $x > -\frac{5}{4}$
- b**  $3 - 2x < 9x + 14$   $-11x < 11$   $x > -1$
- c**  $4x - (3 + x) \leq 7(x + 2)$   $3x - 3 \leq 7x + 14$   $-4x \leq 17$   $x \geq -\frac{17}{4}$
- d**  $15 - 5(2x - 3) > x + (-4 + 2x)$   $30 - 10x > 3x - 4$   $-13x > -34$   $x < \frac{34}{13}$
- e**  $\frac{1}{3}x + 4 < 5x - \frac{7}{6}$   $2x + 24 < 30x - 7$   $-28x < -31$   $x > \frac{31}{28}$

## Exercice 8 (D'après sujet de DNB)

Soit  $D = \frac{4x + 2}{5}$ .

- a** Calculez  $D$  pour  $x = \frac{3}{4}$ .  $\frac{3 + 2}{5} = 1$
- b** Vérifiez si le nombre  $\frac{3}{4}$  est solution de l'inéquation  $\frac{4x + 2}{5} < 3$ .  
 $1 < 3$  donc  $\frac{3}{4}$  est bien solution de l'inéquation  $\frac{4x + 2}{5} < 3$ .
- c** Résolvez l'inéquation  $\frac{4x + 2}{5} < 3$ .  
 $4x + 2 < 3 \times 5$   $4x + 2 < 15$   $4x < 13$   $x < \frac{13}{4}$   $x < 3,25$

## Exercice 9

Un potager a une forme rectangulaire. Son périmètre est égal à 12 m. Sa longueur est 4,2 m.

Calculez la largeur du potager en utilisant une résolution d'équation.

Soit  $x$  la largeur du potager en mètres.

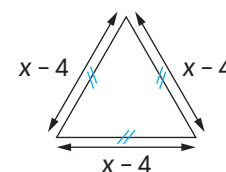
Le périmètre du potager de forme rectangulaire est  $2x + 2 \times 4,2 = 2x + 8,4$ .

L'équation à résoudre correspondant à l'énoncé est  $2x + 8,4 = 12$ .  $2x = 12 - 8,4$   $2x = 3,6$   $x = 1,8$

La largeur du potager est 1,8 mètre.

## Exercice 10

Un triangle équilatéral a pour côté  $x - 4$  où  $x$  est un nombre strictement supérieur à 4.



Calculez pour quelles valeurs de  $x$  le périmètre de ce triangle est supérieur ou égal à 30.

L'inéquation à résoudre est  $3(x - 4) \geq 30$   $3x - 12 \geq 30$   $3x \geq 42$   $x \geq 14$

Pour  $x \geq 14$ , le périmètre du triangle est supérieur ou égal à 30.

## Je vais plus loin

**Exercice 11** (D'après sujet de DNB)

On donne l'expression  $A = (3x - 4)(4x - 5) - 3(4x - 5)$ .

**a** Développez et réduisez A.  $A = 3x \times 4x + 3x \times (-5) - 4 \times 4x - 4 \times (-5) - 3 \times 4x - 3 \times (-5)$

$$A = 12x^2 - 15x - 16x + 20 - 12x + 15 \quad A = 12x^2 - 43x + 35$$

**b** Factorisez A.  $A = (4x - 5)(3x - 4 - 3) \quad A = (4x - 5)(3x - 7)$

**c** Calculez A pour  $x = 0$ . En prenant la forme développée,  $A = 12 \times 0^2 - 43 \times 0 + 35 = 35$

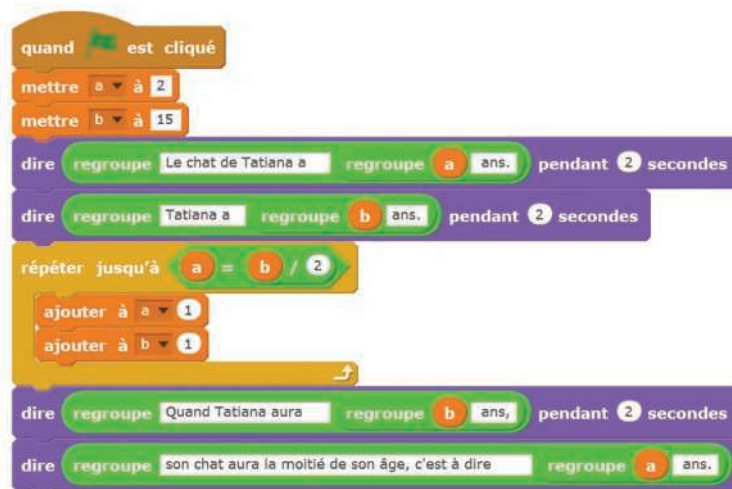
**d** Calculez A pour  $x = -1$ . En prenant la forme développée,  $A = 12 \times (-1)^2 - 43 \times (-1) + 35 = 90$

**e** Résolvez l'équation  $(4x - 5)(3x - 7) = 0$ . Il faut résoudre les 2 équations  $4x - 5 = 0$  ou  $3x - 7 = 0$ .

$$4x - 5 = 0 \quad 4x = 5 \quad x = \frac{5}{4} \quad \text{ou} \quad 3x - 7 = 0 \quad 3x = 7 = 0 : x = \frac{7}{3} \quad \text{L'équation a pour seules solutions } \frac{5}{4} \text{ et } \frac{7}{3}$$

**Exercice 12**

Tatiana a 15 ans et elle a un chat de 2 ans qui s'appelle Marzik. Elle voudrait connaître son âge et celui de Marzik quand Marzik aura la moitié de son âge à elle. Elle écrit le script suivant.



**a** Cochez pour chaque phrase la bonne réponse.

- L'âge actuel du chat Marzik de Tatiana correspond à la variable ☒ a ☐ b
- L'âge actuel de Tatiana correspond à la variable ☐ a ☒ b



→ Ouvrez le fichier 04\_exo12.sb2

**b** Exécutez le programme.

**c** Donnez l'âge de Tatiana quand Marzik aura la moitié du sien. 26 ans.

**d** Donnez l'âge de Marzik quand il aura la moitié de l'âge de Tatiana. 13 ans.

Tatiana a un deuxième chat, prénommé Ariel, âgé de 1 an. Pour le corrigé, voir fichier 04\_exo12\_C.sb2.

**e** Modifiez le programme pour que Tatiana puisse savoir quand Ariel aura le tiers de son âge.

**f** Donnez l'âge qu'aura Tatiana quand Ariel aura le tiers du sien. 21 ans.

**g** Donnez l'âge qu'aura Ariel quand il aura le tiers de l'âge de Tatiana. 7 ans.

### Exercice 13

Dans une ludothèque, deux types de tarifs sont proposés au public pour l'emprunt de jeux :

- le tarif non-abonné : 0,50 € par jeu emprunté ;
- le tarif abonné : cotisation annuelle de 8 € à laquelle s'ajoute 0,10 € par jeu emprunté.

**a** Calculez le prix payé, en euros, pour l'emprunt de 10 jeux avec le tarif non-abonné.

Détaillez votre calcul.  $10 \times 0,50 = 5$ . Le prix payé est 5 euros.

**b** Calculez le prix payé, en euros, pour l'emprunt de 10 jeux avec le tarif abonné. Détaillez votre calcul.

$10 \times 0,10 + 8 = 1 + 8 = 9$ . Le prix payé est 9 euros.

**c** Complétez le tableau suivant.

Nombre de jeux empruntés pendant l'année	5	15	25	40
Prix payé au tarif non-abonné (en €)	2,50	7,50	12,50	20
Prix payé au tarif abonné (en €)	8,50	9,50	10,50	12

On note :

- $x$  le nombre de jeux empruntés sur l'année ;
- $P$  le prix payé pour l'emprunt de  $x$  jeux au tarif non-abonné ;
- $A$  le prix payé pour l'emprunt de  $x$  jeux au tarif abonné.

**d** Exprimez  $P$  en fonction de  $x$ .  $P = 0,50x$

**e** Exprimez  $A$  en fonction de  $x$ .  $A = 0,1x + 8$

**f** Résolvez l'équation  $0,5x = 0,1x + 8$ .

$$0,5x - 0,1x = 8 \quad 0,4x = 8 \quad \frac{0,4x}{0,4} = \frac{8}{0,4} \quad x = 20$$

**g** Expliquez ce que représente la solution trouvée pour une personne empruntant des jeux à la ludothèque par rapport à la situation étudiée dans cet exercice.

Pour 20 jeux empruntés, les prix payés avec les tarifs non-abonnés et abonnés sont identiques.

### Exercice 14

PRISE d'initiative

Une sortie scolaire est organisée pour une classe de 24 élèves de troisième prépa pro.

Le coût de la sortie est 1 500 €. Le foyer socio-éducatif finance une partie de la sortie en débloquant 360 €. Les actions menées par les élèves pour faire baisser la participation financière de chaque élève ont permis de récolter 924 €.

Calculez le montant de la participation financière de chaque élève en détaillant les étapes de votre démarche et en utilisant une résolution d'équation à une inconnue.

Faites apparaître la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte, même si le travail n'est pas complètement abouti.

1<sup>re</sup> étape : choisir une lettre pour l'inconnue de l'équation. Soit  $x$  le montant de la participation financière de chaque élève.

2<sup>e</sup> étape : traduire l'énoncé par une équation.  $24x + 360 + 924 = 1\,500$

3<sup>e</sup> étape : résoudre l'équation  $24x + 360 + 924 = 1\,500$ .

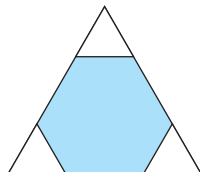
$$24x + 1\,284 = 1\,500 \quad 24x = 1\,500 - 1\,284 \quad 24x = 216 \quad x = 216 \div 24 \quad x = 9$$

4<sup>e</sup> étape : répondre à la question posée. Le montant de la participation financière est 9 euros.



**Exercice 15** (D'après sujet de DNB)PRISE  
d'initiative

Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés dans les coins d'un triangle équilatéral de côté 6 cm. La somme des périmètres des trois petits triangles est égale au périmètre de l'hexagone bleu restant.



**Calculez** la mesure du côté des petits triangles.

Faites apparaître la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte, même si le travail n'est pas complètement abouti.

Les quatre étapes de résolution sont les mêmes que celles de l'exercice 14.

1<sup>re</sup> étape : soit  $c$  la mesure du côté de l'un des petits triangles équilatéraux blancs.

2<sup>e</sup> étape : dans l'hexagone bleu, il y a trois côté de longueur  $c$  et trois côtés de longueur  $6 - 2c$ .

On a donc  $3 \times 3c = 3c + 3(6 - 2c)$

3<sup>e</sup> étape :  $9c = 3c + 18 - 6c$      $9c = 18 - 3c$      $9c + 3c = 18$      $12c = 18$      $c = 18 \div 12$      $c = 1,5$

4<sup>e</sup> étape : la mesure du côté de l'un des petits triangles équilatéraux est 1,5 cm.

**Exercice 16**PRISE  
d'initiative

Le réservoir d'une automobile contient 60 litres de carburant lorsqu'il est plein. Quand la quantité d'essence descend sous le niveau de 5 litres, on dit qu'on est sur la réserve. La consommation de la voiture est 6,7 litres pour 100 kilomètres.



**Calculez** le nombre de kilomètres qui peuvent être parcourus avant d'utiliser la réserve de 5 litres.

Faites apparaître la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte, même si le travail n'est pas complètement abouti.

Les quatre étapes de résolution sont les mêmes que celles de l'exercice 14.

1<sup>re</sup> étape : soit  $n$  le nombre de kilomètres qui peuvent être parcourus.

2<sup>e</sup> étape : l'équation correspondant à l'énoncé est  $\frac{6,7}{100}n + 5 = 60$ .

3<sup>e</sup> étape :  $0,067n + 5 = 60$      $0,067n = 60 - 5$      $0,067n = 55$      $n = 55 \div 0,067$      $n \approx 821$

4<sup>e</sup> étape : on peut parcourir 821 km avant d'utiliser la réserve.

## Exercice 17

Le personnel d'une usine est composé de 240 personnes : ingénieurs, techniciens et ouvriers. Il y a cinq fois moins d'ingénieurs que de techniciens et neuf fois plus d'ouvriers que d'ingénieurs.

Soit  $x$  le nombre d'ingénieurs.

**a Exprimez**, en fonction de  $x$ , le nombre de techniciens et d'ouvriers.

Nombre de techniciens :  $5x$

Nombre d'ouvriers :  $9x$

**b Écrivez et résolvez** l'équation d'inconnue  $x$  qui traduit l'énoncé.  $x + 5x + 9x = 240$

$15x = 240$      $x = 240 \div 15$      $x = 16$

**c Déduisez-en** le nombre de personnes de chaque catégorie. Nombre d'ingénieurs = 16

Nombre de techniciens =  $5 \times 16 = 80$     Nombre d'ouvriers =  $9 \times 16 = 144$

## Exercice 18

PRO Métiers du conditionnement

Le schéma ci-contre représente le développement d'un réservoir à base carrée.

On veut calculer la longueur d'un côté (les cotes sont données en cm). On appelle  $x$  la longueur d'un côté.

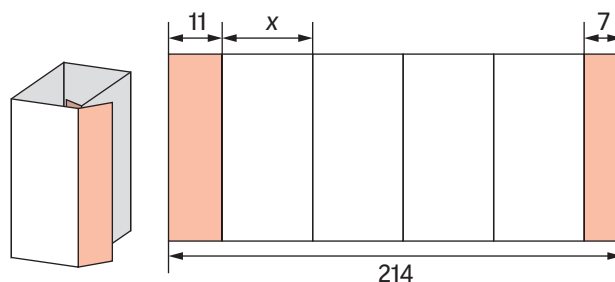
**a Complétez** :  $214 = 11 + 4x + 7$

**b Résolvez** l'équation ainsi obtenue.  $214 = 11 + 4x + 7$

$214 = 18 + 4x$      $214 - 18 = 4x$      $196 = 4x$

$4x = 196$      $x = 196 \div 4$      $x = 49$

**c Donnez** en cm la mesure d'un côté. 49 cm



## Exercice 19

PRO Métiers du tourisme

Une agence de voyages propose à Lise et à sa fille de 15 ans un voyage en Espagne pendant sept jours dans un hôtel en pension complète. L'aller-retour en avion coûte 200 € pour un adulte et 120 € pour un enfant de moins de 18 ans. La fille de Lise paie moitié prix pour la pension complète par rapport à un tarif adulte. Le prix total du séjour pour Lise et sa fille est 950 €.

**Calculez** le prix de la pension complète par jour pour un adulte.

Les quatre étapes de résolution sont les mêmes que celles de l'exercice 14.

1<sup>re</sup> étape : soit  $p$  le prix de la pension complète par jour pour un adulte.

2<sup>e</sup> étape : l'équation correspondant à l'énoncé est  $200 + 120 + 7p + 7 \times 0.5p = 950$ .

3<sup>e</sup> étape :  $200 + 120 + 7p + 7 \times 0.5p = 950$      $320 + 10.5p = 950$      $10.5p = 950 - 320$      $10.5p = 630$

$p = 630 \div 10.5$      $p = 60$

4<sup>e</sup> étape : le prix de la pension complète par jour pour un adulte est 60 euros.

Nom : .....

Prénom : .....

Date : ..... Classe : .....



## Exercice 1

On remplit un verre aux  $\frac{3}{4}$ . Si on ajoute 5 cL, il est plein à ras bord. On cherche à déterminer la contenance  $c$  du verre en cL.

**a** Cochez la bonne réponse.

L'équation qui traduit cet énoncé est :

☐  $\frac{3}{4} + 5 = c$     ☐  $\frac{3}{4}c + c = 5$     ☒  $\frac{3}{4}c + 5 = c$

**b** Résolvez l'équation cochée au **a**.

$\frac{3}{4}c + 5 = c$  .....  $\frac{3}{4}c - c = -5$  .....  $-\frac{1}{4}c = -5$  .....  $c = 20$  .....

**c** Donnez la contenance  $c$  du verre. 20 cL .....

## Exercice 2

Paula et Oscar doivent résoudre l'équation-produit  $(2x + 6)(-x + 4) = 0$ .

Paula trouve les solutions - 3 et 4. Oscar trouve les solutions 3 et 4.

En justifiant votre réponse, dites qui de Paula ou d'Oscar a raison.

Pour résoudre  $(2x + 6)(-x + 4) = 0$ , il faut résoudre d'une part  $2x + 6 = 0$  et d'autre part  $-x + 4 = 0$  .....

$2x + 6 = 0$      $2x = -6$      $x = -3$     ou  $-x + 4 = 0$      $x = 4$  .....

C'est Paula qui a raison car elle a trouvé les 2 solutions. ....

## Exercice 3 (D'après sujet de DNB)

Une pizzeria fabrique des pizzas rondes et des pizzas carrées. Les pizzas rondes coûtent un euro de plus que les pizzas carrées. Tim achète deux pizzas rondes et trois pizzas carrées. Il paie 42 €.

Calculez le prix de chaque pizza en utilisant la résolution d'une équation.

Soit  $p$  le prix d'une pizza carrée. L'équation correspondant à l'énoncé est  $2(p + 1) + 3p = 42$  .....

Soit  $2p + 2 + 3p = 42$      $2 + 5p = 42$      $5p = 42 - 2$      $5p = 40$      $p = 40 \div 5$      $p = 8$  .....

Le prix d'une pizza carrée est 8 euros, le prix d'une pizza ronde est 9 euros. ....

## Exercice 4

Izia dispose de 40 € pour acheter des livres. Elle a déjà choisi quatre livres de poche à 3,50 € chacun.

Elle veut compléter son achat par trois bandes dessinées au même prix, différent de celui des quatre livres de poche. Il y a des offres à différents prix. Pour respecter son budget, Izia veut connaître le prix  $p$  à ne pas dépasser pour une bande dessinée.

**a** Cochez l'inéquation qui traduit cet énoncé.

☐  $3p + 4 \times 3,50 < 40$     ☒  $3p + 4 \times 3,50 \leq 40$     ☐  $3p + 4 \times 3,50 \geq 40$

**b** Résolvez l'inéquation choisie au **a**.  $3p + 4 \times 3,50 \leq 40$      $3p + 14 \leq 40$      $3p \leq 40 - 14$  .....

$3p \leq 26$      $\frac{3p}{3} \leq \frac{26}{3}$ , soit  $p \leq 8,66$  .....

**c** Précisez le prix  $p$  à ne pas dépasser pour une bande dessinée. 8,66 euros .....

### Exercice 5 (D'après sujet de DNB)

Justine habite Orléans et sa cousine vient de déménager à Paris. Pour aller voir sa cousine, Justine consulte les tarifs de train entre les deux villes :

- un trajet simple coûte 21 € ;
- si elle achète un abonnement « carte jeune » à 50 € l'année, un trajet simple coûte alors moitié prix.

En utilisant une résolution d'inéquation, déterminez à partir de combien de trajets simples sur une année la formule avec la carte jeune est la plus avantageuse.



Faites apparaître la démarche utilisée.

Toute trace de recherche sera prise en compte, même si le travail n'est pas complètement abouti.

1<sup>re</sup> étape : choisir une lettre pour l'inconnue de l'inéquation. Soit  $n$  le nombre de trajets simples effectués sur une année.

2<sup>e</sup> étape : traduire l'énoncé par une inéquation.  $50 + \frac{21}{2}n \leq 21n$

3<sup>e</sup> étape : résoudre l'inéquation  $50 + \frac{21}{2}n \leq 21n$       $50 + 10,5n \leq 21n$       $50 \leq 21n - 10,5n$

$50 \leq 10,5n$       $\frac{50}{10,5} \leq \frac{10,5n}{10,5}$ , soit  $4,76 \leq n$

4<sup>e</sup> étape : répondre à la question posée. À partir de cinq trajets simples sur une année, la formule avec la carte jeune est la plus avantageuse.

## d'évaluation Chapitre 4 : Équations et inéquations à une inconnue

Compétences travaillées	Connaissances et compétences associées	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
Chercher	• Comprendre l'énoncé.	1a 4a 3			
	• Traduire un énoncé par une équation.				
Raisonnement	• Proposer une démarche permettant de répondre à la question posée.	3 5			
Calculer	• Résoudre une équation.	1b 2 3 4 5			
	• Résoudre une inéquation.				
Communiquer	• Répondre à la question posée.	1c 3 4c 2 5			
	• Donner la réponse en justifiant. • Expliquer par écrit la démarche en utilisant un langage mathématique adapté.				

# Notion de fonction

## Question FLASH

→ **Cochez** les réponses exactes :

L'abscisse du point A est :

☒ -2

☐ -1,5

☐ 2

L'ordonnée du point B est :

☐ -1

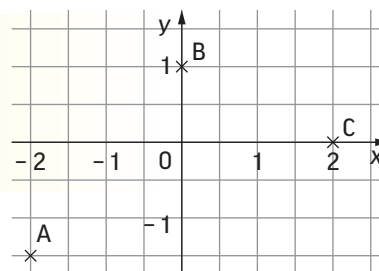
☐ 0

☒ 1

Les coordonnées du point C sont :

☐ 2

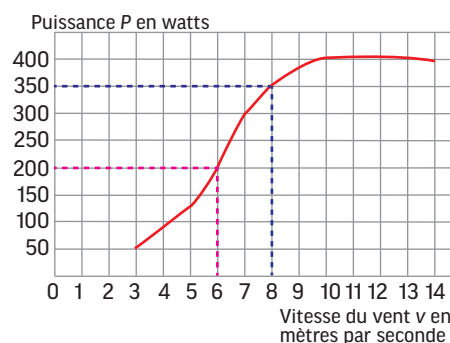
☒ (2 ; 0)

☐ (0 ; 2)


## ACTIVITÉ 1 Définir une fonction par sa représentation graphique

Lilia a installé une petite éolienne pour stocker de l'énergie électrique. La courbe ci-contre donne la puissance électrique  $P$  récupérable par son éolienne, en watts, en fonction de la vitesse  $v$  du vent, en m/s.

**But de l'activité :** exploiter la courbe de puissance de l'éolienne de Lilia.



**a** Par lecture graphique, en laissant les traits de lecture utiles, **donnez** :

- la puissance  $P$  pour une vitesse du vent  $v$  égale à 8 m/s :  $P = 350$  W ;
- la vitesse  $v$  du vent pour une puissance  $P$  égale à 200 W :  $v = 6$  m/s.

**b** **Complétez** le tableau suivant par lecture du graphique.

Vitesse du vent (en m/s)	3	5	6	7	10
Puissance (en W)	50	125	200	300	400

À chaque vitesse (comprise entre 3 et 14 m/s), on peut associer une puissance et une seule. On définit ainsi une **fonction**, que l'on peut noter  $f$ , qui à chaque vitesse  $v$  associe une puissance que l'on note  $f(v)$ . On dit que la courbe obtenue est la **représentation graphique de la fonction  $f$** .

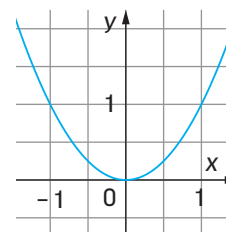
## Je fais LE POINT

- À un nombre  $x$  donné, une **fonction**  $f$  associe un nombre et un seul. Il se note  $f(x)$  et se lit «  $f$  de  $x$  ».
- Dans un repère, la **représentation graphique d'une fonction**  $f$  est l'ensemble des points de coordonnées  $(x ; f(x))$ . Son équation est  $y = f(x)$ .

### Exemple

La courbe ci-contre est la représentation graphique de la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $[-1,5 ; 1,5]$  par  $g(x) = x^2$ .

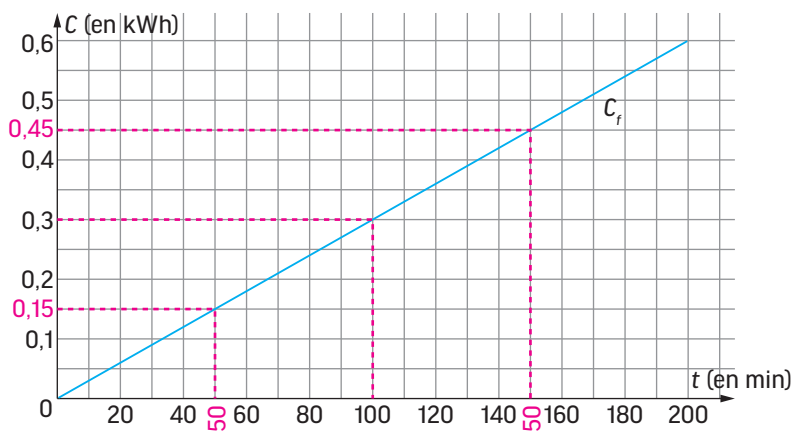
L'équation de la courbe est  $y = x^2$ .



## ACTIVITÉ 2 Déterminer les images et les antécédents d'un nombre par une fonction

Max joue environ 2 h 30 minutes par jour à des jeux vidéo. Les ordinateurs des « gamers » pèsent lourd dans les factures d'électricité. Le graphique ci-contre est la représentation graphique de la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; 200]$  qui, au temps  $t$  de jeu (en min), associe la consommation  $C$  d'électricité (en kWh).

**But de l'activité :** déterminer le budget annuel d'électricité consacré par Max aux jeux vidéo, sachant que 1 kWh coûte 13,63 centimes d'euro.



**a** En utilisant la représentation graphique, et en laissant les traits de lecture apparents, **donnez** :

- la consommation  $C$  correspondant à un temps égal à 50 minutes :  $C = 0,15 \text{ kWh}$  ;
- le temps  $t$  correspondant à une consommation égale à 0,30 kWh :  $t = 100 \text{ min}$ .

On dit que 0,15 est l'**image** de 50 et que 50 est l'**antécédent** de 0,15 par la fonction  $f$ . On écrit  $f(50) = 0,15$ .

**b** Déterminez graphiquement l'image de 150, notée  $f(150)$  :  $f(150) = 0,45$

$C$  et  $t$  sont liés par la relation  $C = 0,003 \times t$ . On écrit  $f(t) = 0,003t$ .

**c** En utilisant cette expression algébrique, **calculez** l'image de 150 et **vérifiez** le résultat obtenu en b.

$f(150) = 0,003 \times 150 = 0,45$ . Le résultat obtenu en b est vérifié.

**d** En vous aidant de votre réponse à la question c, **calculez** le budget annuel d'électricité consacré par Max aux jeux vidéo. **Arrondissez** au centime d'euro.

2 h 30 équivaut à  $2,5 \times 60 = 150 \text{ min}$ . Max consomme donc 0,45 kWh par jour.

$0,45 \times 13,63 \times 365 = 2\,238,7 \text{ centimes} \approx 22,39 \text{ €}$ .

Le budget annuel de Max est d'environ 22,39 €.



Pensez à convertir  
2 h 30 en minutes !

## Je fais LE POINT

- Soit la fonction  $f$  qui à tout nombre  $x$  associe le nombre  $f(x)$  appelé **expression algébrique** de  $f$ .
- On dit que  $f(x)$  est l'**image de  $x$  par  $f$**  et que  $x$  est un **antécédent** de  $f(x)$  par  $f$ .

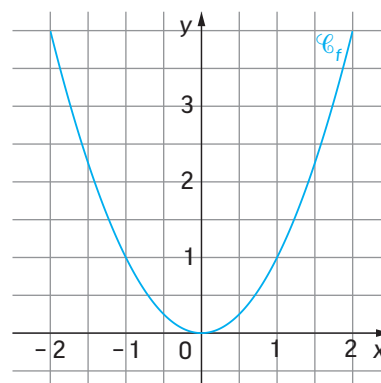
*Exemple*

La courbe  $\mathcal{C}_f$  ci-contre est la représentation graphique de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x^2$  sur l'intervalle  $[-2 ; 2]$ .

$x^2$  est l'expression algébrique de  $f$ .

L'image de 0,5 est 0,25 ; on écrit  $f(0,5) = 0,25$ .

$f(2) = 2^2 = 4$  et  $f(-2) = (-2)^2 = 4$  ; donc les antécédents de 4 sont  $-2$  et  $2$ .



# Fonction linéaire

## Question FLASH

→ **Calculez** mentalement et **cochez** les réponses exactes :

Si  $x = 2$ , alors  $10x$  vaut : ☐ 12 ☒ 20 ☐ 102

Si  $t = 3$ , alors  $2t$  vaut : ☐ 5 ☒ 6 ☐ 23

## ACTIVITÉ 1 Reconnaître et utiliser une fonction linéaire

Vanessa boit 450 mL de soda par jour. Un volume de 100 mL de soda contient en moyenne une masse de 12 g de sucre. La masse de sucre contenue dans le soda est proportionnelle au volume de soda.

**But de l'activité :** déterminer la quantité de sucre apportée par les 450 mL de soda que Vanessa consomme chaque jour.



**a** Complétez le tableau de valeurs ci-dessous.

x : volume de soda (en mL)	100	200	300	400	500
y : masse de sucre (en g)	12	24	36	48	60

× 0,12

**b** Complétez la bulle à droite avec le coefficient de proportionnalité du tableau.

$12 \div 100 = 0,12$ . Le coefficient vaut 0,12.

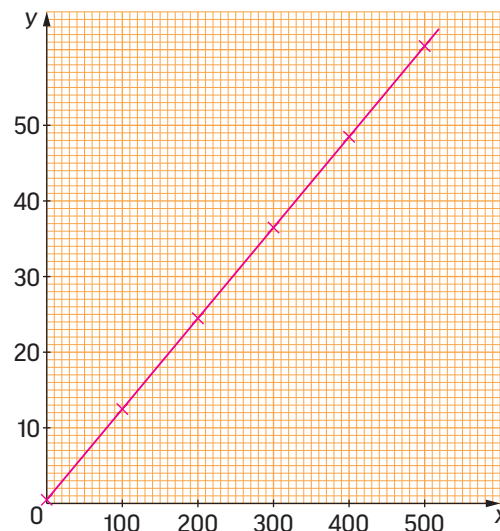
**c** Placez les points de coordonnées  $(x ; y)$  dans le repère et tracez à la règle la droite passant par tous les points.

**d** Par quel autre point particulier passe la droite tracée ?  $(0 ; 0)$   
On définit la fonction  $f$  qui, au volume  $x$  de soda associe la masse de sucre  $y$ , telle que  $f(x) = 0,12x$ . On dit que  $f$  est une **fonction linéaire** de **coefficient** 0,12.

**e** En utilisant l'expression de la fonction  $f$ , calculez la quantité de sucre apportée par le soda que Vanessa consomme chaque jour.

$f(450) = 0,12 \times 450 = 54$

En buvant 450 mL de soda, Vanessa a absorbé 54 g de sucre.

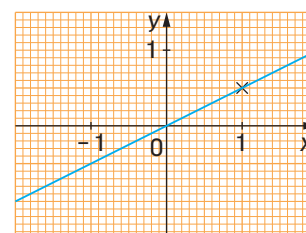


## Je fais LE POINT

- $a$  est un nombre fixé. La **fonction linéaire de coefficient  $a$**  est la fonction  $f$ , qui, à un nombre  $x$ , associe le produit de ce nombre par  $a$ . On écrit  $f(x) = ax$ .
- La **représentation graphique** d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.  $a$  est le **coefficient directeur** de la droite.

### Exemple

Voici la représentation graphique de la fonction linéaire  $g$  définie par  $g(x) = 0,5x$ . Cette droite passe par le point de coordonnées  $(0 ; 0)$  et son coefficient directeur est égal à 0,5.



## ACTIVITÉ 2 Modéliser une situation de proportionnalité par une fonction linéaire

Pendant une semaine de prix promotionnels, le magasin KDO offre une remise de 40 % sur tous les articles.

Voici quelques exemples.

Prix initial (en €)	100	45	80	150
Prix soldé (en €)	60	27	48	90

**But de l'activité :** déterminer le prix soldé d'un article dont le prix initial est 110 €.



**a Vérifiez** que le prix soldé est proportionnel au prix initial.

$$\frac{60}{100} = 0,6 \quad \frac{27}{45} = 0,6 \quad \frac{48}{80} = 0,6 \quad \frac{90}{150} = 0,6$$

Le prix soldé est bien proportionnel au prix initial.

**b Donnez** le coefficient de proportionnalité du tableau ci-dessus : 0,6

**c** On note  $f$  la fonction qui modélise cette situation. On désigne par  $x$  le prix initial, en €, et par  $f(x)$  le prix soldé, en €. **Cochez** parmi les réponses suivantes, l'expression algébrique de la fonction  $f$ .

☐  $f(x) = 0,4 \times x$     ☐  $f(x) = x + 60$     ☒  $f(x) = 0,6 \times x$     ☐  $f(x) = x - 0,4$

**d Dites** si la fonction choisie est linéaire. Oui.

**Justifiez :** la fonction  $f$  est linéaire car son expression algébrique est de la forme  $f(x) = ax$  avec  $a = 0,6$ .

**e** En utilisant la réponse choisie au **c**, **calculez** l'image du nombre 110 par la fonction  $f$ .

$$f(110) = 0,6 \times 110 = 66$$

L'image du nombre 110 par la fonction  $f$  est égale à 66.

**f Donnez** l'antécédent de 66 par la fonction  $f$ .

$$0,6x = 66. \text{ D'où } x = \frac{66}{0,6} = 110. \text{ L'antécédent de 66 par la fonction } f \text{ vaut 110.}$$

**g Déterminez** le prix soldé d'un article dont le prix initial est de 110 €.

Pour un article dont le prix initial est de 110 €, le prix soldé est de 66 €.



Vous pouvez vous aider de la fiche méthode 3.

### Je fais LE POINT

● Une **situation de proportionnalité** de coefficient  $a$  peut être modélisée par la **fonction linéaire** de coefficient  $a$ .

*Exemple*

Une halte-garderie propose un tarif de 3,50 € l'heure de garde. Le prix payé  $P$ , en €, est proportionnel au nombre d'heures  $H$ . Le coefficient de proportionnalité est  $a = 3,50$  et  $P = 3,50 \times H$ . Cette situation peut être modélisée par la fonction linéaire  $f$  telle que  $f(H) = 3,50H$ .

# Fonction affine

## Question FLASH

→ **Calculez** mentalement et **cochez** les réponses exactes :

Si  $x = 2$ , alors  $20x + 3$  vaut : ☐ 25 ☒ 43 ☐ 100

Si  $t = 3$ , alors  $5t + 10$  vaut : ☐ 18 ☒ 25 ☐ 150

## ACTIVITÉ 1 Reconnaître et utiliser une fonction affine

Léane utilise Internet avec son smartphone et elle dépasse son forfait. Sa dernière facture mensuelle était d'un montant de 22,5 €. Son forfait mensuel s'élève à 5 €. Les dépassements sont facturés 0,05 € par Mo au-delà du forfait.

**But de l'activité : déterminer combien de Mo supplémentaires Léane a consommés.**



**a** Complétez le tableau de valeurs ci-dessous.

x : nombre de Mo supplémentaires	0	100	200	300	400
y : montant de la facture (en €)	5	10	15	20	25

**b** Dites si ce tableau est un tableau de proportionnalité.

$$\frac{10}{100} = 0,1 \quad \frac{15}{200} = 0,075$$

Le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

**c** Placez les points de coordonnées  $(x ; y)$  du tableau dans le repère ci-contre et reliez ces points à la règle.

**d** La situation peut être modélisée par la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 0,05 \times x + 5$ . La fonction  $f$  n'est pas une fonction linéaire. Justifiez.

La droite ne passe pas par l'origine du repère et l'expression algébrique de la fonction n'est pas de la forme  $f(x) = ax$ .

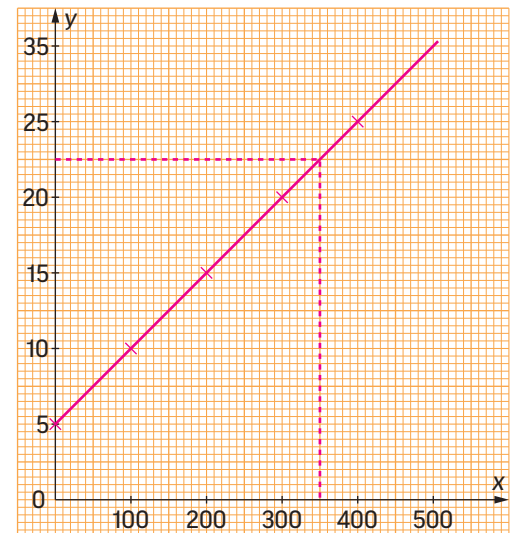
**e** La fonction obtenue est une **fonction affine**. L'équation de la droite qui la représente est :  $y = 0,05 \times x + 5$ .

**f** Par la méthode de votre choix, **déterminez** combien de Mo supplémentaires Léane a consommés.

Graphiquement, on lit  $f(350) = 22,5$ . On peut aussi résoudre l'équation  $0,05x + 5 = 22,5$ , ce qui donne  $x = 350$ .

Léane a consommé 350 Mo supplémentaires.

Montant de la facture = forfait + montant des dépassements

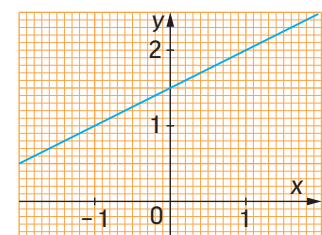


## Je fais LE POINT

- Les nombres  $a$  et  $b$  étant fixés, on appelle **fonction affine** la fonction  $f$ , qui, à un nombre  $x$ , associe le nombre  $ax + b$ . On écrit  $f(x) = ax + b$ .
- La **représentation graphique** de la fonction affine  $f$  telle que  $f(x) = ax + b$  est la droite d'équation  $y = ax + b$ .

*Exemple*

Voici la représentation de la fonction affine  $g$  définie par  $g(x) = 0,5x + 1,5$  : c'est la droite d'équation  $y = 0,5x + 1,5$ .



## ACTIVITÉ 2 Déterminer les coefficients d'une fonction affine

Jérôme rénove le parquet de sa chambre et loue une ponceuse à bande. L'entreprise QuilouMAT propose ce matériel à la location avec un kit de plusieurs bandes de ponçage au tarif suivant :

- un fixe de 50 € pour la location de la ponceuse pour le week-end ;
- 10 € par bande de ponçage utilisée ; les bandes non utilisées sont reprises par l'entreprise.

**But de l'activité :** retrouver sur la représentation graphique de la situation les valeurs « 50 € » et « 10 € ».



**a** Calculez combien coûte la location si Jérôme utilise 2 bandes de ponçage durant le week-end.

$50 + 2 \times 10 = 70$ . La location avec 2 bandes de ponçage coûte 70 €.

**b** On modélise la situation par la fonction affine  $f$ , définie sur  $[0 ; 5]$ , qui au nombre  $x$  de bandes de ponçage associe le prix payé  $y$ , en €. **Donnez** l'expression algébrique de la fonction  $f$ .

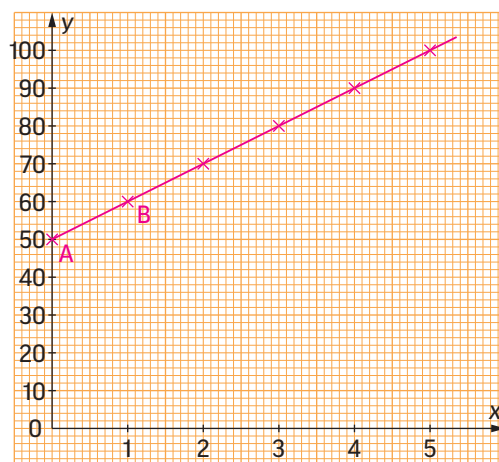
$f(x) = 10x + 50$

**c** Calculez  $f(0)$  :  $f(0) = 10 \times 0 + 50 = 50$

**d** On veut construire la droite  $d$  d'équation  $y = 10x + 50$ .

**Complétez** le tableau de valeurs.

$x$ : nombre de bandes	1	2	3	4	5
$y$ : prix payé (en €)	60	70	80	90	100



**e** Dans le repère ci-contre, **placez** les points de coordonnées  $(x ; f(x))$ , puis **tracez** la droite passant par tous les points. On note A le point de coordonnées  $(0 ; 50)$  et B le point de coordonnées  $(1 ; 60)$ .

**f** Où retrouvez-vous sur le graphique la valeur « 50 € » ?

On peut retrouver cette valeur à l'intersection de la droite tracée avec l'axe des ordonnées.

C'est l'ordonnée du point A.

50 s'appelle l'**ordonnée à l'origine** de la droite.

**g** **Complétez** : lorsque le nombre de bandes augmente de 1, le prix payé augmente de 10..... €.

10 est la différence des **ordonnées**..... des points A et B.

10 s'appelle le **coefficient directeur** de la droite.



Vous pouvez utiliser les définitions de Je fais le point.

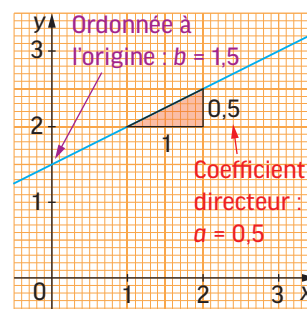
### Je fais LE POINT

● La **représentation graphique** de la fonction affine  $f$  telle que  $f(x) = ax + b$  est la droite d'équation  $y = ax + b$ . Le nombre  $a$  est le **coefficient directeur** de la droite ; le nombre  $b$  est l'**ordonnée à l'origine**.

*Exemple*

Voici la représentation de la fonction affine  $g$  définie par  $g(x) = 0,5x + 1,5$ . C'est la droite d'équation  $y = 0,5x + 1,5$ .

$$a = \frac{g(2) - g(1)}{2 - 1} = \frac{2,5 - 2}{1} = \frac{0,5}{1} = 0,5$$





# Fonctions linéaires et fonctions affines

## ACTIVITÉ

1



### Utiliser le coefficient d'une fonction linéaire

L'entreprise « Au beau soleil » vend des panneaux photovoltaïques. En été, les prix des panneaux solaires augmentent, alors qu'en hiver ils diminuent. Augmentations et diminutions se calculent par rapport aux prix catalogue. Les pourcentages de variation sont les mêmes sur tous les produits.

Prix catalogue d'un panneau (en €) : $x$	1 000	2 000	5 000	10 000
Prix après l'augmentation (en €) : $y_1$	1 150	2 300	5 750	11 500
Prix après la diminution (en €) : $y_2$	700	1 400	3 500	7 000



**But de l'activité :** déterminer le pourcentage d'augmentation et le pourcentage de remise appliqués.



→ Ouvrez le fichier 05\_panneaux.ggb.

On a tracé :

- en rose la droite  $(d)$  d'équation  $y = ax$  où  $a$  est le coefficient directeur de la droite  $(d)$ . On fait varier le coefficient  $a$  à l'aide du curseur violet ;
- en bleu, les points A, B, C et D de coordonnées  $(x ; y_1)$  ;
- en vert, les points E, F, G et H de coordonnées  $(x ; y_2)$ .

On note  $(d_1)$  la droite d'équation  $y = a_1x$  passant par les points A, B, C et D et  $(d_2)$  la droite d'équation  $y = a_2x$  passant par les points E, F, G et H.

**a Déplacez** le curseur  $a$  pour lui donner la valeur 0,6 et **décrivez** ce que vous observez.

La droite  $(d)$  ne passe par aucun des 8 points précédents.

**b Faites** varier le curseur  $a$  pour que la droite passe par les points A, B, C et D. **Complétez** la première ligne du tableau ci-dessous.

	Coefficient directeur de la droite	Équation de la droite
$(d_1)$	$a_1 = 1,15$	$y = 1,15x$
$(d_2)$	$a_2 = 0,7$	$y = 0,7x$

**c Faites** de même avec les points E, F, G et H. **Complétez** la deuxième ligne du tableau.

**d Cochez** les bonnes réponses :

Le pourcentage de l'augmentation par rapport au prix catalogue est de : ☒ 15 % ☐ 50 % ☐ 85 %

Justifiez :  $1\,000 \times \frac{15}{100} = 150$      $1\,000 \times \frac{50}{100} = 500$      $1\,000 \times \frac{85}{100} = 850$

$1\,000 + 150 = 1\,150$      $1\,000 + 500 = 1\,500$      $1\,000 + 850 = 1\,850$

Le pourcentage de la diminution par rapport au prix catalogue est de : ☒ 30 % ☐ 50 % ☐ 70 %

Justifiez :  $1\,000 \times \frac{30}{100} = 300$      $1\,000 \times \frac{50}{100} = 500$      $1\,000 \times \frac{70}{100} = 700$

$1\,000 - 300 = 700$      $1\,000 - 500 = 500$      $1\,000 - 700 = 300$

Pauline a 100 € d'économies et elle souhaite acheter une nouvelle tablette qui coûte 250 €.

Pauline garde des enfants et gagne 30 € par semaine. Elle en dépense le tiers et économise le reste pour sa tablette.

**But de l'activité :** déterminer au bout de combien de semaines Pauline pourra acheter sa tablette.



**a** Calculez au bout de combien de semaines Pauline pourra acheter sa tablette.

$$250 - 100 = 150 \quad 30 \times \frac{2}{3} = 20 \quad \frac{150}{20} = 7,5$$

Pauline pourra acheter sa tablette dans 8 semaines.

Pauline veut vérifier sa réponse en utilisant un script écrit avec le logiciel Scratch.



**b** Expliquez à quoi correspond la variable x.

x correspond au nombre de semaines.

**c** Exprimez le montant des économies de Pauline en fonction de x. Expliquez votre réponse.

Pauline a 100 € d'économies au départ, auxquelles elle ajoute chaque semaine les 2/3 des 30 € qu'elle gagne, soit 20 € ( $\frac{2}{3} \times 30 = 20$ ). Le montant des économies de Pauline est donc égal à  $100 + 20 \times x$ .

**d** On modélise la situation par la fonction f qui, au nombre x de semaines, associe le montant f(x) des économies de Pauline. La fonction f est-elle une fonction affine ? ☒ Oui ☐ Non

Justifiez.

L'expression algébrique de la fonction f est de la forme  $f(x) = ax + b$  avec  $a = 20$  et  $b = 100$ .

**e** Complétez dans le script ci-dessus les espaces vides pour que Pauline puisse déterminer au bout de combien de semaines elle pourra acheter sa tablette. Expliquez vos réponses.

Étant donné que Pauline a déjà 100 € d'économies, il faut initialiser le montant des économies de Pauline à 100 et non à 0. Pauline économise les 2/3 des 30 € qu'elle gagne toutes les semaines. Il faut donc ajouter chaque semaine 20 € dans le montant de ses économies. Pour le corrigé, voir fichier 05\_tablette\_C.sb2.

**f** Expliquez pourquoi l'instruction `ajouter à x 1` est nécessaire.

Cette instruction permet d'ajouter 1 à la valeur de x (nombre de semaines) à chaque nouvelle boucle du programme réalisée.

## Je m'entraîne



QCM

# qcm

Un autre QCM en ligne

foucherconnect.fr/maths311

Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a.  $f$  est la fonction définie par  $f(x) = x^2$ . L'image de  $-4$  est égale à :

☐  $-16$ ☐  $-8$ ☒  $16$ 

b.  $g$  est la fonction définie par  $g(x) = 4x$ . L'antécédent de  $8$  est égal à :

☐  $-4$ ☐  $-2$ ☒  $2$ 

c. La phrase « l'image de  $5$  par la fonction  $k$  est  $11$  » s'écrit :

☐  $k(11) = 5$ ☒  $k(5) = 11$ ☐  $k \times 5 = 11$ 

d.  $t(4) = -10$  signifie que :

☐  $4$  est l'image de  $10$ ☐  $-10$  est l'antécédent de  $4$ ☒  $4$  est l'antécédent de  $-10$ 

e. La droite d'équation  $y = 10x - 5$  est la représentation graphique d'une fonction :

☐ linéaire☒ affine☐ On ne peut pas savoir.

f. Le coefficient directeur de la droite d'équation  $y = -3x + 5$  est :

☒  $-3$ ☐  $3$ ☐  $5$ 

## Vrai - Faux

Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations et justifiez votre choix.

a. **Affirmation:** la droite passant par les points de coordonnées  $(x ; f(x))$  du tableau suivant est la représentation graphique d'une fonction linéaire.

☐ Vrai☒ Faux

$x$	0	3	6
$f(x)$	$-3$	0	3

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère :

le point de coordonnées  $(0 ; 0)$ . Ce n'est pas le cas ici : la droite passe par le point  $(0 ; -3)$ .

b. Sans efforts particuliers, notre organisme perd environ  $10$  mL d'eau par transpiration toutes les  $30$  minutes.

**Affirmation:** la perte d'eau, en mL, en fonction du temps  $x$ , en heures, peut être modélisée par la fonction  $e$  telle que  $e(x) = 10x + 30$ .

☐ Vrai☒ Faux

Si l'organisme perd  $10$  mL toutes les  $30$  minutes, alors il perd  $20$  mL d'eau toutes les heures :

ce que l'on peut modéliser par la fonction  $e$  telle que  $e(x) = 10x + 30$ .



## Notion de fonction

## Exercice 1

$f$  est une fonction telle que  $f(8) = 14$ .

**a** Faites une phrase contenant les mots « fonction » et « image ».

L'image du nombre 8 par la fonction  $f$  est égale à 14.

**b** Faites une phrase contenant les mots « fonction » et « antécédent ».

L'antécédent du nombre 14 par la fonction  $f$  est égal à 8.

## Fonction linéaire

## Exercice 2

On définit la fonction linéaire  $f$  par  $f(x) = 4x$  et la fonction linéaire  $g$  par  $g(x) = -2,1x$ .

**a** Calculez  $f(4)$  ;  $f(-5,2)$  ;  $f\left(\frac{5}{3}\right)$  ;  $g(0,5)$  ;  $g(-10)$  ;  $g(10^3)$ .

$$f(4) = 4 \times 4 = 16 \quad f(-5,2) = 4 \times (-5,2) = -20,8 \quad f\left(\frac{5}{3}\right) = 4 \times \frac{5}{3} = \frac{20}{3}$$

$$g(0,5) = -2,1 \times 0,5 = -1,05 \quad g(-10) = -2,1 \times (-10) = 21 \quad g(10^3) = -2,1 \times 10^3 = -2\,100$$

**b** Calculez l'image de 8 par  $f$  et par  $g$  :  $f(8) = 4 \times 8 = 32$  ;  $g(8) = -2,1 \times 8 = -16,8$

**c** Calculez l'antécédent de 72 par  $f$  :  $4x = 72$  ;  $x = \frac{72}{4} = 18$

**d** Calculez l'antécédent de 42 par  $g$  :  $-2,1x = 42$  ;  $x = \frac{42}{-2,1} = -20$

## Fonction affine

## Exercice 3

La fonction affine  $g$  est définie, pour tout nombre  $x$ , par  $g(x) = 0,8x - 2$ .

**a** Calculez l'image de 10 par  $g$  :  $g(10) = 0,8 \times 10 - 2 = 6$ . L'image de 10 par la fonction  $g$  est 6.

**b** Calculez  $g(-1)$  :  $g(-1) = 0,8 \times (-1) - 2 = -2,8$

**c** Calculez le nombre qui a pour image 14 par  $g$  :  $0,8x - 2 = 14$  ;  $0,8x = 14 + 2$  ;  $0,8x = 16$  ;  $x = \frac{16}{0,8} = 20$ .

Le nombre qui a pour image 14 par la fonction  $g$  est le nombre 20.

**d** Calculez l'antécédent de  $-4,4$  par  $g$  :  $0,8x - 2 = -4,4$  ;  $0,8x = -4,4 + 2$  ;  $0,8x = -2,4$  ;  $x = \frac{-2,4}{0,8} = -3$ .

L'antécédent de  $-4,4$  par la fonction  $g$  est le nombre  $-3$ .

## Je vais plus loin



## Exercice 4

Voici 4 fonctions linéaires  $f$ ,  $g$ ,  $h$ , et  $i$  définies, pour tout  $x$  par :  $f(x) = 1,8x$  ;  $g(x) = -7x$  ;  $h(x) = -x$  ;  $i(x) = \frac{3x}{4}$ .

Pour chacune d'elles, **donnez** le coefficient  $a$ .

Nom de la fonction linéaire	$f$	$g$	$h$	$i$
$a$	1.8	-7	-1	$\frac{3}{4}$

## Exercice 5

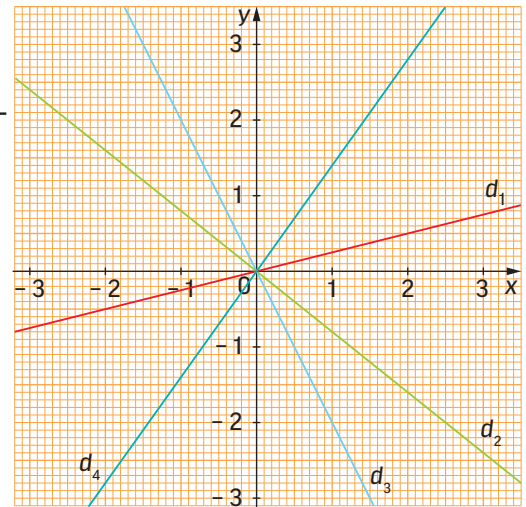
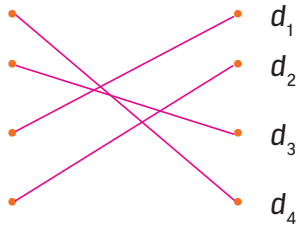
**Associez** à chacune des fonctions linéaires suivantes sa représentation graphique.

$$f(x) = 1,4x$$

$$g(x) = -2x$$

$$h(x) = \frac{1}{4}x$$

$$i(x) = -0,8x$$



## Exercice 6

Une fonction affine  $f$  est représentée ci-contre par la droite  $d$ .

**a** Lisez sur le graphique l'image de 2 : 2.5 et l'image de 0 : 0.5

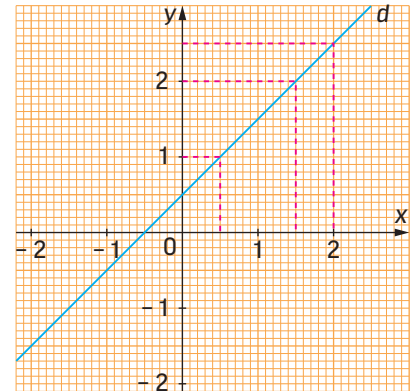
**b** Lisez sur le graphique le nombre dont l'image est 2 : 1.5

**c** Lisez sur le graphique l'antécédent de 1 : 0.5

**d** Donnez l'ordonnée à l'origine de la droite  $d$  : 0.5

**e** Calculez le coefficient directeur  $a$  de la droite  $d$  à l'aide des coordonnées de deux points de  $d$ , par exemple  $(0 ; 0,5)$  et  $(1 ; 1,5)$ .

$$a = \frac{1,5 - 0,5}{1 - 0} = \frac{1}{1} = 1$$



À la question **e**, appliquez la formule suivante :  $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$   
où  $x_1$  et  $x_2$  sont deux nombres quelconques différents.

## Exercice 7

Scratch

Il s'échange 2 115 000 mails par seconde dans le monde et un mail coûte en moyenne 0,009 €.

Théo a écrit un script avec le logiciel Scratch qui calcule le cumul du nombre de mails envoyés et du coût en fonction du temps écoulé. Malheureusement, les instructions ont été mélangées.



→ Ouvrez le fichier 05\_exo7.sb2.

**a** Remettez les instructions dans le bon ordre et vérifiez qu'au bout de 10 s, il s'est échangé 21 150 000 mails, ce qui représente une somme de 190 350 €.

Pour le corrigé, voir le fichier 05\_exo7\_C.sb2.

**b** On peut modéliser cette situation par une fonction  $f$  qui, au nombre  $x$  de secondes, associe le coût des mails échangés pendant cette durée.

Écrivez l'expression algébrique de la fonction  $f$ .

$$f(x) = 2\,115\,000 \times 0,009 \times x : f(x) = 19\,035x$$

**c** Calculez  $f(10)$ .

$$f(10) = 19\,035 \times 10 = 190\,350$$

Vérifiez votre résultat à l'aide de la question a.



## Exercice 8

PRISE d'initiative

PRO

Métiers de l'électricité

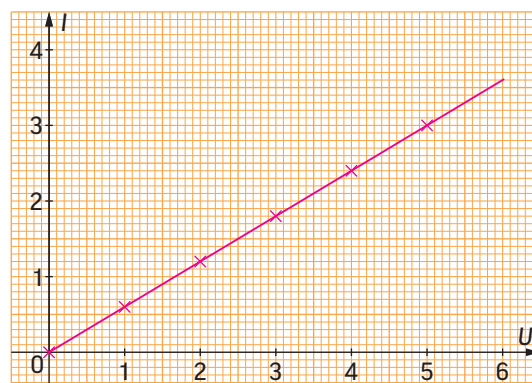
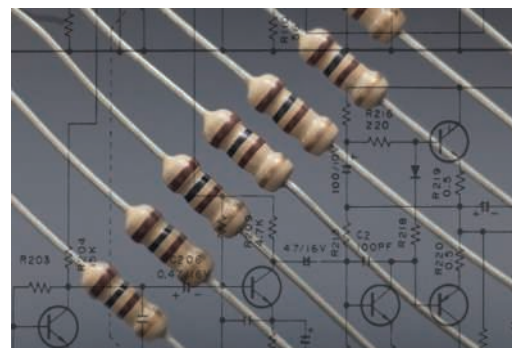
En TP de sciences physiques, José utilise un conducteur ohmique  $R$  dans un montage électrique. Il fait varier la tension  $U$ , en volts, aux bornes de ce conducteur ohmique et relève l'intensité  $I$  du courant, en ampères, qui circule dans ce conducteur ohmique.

Il obtient les résultats suivants.

Tension $U$ (en volts)	0	1	2	3	4	5
Intensité $I$ (en ampères)	0	0,6	1,2	1,8	2,4	3

Montrez graphiquement que la tension  $U$  est proportionnelle à l'intensité  $I$  pour ce conducteur ohmique. Faites apparaître la démarche utilisée.

Dans le repère, on place les points de coordonnées  $(U ; I)$ . On obtient la représentation graphique d'une fonction linéaire puisqu'il est possible de tracer une droite qui passe par l'ensemble des points obtenus, y compris l'origine du repère. On peut en déduire que la tension  $U$  est proportionnelle à l'intensité  $I$  pour ce conducteur ohmique.





## Exercice 9

Samir est un jeune commercial. Il vient d'être embauché avec la proposition suivante de salaire mensuel : un fixe de 600 €, plus une commission de 10 % sur le montant des ventes qu'il réalise.

### Partie 1 : Montant de la commission de Samir

a La commission étant proportionnelle au montant des ventes, **complétez** le tableau suivant.

Montant des ventes (en €) : $x$	0	4 000	8 000	12 000	20 000
Montant de la commissions (en €) : $c$	0	400	800	1 200	2 000

b **Donnez** le coefficient de proportionnalité du tableau :  $0,1$

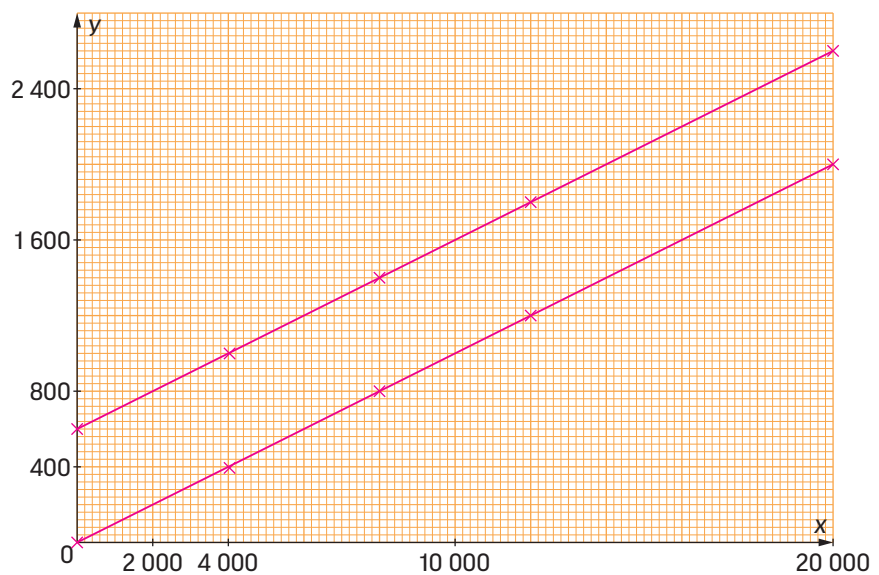
c **Exprimez** la commission  $c$  en fonction du montant des ventes  $x$  :  $c = 0,1x$

d Dans le repère ci-contre, **placez** les points dont les coordonnées sont données dans le tableau précédent et **reliez**-les à la règle.

e **Cochez** la bonne réponse.  
La représentation obtenue est celle d'une fonction :

☒ linéaire      ☒ affine

**Justifiez** : les points sont alignés et la droite obtenue passe par l'origine du repère.



### Partie 2 : Salaire total de Samir

a **Complétez** le tableau suivant.

Salaire total = fixe + commission

Montant des ventes (en €) : $x$	0	4 000	8 000	12 000	20 000
Salaire total (en €) : $s$	600	1 000	1 400	1 800	2 600

b Est-ce un tableau de proportionnalité ? **Non**

**Justifiez.**  $\frac{1\,000}{4\,000} = 0,25$  ;  $\frac{1\,400}{8\,000} = 0,175$ . Les rapports ne sont pas égaux : le tableau n'est donc pas un tableau de proportionnalité.

c **Exprimez** le salaire total  $s$  en fonction du montant des ventes  $x$  :  $s = 0,1x + 600$

d **Placez** les cinq points dont les coordonnées sont données par le tableau précédent dans le graphique de la première partie et **reliez** les points obtenus.

e **Expliquez** ce que vous remarquez quant à la direction des deux droites obtenues.

Elles sont parallèles.

f La situation étudiée dans cette partie peut être modélisée par la fonction  $g$  telle que  $g(x) = 0,1x + 600$ .

**Cochez** la bonne réponse : la fonction  $g$  est : ☐ linéaire      ☒ affine

**Justifiez.** L'expression algébrique de la fonction  $g$  est de la forme  $g(x) = ax + b$  avec  $a = 0,1$  et  $b = 600$  ; la droite obtenue ne passe pas par l'origine du repère.

## Exercice 10

PRISE d'initiative

PRO

Métiers de la distribution

Une association de producteurs propose de commander des paniers de légumes de saison.

Les paniers sont vendus et livrés depuis le lieu de production et pour une distance maximale de 20 km. Pour la livraison, deux possibilités sont proposées :

- Possibilité 1 : le panier est vendu 21 € pour une distance de livraison inférieure ou égale à 10 km.
- Possibilité 2 : le panier est vendu 18 € pour une distance de livraison comprise entre 10 et 20 km, avec des frais de transport de 9 € quel que soit le nombre de paniers livrés.

On modélise la possibilité 1 par la fonction  $P$  qui au nombre de paniers  $x$  associe le prix payé  $P(x)$  par un client qui habite à moins de 10 km de l'association.

On modélise la possibilité 2 par la fonction  $S$  qui au nombre de paniers  $x$  associe le prix payé  $S(x)$  par un client qui habite à une distance comprise entre 10 km et 20 km de l'association.



a) Donnez l'expression de la fonction  $P$  :  $P(x) = 21x$

b) Donnez l'expression de la fonction  $S$  :  $S(x) = 18x + 9$

c) Cochez la bonne réponse :

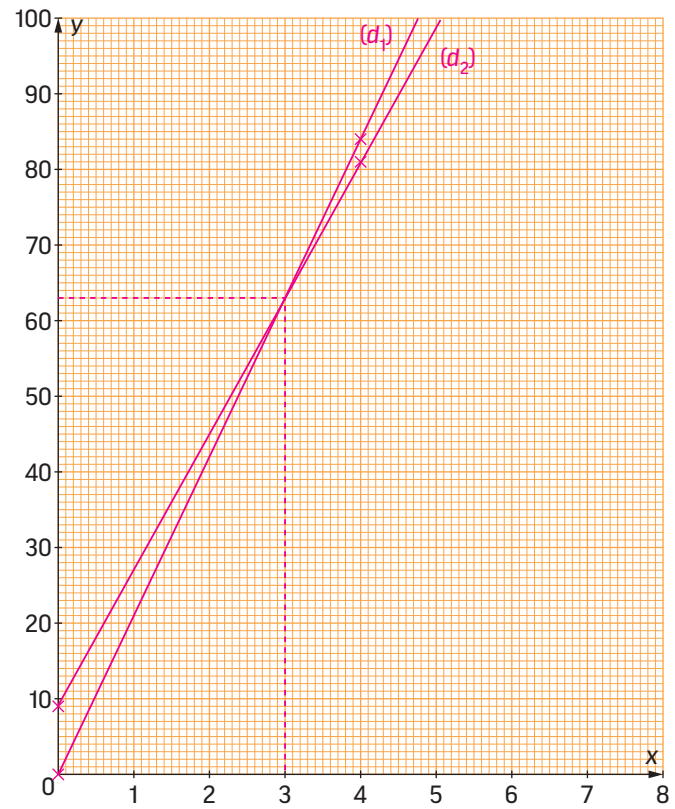
- la fonction  $P$  est : ☒ affine ☒ linéaire
- la fonction  $S$  est : ☒ affine ☐ linéaire

d) Dans un même repère orthogonal, représentez graphiquement les deux fonctions  $P$  et  $S$ .

e) Un client habite exactement à 10 km de l'association. On suppose qu'il a le choix entre les deux possibilités. Déterminez le tarif le plus avantageux pour ce client selon le nombre  $x$  de paniers qu'il souhaite acheter.

Faites apparaître la démarche utilisée.

On trace la droite  $(d_1)$  d'équation  $y = 21x$  et la droite  $(d_2)$  d'équation  $y = 18x + 9$ . Le point d'intersection des deux droites est le point  $(3 : 63)$ . Cela signifie que pour 3 paniers, le client pourra choisir le tarif qu'il souhaite. Il payera 63 € dans les deux cas. Pour  $x < 3$ , la droite  $(d_1)$  est en dessous de la droite  $(d_2)$ . Cela signifie que pour moins de 3 paniers, le client aura intérêt à choisir le tarif 1. Pour  $x > 3$ , la droite  $(d_1)$  est au-dessus de la droite  $(d_2)$ . Cela signifie que pour plus de 3 paniers, il devra choisir le tarif 2.



# Je me teste VERS LE BREVET 5

Nom : .....

Prénom : .....

Date : ..... Classe : .....

## Exercice 1

On considère la fonction affine  $k$  définie par  $k(x) = -4x + 1$ .

**a** Calculez l'image de 0 par la fonction  $k$  :  $k(0) = -4 \times 0 + 1 = 1$

**b** Calculez l'antécédent de 5 par  $k$  :  $-4x + 1 = 5$   $-4x = 5 - 1$   $-4x = 4$   $x = \frac{4}{-4} = -1$

**c** Calculez  $k(3)$  :  $k(3) = -4 \times 3 + 1 = -11$

**d** Calculez le nombre qui a pour image 9 par la fonction  $k$  :  $-4x + 1 = 9$   $-4x = 9 - 1$   
 $-4x = 8$   $x = \frac{8}{-4}$   $x = -2$

## Exercice 2

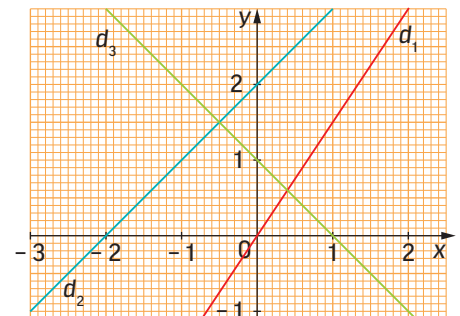
On donne les fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  définies par :  $f(x) = x + 2$  ;  $g(x) = -x + 1$  ;  $h(x) = 1,5x$ .

**a** Parmi les droites tracées sur le graphique ci-contre, nommez, en justifiant, celle qui représente :

$f$  : il s'agit de la droite  $d_2$  : cette droite a un coefficient directeur égal à 1 et une ordonnée à l'origine égale à 2.

$g$  : il s'agit de la droite  $d_3$  : cette droite a un coefficient directeur égal à  $-1$  et une ordonnée à l'origine égale à 1.

$h$  : il s'agit de la droite  $d_1$  : cette droite a un coefficient directeur égal à 1,5 et une ordonnée à l'origine égale à 0.



**b** Donnez la nature de chacune de ces trois fonctions (linéaire ou affine).

$f$  : affine  $g$  : affine  $h$  : linéaire

## Exercice 3

On considère les fonctions  $i$  et  $j$  définies par :

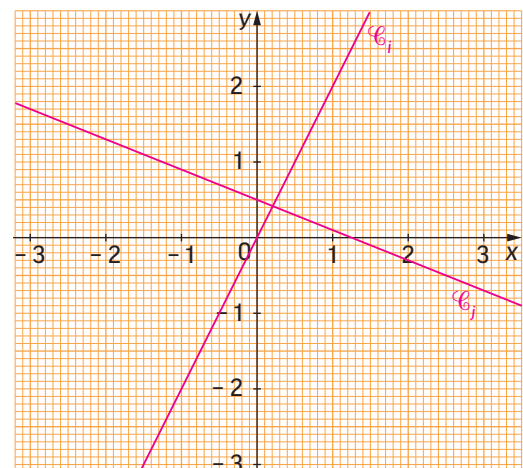
$i(x) = 2x$  et  $j(x) = -0,4x + 0,5$ .

**a** Complétez le tableau de valeurs.

$x$	-1	0	1	2
$i(x)$	-2	0	2	4
$j(x)$	0,9	0,5	0,1	-0,3

**b** Tracez la représentation graphique des fonctions  $i$  et  $j$  dans le repère ci-contre.

Voir corrigé sur le graphique.



## Exercice 4

Alane va régulièrement au théâtre. Le théâtre dans lequel il se rend propose deux tarifs :

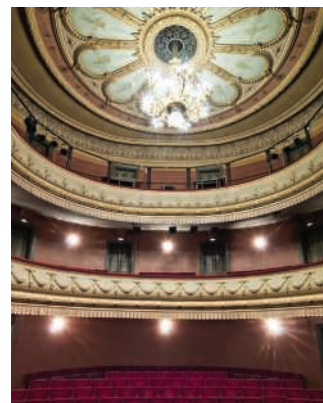
- tarif A : 8 € par spectacle ;
- tarif B : carte d'abonnement à 20 €, plus 4 € par spectacle.

On note  $x$  le nombre de spectacles auxquels Alane assiste.

**a** Donnez l'expression algébrique de la fonction qui permet de modéliser :

• le tarif A :  $f(x) = 8x$

• le tarif B :  $g(x) = 4x + 20$



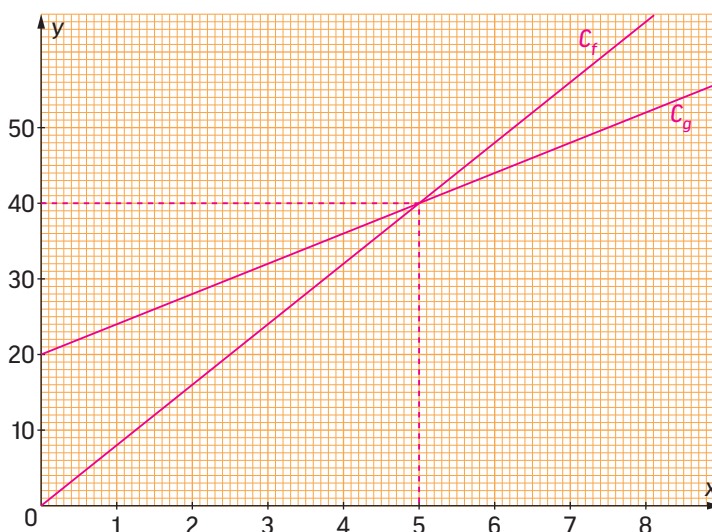
**b** En utilisant un graphique, indiquez quel sera le tarif le plus avantageux pour Alane en fonction du nombre de fois où il se rend au théâtre.

Faites apparaître la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte même si le travail n'est pas complètement abouti.

On trace  $C_f$  la droite d'équation  $y = 8x$  et  $C_g$  la droite d'équation  $y = 4x + 20$ . Le point d'intersection des deux droites est le point (5 ; 40). Cela signifie que pour 5 spectacles, Alane pourra choisir le tarif qu'il souhaite : il payera 40 € dans les deux cas.

Pour  $x < 5$ , la droite  $C_f$  est en dessous de la droite  $C_g$ . Cela signifie que pour moins de 5 spectacles, Alane aura intérêt à choisir le tarif A.

Pour  $x > 5$ , la droite  $C_g$  est en dessous de la droite  $C_f$ . Cela signifie que pour plus de 5 spectacles, il aura intérêt à choisir le tarif B.



## d'évaluation Chapitre 5 : Fonction linéaire – Fonction affine

Compétences travaillées	Connaissances et compétences associées	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
<b>Chercher</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Connaître</b> le vocabulaire lié aux fonctions.</li> </ul>	1a ; 1b ; 1c ; 1d ; 2b			
<b>Raisonner</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Associer</b> la représentation graphique d'une fonction à son expression.</li> <li>• <b>Justifier</b> ses choix.</li> <li>• <b>Associer</b> la représentation graphique ou l'expression d'une fonction à sa nature.</li> <li>• <b>Modéliser</b> la situation en utilisant une expression algébrique.</li> <li>• <b>Proposer</b> une démarche.</li> </ul>	2a 2a 2b  4 4			
<b>Calculer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Calculer</b> l'image d'un nombre par une fonction.</li> <li>• <b>Calculer</b> l'antécédent d'un nombre par une fonction.</li> <li>• <b>Compléter</b> un tableau de valeurs.</li> <li>• <b>Tracer</b> la représentation graphique d'une fonction affine.</li> </ul>	1a ; 1c 1b ; 1d 3a 3b ; 4			
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Rédiger</b> la réponse en la justifiant.</li> <li>• <b>Expliquer</b> de façon claire la démarche suivie pour répondre au problème, donner les étapes.</li> </ul>	2a 4			

# Graphiques statistiques

## Question FLASH

Dans un groupe de 30 personnes, 12 portent des lunettes.

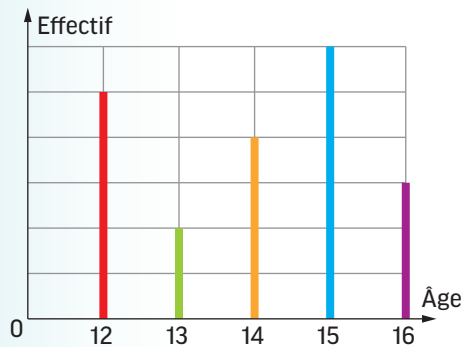
→ **Cochez** la réponse exacte :

le pourcentage de personnes portant des lunettes est : ☐ 12 % ☒ 40 % ☐ 42 %.

## ACTIVITÉ 1 Représenter une série statistique à valeurs isolées

Katia dirige une école de boxe qui propose des cours pour adolescents. On a le choix entre les deux graphiques ci-dessous pour donner la répartition par âge de ses élèves. Les effectifs ne sont pas donnés.

### A Diagramme en bâtons



La hauteur des bâtons est proportionnelle à l'effectif.

### B Diagramme circulaire



La mesure de l'angle au centre des secteurs est proportionnelle à l'effectif.

**But de l'activité :** déterminer le graphique qui permet la comparaison la plus rapide des différents effectifs.

- Déterminez l'âge pour lequel le nombre d'élèves est le plus élevé. **15 ans.**
- Quel graphique permet de répondre le plus rapidement à cette question ? **Le diagramme en bâtons.**
- Rangez les âges des élèves, de celui qui a l'effectif le plus grand à celui qui a l'effectif le plus petit.  
**15 ans : 12 ans : 14 ans : 16 ans : 13 ans.**
- Indiquez le graphique qui permet d'effectuer ce travail le plus rapidement. **Le diagramme en bâtons.**

## Je fais LE POINT

● Une série statistique qui prend des **valeurs isolées** peut être représentée par un **diagramme en bâtons** ou un **diagramme circulaire (en secteurs)**.

Exemple

Diagramme en bâtons

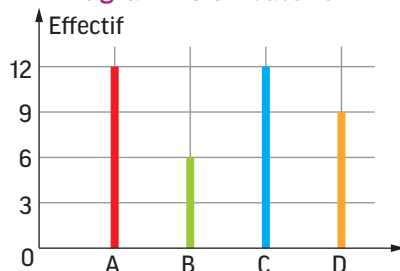
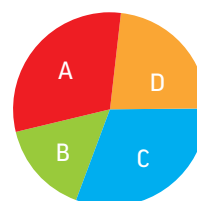


Diagramme circulaire



## ACTIVITÉ 2 Exploiter un histogramme

Des gardes-forestiers mesurent le diamètre des arbres d'une parcelle de forêt. La parcelle est exploitable si 70 % de ses arbres ont un diamètre supérieur ou égal à 60 cm.

On obtient le graphique ci-contre pour les arbres dont le diamètre est supérieur ou égal à 30 cm. Ce graphique est un **histogramme**.

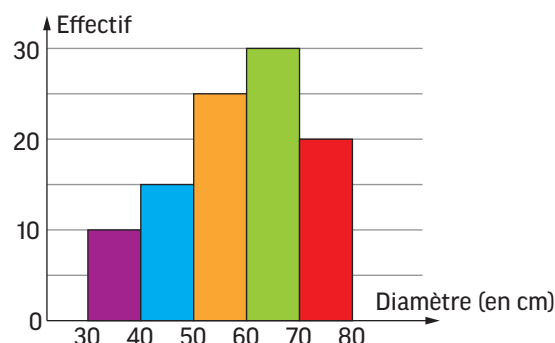
Les cinq rectangles ayant la même largeur, la hauteur des rectangles est proportionnelle à l'effectif.

**But de l'activité : déterminer si la parcelle est exploitable.**



Lorsque le diamètre  $d$  est compris entre 30 cm inclus et 40 cm exclu, on peut écrire l'**encadrement** :  $30 \leq d < 40$ .

On dit aussi que  $d$  appartient à la **classe**  $[30 ; 40[$ .



**a** Complétez le tableau à l'aide du graphique.

Diamètre $d$ (en cm)	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[	[60 ; 70[	[70 ; 80[	Total
Effectif (nombre d'arbres)	10	15	25	30	20	100

**b** Calculez le pourcentage d'arbres dont le diamètre est compris entre 40 et 50 cm.

D'après le tableau, le pourcentage est 15 % :  $\frac{15}{100} = 0,15$ , soit 15 %.

Ce pourcentage est aussi appelé **fréquence** de la classe  $[40 ; 50[$ .

**c** Calculez le pourcentage d'arbres dont le diamètre est supérieur ou égal à 60 cm.

$(30 + 20) \div 100 = 0,50$ . Le pourcentage est 50 %.

**d** La parcelle est-elle exploitable ? Non.

Justifiez. 50 % < 70 %. La parcelle n'est donc pas exploitable.

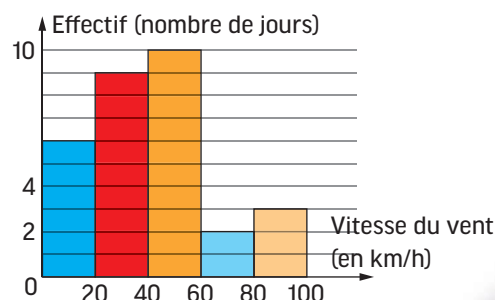
### Je fais LE POINT

- Un **histogramme** est constitué de rectangles accolés dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif si les rectangles ont tous la même largeur.
- Une série dont les valeurs sont regroupées en **classes** peut être représentée par un histogramme.

#### Exemple

Cet histogramme donne la répartition des vitesses du vent, en km/h, mesurées chaque jour pendant un mois en un lieu donné.

On lit sur cet histogramme que le vent a eu une vitesse comprise entre 40 et 60 km/h pendant 10 jours.



# Moyenne et médiane

## Question FLASH

On donne la série de nombres 7 ; 10 ; 13 ; 29 ; 38.

→ **Cochez** la ou les réponses exactes. Ces nombres sont rangés :

☒ par ordre croissant

☐ par ordre décroissant

☒ du plus petit au plus grand

## ACTIVITÉ 1 Calculer une moyenne

Les responsables d'un site internet marchand réalisent une enquête de satisfaction auprès de leurs clients.

Ils leur demandent d'attribuer une note entre 0 et 10 au site.

Le tableau suivant montre les notes données par 50 clients.

Note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	0	0	1	2	0	4	12	16	9	4	2

Les résultats de l'enquête sont satisfaisants si la note moyenne obtenue est supérieure ou égale à 7.

 **But de l'activité :** déterminer si les résultats de l'enquête sont satisfaisants.



**a** **Donnez** le nombre de clients qui ont attribué la note 6 au site.

Il y a 12 clients.

**b** **Calculez** la somme des notes données par les 50 clients.

$$0 \times 0 + 1 \times 0 + 2 \times 1 + 3 \times 2 + 4 \times 0 + 5 \times 4 + 6 \times 12 + 7 \times 16 + 8 \times 9 + 9 \times 4 + 10 \times 2 = 340$$

**c** **Divisez** la somme obtenue par l'effectif total.

$$\frac{\text{somme des notes}}{\text{effectif total}} = \frac{340}{50} = 6,8$$

Ce résultat est la **note moyenne** donnée par les 50 clients.

**d** Les résultats de l'enquête sont-ils satisfaisants ? **Non.**

**Justifiez.** La note moyenne 6,8 est inférieure à 7. Les résultats de l'enquête ne sont donc pas satisfaisants.

## Je fais LE POINT

● La **moyenne** d'une série statistique est le quotient de la somme de toutes les valeurs de la série par l'effectif total.

*Exemple*

On note les âges d'un groupe de cinq enfants : 15 ; 8 ; 7 ; 14 ; 12.

$$\text{L'âge moyen est : } \frac{15 + 8 + 7 + 14 + 12}{5} = \frac{56}{5} = 11,2 \text{ ans.}$$

## ACTIVITÉ 2 Déterminer une médiane

Au cours d'un entraînement en vue d'une compétition, neuf athlètes ont couru le 200 mètres avec les temps suivants (en secondes) : 20,20 ; 20,24 ; 20,12 ; 20,54 ; 20,48 ; 20,38 ; 20,68 ; 20,07 ; 20,13.

L'entraîneur considère que le groupe est prêt si :

- l'écart entre le moins bon et le meilleur des coureurs est inférieur à 0,5 seconde ;
- un des temps mesurés partage la série en deux parties de même effectif.



**But de l'activité :** déterminer si le groupe est prêt pour la compétition.

**a Rangez** les neuf temps par ordre croissant.

1 <sup>er</sup>	2 <sup>e</sup>	3 <sup>e</sup>	4 <sup>e</sup>	5 <sup>e</sup>	6 <sup>e</sup>	7 <sup>e</sup>	8 <sup>e</sup>	9 <sup>e</sup>
20,07	20,12	20,13	20,20	20,24	20,38	20,48	20,54	20,68

**b Indiquez** pour quelle valeur de la série il y a autant de temps inférieurs à cette valeur que de temps supérieurs.

20,24 car il y a 4 valeurs inférieures à 20,24 et 4 valeurs supérieures à 20,24.

Cette valeur s'appelle la **médiane** de la série.

**c Calculez** la différence entre le temps de course le plus grand et le temps le plus petit.

$20,68 - 20,07 = 0,61$  seconde

Cette différence est l'**étendue** de la série.

**d** Le groupe est-il prêt pour la compétition ? **Non** : la 2<sup>e</sup> condition est remplie mais pas la 1<sup>re</sup>.

### Je fais LE POINT

- La **médiane** d'une série statistique dont les valeurs sont rangées par ordre croissant (ou décroissant) est une valeur qui partage cette série en **deux parties de même effectif**.



- L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la valeur la plus grande et la valeur la plus petite de la série.

#### Exemple

Voici les 22 notes obtenues par un groupe d'élèves à un devoir noté sur 10.

Note sur 10	3	5	6	7	8	9
Effectif	4	5	6	3	2	2

La médiane est comprise entre la 11<sup>e</sup> et la 12<sup>e</sup> notes car la moitié de 22 est 11.

3 3 3 3 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 7 7 7 8 8 9 9

11 notes                      11 notes

La 11<sup>e</sup> note est un 6 ; la 12<sup>e</sup> note est aussi un 6. La note médiane est donc 6.

L'étendue des notes est :  $9 - 3 = 6$ .

# Indicateurs et graphiques statistiques



## ACTIVITÉ

1



Déterminer la moyenne et la médiane d'une série avec une calculatrice

Dans un laboratoire, on fait germer des grains de blé et on étudie leur croissance. Le tableau ci-dessous donne la taille des plantules (petites plantes) 10 jours après la mise en germination.

Le lot de grains est de bonne qualité si la différence entre la taille moyenne et la taille médiane est inférieure à 2 cm.

Taille (en cm)	0	8	12	14	16	17	18	19	20	21	22
Effectif	1	2	2	4	2	2	3	3	4	4	2



**But de l'activité :** déterminer si le lot de grains est de bonne qualité.

**a** Déterminez la moyenne et la médiane de la série des tailles en utilisant les fonctions statistiques de votre calculatrice.

Avec une Casio fx-92 Spéciale Collège	Avec une TI-Collège Plus
<p><b>a. Entrée des données</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mettez la calculatrice en mode statistique à une variable à l'aide de la suite de touches :  </li> <li>Entrez les tailles dans la colonne de gauche. Cliquez sur  entre chaque valeur.</li> <li>Entrez les effectifs dans la colonne de droite. Cliquez sur  entre chaque valeur.</li> </ul> <p><b>b. Calculs statistiques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Appuyez successivement sur les touches :  </li> <li>Faites défiler l'écran jusqu'aux résultats cherchés.</li> </ul> <p><math>\bar{x}</math> est la moyenne.  <math>n</math> est l'effectif total.  Med est la médiane.</p>	<p><b>a. Entrée des données</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Appuyez sur .</li> <li>Entrez les tailles dans la colonne L1. Cliquez sur  entre chaque valeur.</li> <li>Entrez les effectifs dans la colonne L2. Cliquez sur  entre chaque valeur.</li> </ul> <p><b>b. Calculs statistiques</b></p> <p>Appuyez successivement sur les touches :   , puis sélectionnez L1 et L2.</p> <p>Appuyez sur .</p> <p><math>N</math> est l'effectif total.  <math>\bar{x}</math> est la moyenne.  méd est la médiane.</p>

**Complétez :** la taille moyenne arrondie au dixième, est 16.6 cm ; la taille médiane est 18 cm.

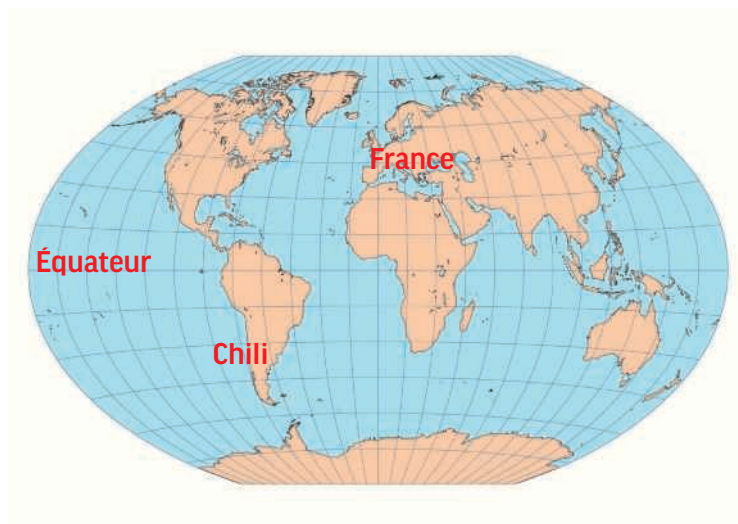
**b** Le lot de grains est-il de bonne qualité ? Oui.

**Justifiez.** Différence entre la taille médiane et la taille moyenne :  $18 - 16,6 = 1,4$  cm. Le lot est de bonne qualité car  $1,4 \text{ cm} < 2 \text{ cm}$ .



On s'intéresse aux quantités de pluie et aux températures que l'on mesure à Lyon qui est en France dans l'hémisphère nord et à Santiago du Chili qui est au Chili dans l'hémisphère sud.

**But de l'activité :** comparer ces données climatiques à l'aide de graphiques statistiques.



→ Ouvrez le fichier 06\_climat.xlsx.

### Étude des hauteurs de pluie

**a** Sur la feuille Pluie, **tracez** le diagramme circulaire représentant les hauteurs trimestrielles de pluie à Lyon. Pour cela :

- **Sélectionnez** les cellules A4 à E5.
- **Cliquez** sur l'onglet « Insertion », puis **choisissez** « Secteurs » dans « Graphiques ». **Cliquez** sur le diagramme en haut à gauche.

**b** **Tracez** de même le diagramme circulaire représentant les hauteurs de pluie trimestrielles à Santiago du Chili. **Déplacez** le graphique obtenu à côté du précédent. *Pour le corrigé, voir fichier 06\_climat\_C.xlsx.*

**c** **Comparez** la répartition des pluies à Lyon et à Santiago du Chili selon les trimestres.

*À Lyon, les pluies sont bien réparties sur les quatre trimestres.*

*À Santiago du Chili, presque 50 % des pluies sont observées au 3<sup>e</sup> trimestre.*

### Étude des températures mensuelles moyennes

**d** Sur la feuille Températures, **représentez** sur le même diagramme en bâtons les températures mensuelles moyennes à Lyon et à Santiago du Chili. Pour cela :

- **Sélectionnez** les cellules A4 à M6.
- **Cliquez** sur l'onglet « Insertion », puis choisissez « Colonnes ». **Cliquez** sur le diagramme en haut à gauche.
- **Agrandissez** le graphique obtenu en longueur pour bien voir les différents mois.

**e** **Comparez** les températures à Lyon et à Santiago du Chili selon les mois.

*Les mois les plus chauds à Lyon correspondent aux mois les plus froids à Santiago.*

*Les mois les plus froids à Lyon correspondent aux mois les plus chauds à Santiago.*

*Explication : Lyon est dans l'hémisphère nord, tandis que Santiago est dans l'hémisphère sud.*

## Je m'entraîne



QCM

# qcm

Un autre QCM en ligne

foucherconnect.fr/maths313

Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. La médiane d'une série ordonnée de 19 valeurs est :

☐ la 9<sup>e</sup> valeur

☒ la 10<sup>e</sup> valeur

☐ la 11<sup>e</sup> valeur

b. Voici la taille de 6 joueurs de basket : 1,98 m ; 1,80 m ; 1,99 m ; 2,03 m ; 1,82 m ; 1,93 m.  
L'étendue de cette série est :

☐ 1,80 m

☒ 0,23 m

☐ 2,03 m

c. La taille moyenne des 6 joueurs de basket de la question b est égale à :

☒ 1,925 m

☐ 1,902 m

☐ On ne peut pas savoir.

a. Un élève a obtenu les notes suivantes : 6 ; 6 ; 9 ; 11 ; 12 ; 12 ; 14.

La médiane de ses notes est :

☐ 9

☐ 10

☒ 11

## Vrai - Faux

Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations et justifiez votre choix.

a. On donne la série de valeurs 13 ; 17 ; 21 ; 25 ; 29 ; 33.

**Affirmation:** cette série peut être représentée par un histogramme.

☐ Vrai

☒ Faux

Les valeurs de cette série sont isolées : elles ne sont pas regroupées en classe. On ne peut donc pas la représenter par un histogramme.

b. On donne la série de valeurs 13 ; 13 ; 17 ; 21 ; 26 ; 30 ; 34.

**Affirmation:** la médiane de cette série est inférieure à sa moyenne.

☒ Vrai

☐ Faux

La médiane est égale à 21 ; la moyenne est égale à 22. La médiane est donc inférieure à la moyenne.

c. Marion a eu les notes suivantes : 9 ; 12 ; 11 ; 14 ; 8 ; 10.

**Affirmation:** si on augmente toutes les notes de Marion d'un point, alors sa moyenne augmente d'un point.

☒ Vrai

☐ Faux

Inutile de calculer la moyenne. Le total des notes augmente de 6 et  $6 \div 6 = 1$ .



## Moyenne d'une série statistique

## Exercice 1

Un chocolatier a noté le nombre de boîtes de chocolat qu'il a vendues sur une semaine.

Jour de la semaine	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche
Nombre de boîtes vendues	13	32	60	54	61	63	32

**a** Calculez le nombre total de boîtes vendues durant la semaine.

$$13 + 32 + 60 + 54 + 61 + 63 + 32 = 315$$

**b** Calculez le pourcentage de boîtes vendues durant le week-end (samedi et dimanche). **Arrondissez** à l'unité.

$$63 + 32 = 95 ; 95 \div 315 \approx 0,302. \text{ Le pourcentage cherché est } 30 \%$$

**c** Calculez le nombre moyen de boîtes vendues par jour.

$$315 \div 7 = 45. \text{ Le nombre moyen de boîtes vendues est } 45.$$

## Exercice 2

La pesée de 21 boîtes de chocolat a donné les résultats suivants.

Masse en g	235	236	238	239	240	242	243	244	246
Effectif	1	3	5	2	1	2	2	2	3

Calculez, en g, la masse moyenne d'une boîte. **Arrondissez** au dixième.

$$\text{Masse totale des boîtes : } 235 \times 1 + 236 \times 3 + 238 \times 5 + \dots + 243 \times 2 + 244 \times 2 + 246 \times 3 = 5\,047 \text{ g}$$

$$\text{Masse moyenne : } 5\,047 \div 21 \approx 240,3 \text{ g}$$

## Médiane d'une série statistique

## Exercice 3

Les données sont celles de l'exercice 1.

**a** Rangez par ordre croissant les nombres de boîtes vendues.

$$13 ; 32 ; 32 ; 54 ; 60 ; 61 ; 63$$

**b** Déterminez le nombre médian de boîtes vendues durant la semaine.

$$\text{La médiane est la valeur de rang } 4. \text{ Le nombre médian de boîtes est } 54.$$

**c** Vérifiez votre résultat avec la calculatrice.

$$\text{La calculatrice donne bien } 54 \text{ pour la valeur médiane.}$$



## Exercice 4

Les données sont celles de l'exercice 2.

Déterminez la masse médiane des 21 boîtes.

$$\text{La masse médiane occupe le } 11^{\text{e}} \text{ rang. La masse médiane est } 239 \text{ g.}$$

## Je vais plus loin



## Exercice 5

Les habitants d'une petite commune ont la possibilité d'adhérer à la bibliothèque municipale. La responsable de la bibliothèque fait le bilan du nombre de livres empruntés au mois de janvier.

Elle obtient le tableau suivant.

Nombre de livres empruntés	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'adhérents	39	30	36	23	20	22	18	10	11

**a** Calculez le nombre total d'adhérents à la bibliothèque.

Nombre total d'adhérents :  $39 + 30 + 36 + 23 + 20 + 22 + 18 + 10 + 11 = 209$ .

**b** Calculez le nombre moyen de livres empruntés. Détaillez le calcul.

$(0 \times 39 + 1 \times 30 + 2 \times 36 + 3 \times 23 + 4 \times 20 + 5 \times 22 + 6 \times 18 + 7 \times 10 + 8 \times 11) \div 209 = 627 \div 209 = 3$

**c** Calculez le nombre médian de livres empruntés. Détaillez la méthode utilisée.  $209 \div 2 = 104,5$

La médiane est la 105<sup>e</sup> valeur.  $39 + 30 + 36 = 105$ . Le nombre médian de livres empruntés est 2.

## Exercice 6

Lors d'un contrôle, les 27 élèves d'une classe de 3<sup>e</sup> ont obtenu les notes suivantes :

8 ; 7 ; 8 ; 4 ; 13 ; 13 ; 13 ; 10 ; 4 ; 17 ; 18 ; 4 ; 13 ; 11 ; 9 ; 15 ; 5 ; 11 ; 18 ; 6 ; 9 ; 2 ; 19 ; 12 ; 12 ; 6 ; 15.

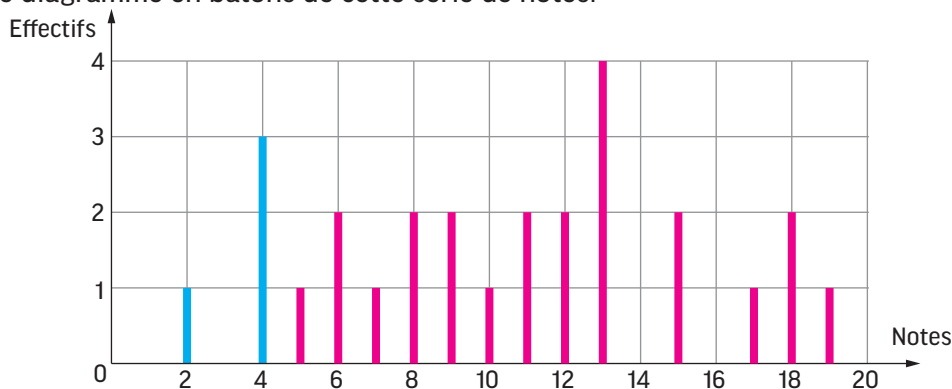
**a** Rangez les 27 notes par ordre croissant.

2 ; 4 ; 4 ; 4 ; 5 ; 6 ; 6 ; 7 ; 8 ; 8 ; 9 ; 9 ; 10 ; 11 ; 11 ; 12 ; 12 ; 13 ; 13 ; 13 ; 13 ; 15 ; 15 ; 17 ; 18 ; 18 ; 19.

**b** Complétez le tableau suivant.

Note	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	17	18	19
Effectif	1	3	1	2	1	2	2	1	2	2	4	2	1	2	1

**c** Complétez le diagramme en bâtons de cette série de notes.



**d** Calculez la moyenne des notes de la classe. Arrondissez au dixième.

Total des notes :  $2 \times 1 + 4 \times 3 + 5 \times 1 + 6 \times 2 + \dots + 19 \times 1 = 282$ .

Note moyenne :  $282 \div 27 \approx 10,4$ .

**e** Calculez la médiane des notes.  $27 \div 2 = 13,5$ . La note médiane est la 14<sup>e</sup> note.

La 14<sup>e</sup> note est un 11. La note médiane est 11.

**f** Calculez l'étendue de la série de notes.  $19 - 2 = 17$

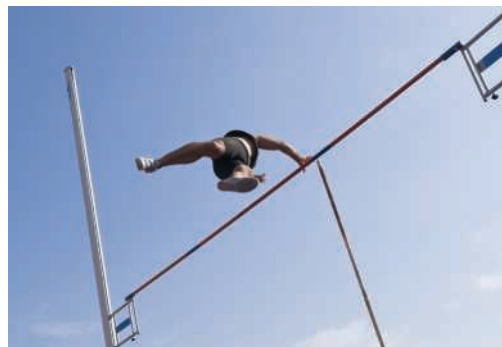
## Exercice 7

Voici les résultats, en mètres, obtenus par les 11 finalistes de l'épreuve hommes de saut à la perche aux Jeux Olympiques de 2016 : 5,50 ; 5,98 ; 5,50 ; 5,65 ; 6,03 ; 5,75 ; 5,50 ; 5,85 ; 5,75 ; 5,50 ; 5,50.

**a** Les médailles d'or, d'argent et de bronze ont été obtenues respectivement par le Brésil, la France et les États-Unis.

**Donnez** la hauteur de saut de chaque médaillé.

Médaille d'or : 6.03 m ; médaille d'argent : 5.98 m ; médaille de bronze : 5.85 m.



**b** Calculez la hauteur moyenne de saut lors de cette finale. Arrondissez au cm.

$(5.50 + 5.98 + 5.50 + 5.65 + 6.03 + 5.75 + 5.50 + 5.85 + 5.75 + 5.50 + 5.50) \div 11 = 62.51 \div 11 \approx 5.68 \text{ m}$

**c** La hauteur médiane correspond à celle du saut réalisé par le chinois Changrui Xue. **Donnez** la hauteur de son saut.

La médiane est la 6<sup>e</sup> valeur si les 11 hauteurs sont rangées par ordre croissant.

Le Chinois Changrui Xue a sauté 5.65 m.

## Exercice 8 (D'après sujet de DNB)

PRO

Métiers de la distribution

Pour commercialiser des tomates, une coopérative les calibre en fonction du diamètre. On a relevé, ci-dessous, le diamètre de 30 tomates (en millimètres).

49 ; 52 ; 59 ; 57 ; 51 ; 55 ; 50 ; 56 ; 49 ; 48 ;  
58 ; 49 ; 52 ; 51 ; 53 ; 56 ; 49 ; 56 ; 55 ; 50 ;  
52 ; 56 ; 57 ; 54 ; 53 ; 49 ; 51 ; 55 ; 56 ; 59.



**a** Rangez ces 30 diamètres par ordre croissant.

48 : 49 : 49 : 49 : 49 : 49 : 50 : 50 : 51 : 51 : 51 : 52 : 52 : 52 : 53 : 53 :  
54 : 55 : 55 : 55 : 56 : 56 : 56 : 56 : 56 : 57 : 57 : 58 : 59 : 59.

**b** Calculez l'étendue de la série.  $59 - 48 = 11 \text{ mm}$ .

**c** Déterminez, en utilisant la liste obtenue à la question a, le diamètre médian des 30 tomates. Justifiez.

$30 \div 2 = 15$ . La 15<sup>e</sup> valeur est 53. La 16<sup>e</sup> valeur est aussi 53. Donc le diamètre médian est 53 mm.

**d** Calculez, en mm, le diamètre moyen des 30 tomates. Arrondissez au dixième.

La somme des 30 diamètres est 1 597 mm. Le diamètre moyen est :  $1\,597 \div 30 \approx 53,2 \text{ mm}$ .



## Exercice 9

PRO Métiers de la comptabilité

Monsieur Sioca travaille au service financier d'une entreprise de 27 salariés. À l'occasion de la paie mensuelle, il relève le montant des salaires nets versés (en euros).

853	1 025	1 150	1 657	1 200	2 400	3 056
985	1 300	1 147	1 895	2 521	5 623	1 089
801	1 025	1 100	1 257	996	1 405	987
1 095	1 258	1 547	2 104	1 856	1 115	

### Étude de la série des 27 salaires

**a** Rangez les salaires dans l'ordre croissant.

801 ; 853 ; 985 ; 987 ; 996 ; 1 025 ; 1 025 ; 1 089 ; 1 095 ; 1 100 ; 1 115 ; 1 147 ; 1 150 ; 1 200 ; 1 257 ; 1 258 ; 1 300 ; 1 405 ; 1 547 ; 1 657 ; 1 856 ; 1 895 ; 2 104 ; 2 400 ; 2 521 ; 3 056 ; 5 623.

**b** En utilisant la liste obtenue, **déterminez** le salaire médian dans cette entreprise. On le note  $M_1$ .

Le salaire médian est la 14<sup>e</sup> valeur de la liste ordonnée du **a**. Il est égal à 1 200 €.  $M_1 = 1 200$

**c** **Calculez** le salaire moyen dans cette entreprise. On note  $m_1$  cette valeur arrondie au centime.

Somme des 27 salaires : 42 447 € ; salaire moyen :  $42\,447 \div 27 \approx 1\,572,11$  €.

$m_1 = 1\,572,11$

**d** **Calculez** le pourcentage de salariés qui gagnent moins que le salaire moyen.

19 salariés gagnent moins que le salaire moyen :  $\frac{19}{27} \approx 0,704$ .

Environ 70 % des salariés gagnent moins que le salaire moyen.

### Étude de la série modifiée

Dans la liste ordonnée des salaires obtenue à la question **a**, on supprime le salaire le plus bas et le salaire le plus élevé. On obtient ainsi 25 salaires rangés par ordre croissant.

**e** **Déterminez** la médiane  $M_2$  de ces 25 salaires.

$M_2 = 1\,200$ . C'est la 13<sup>e</sup> valeur de la nouvelle série.

**f** **Comparez**  $M_1$  et  $M_2$ .

$M_1 = M_2$ . Les valeurs extrêmes interviennent peu dans le calcul de la médiane.

**g** **Calculez** la moyenne  $m_2$  de ces 25 salaires.

Somme des 25 salaires : 36 023 € ; salaire moyen :  $36\,023 \div 25 = 1\,440,92$  € ;  $m_2 = 1\,440,92$ .

**h** **Comparez**  $m_1$  et  $m_2$ .

$m_1 \neq m_2$ . La moyenne est influencée par les valeurs extrêmes.

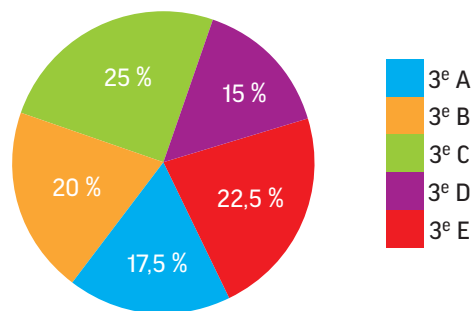
### Exercice 10

PRISE d'initiative

Le collège Debourg accueille 120 élèves de troisième répartis dans 5 classes : 3<sup>e</sup> A, 3<sup>e</sup> B, 3<sup>e</sup> C, 3<sup>e</sup> D et 3<sup>e</sup> E d'effectifs différents.

Le diagramme circulaire ci-contre donne la répartition des 120 élèves dans les 5 classes.

Les pourcentages indiqués sur le diagramme sont des pourcentages de l'effectif total des cinq classes de troisième.



**Calculez** le nombre médian d'élèves par classe de 3<sup>e</sup>.

Effectifs des différentes classes : 3<sup>e</sup> A :  $120 \times 0,175 = 21$  ; 3<sup>e</sup> B :  $120 \times 0,2 = 24$  ; 3<sup>e</sup> C :  $120 \times 0,25 = 30$  ;

3<sup>e</sup> D :  $120 \times 0,15 = 18$  ; 3<sup>e</sup> E :  $120 \times 0,225 = 27$ .

Effectifs rangés par ordre croissant : 18 ; 21 ; 24 ; 27 ; 30. La médiane est le terme de rang 3. C'est 24.

Le nombre médian d'élèves est 24.

### Exercice 11

PRISE d'initiative

Une entreprise produit des boules en grande quantité destinées à l'industrie. Le responsable qualité cherche à analyser la production. Il mesure pour cela le diamètre des boules d'un échantillon de 50 pièces et obtient les résultats suivants.

Diamètre (en mm)	72,6	72,7	72,8	72,9	73	73,1	73,2	73,3	73,4
Effectif	3	5	7	8	10	9	4	3	1

Une boule est dite conforme si son diamètre  $d$  appartient à l'intervalle  $[72,7 ; 73,3]$ .

Le responsable qualité considère que l'échantillon est de qualité satisfaisante si au moins 90 % des boules sont conformes et si le diamètre moyen arrondi au dixième est égal à 73,0 mm.

L'échantillon considéré est-il de qualité satisfaisante ?

Diamètre moyen :  $\frac{72,6 \times 3 + 72,7 \times 5 + \dots + 73,3 \times 3 + 73,4 \times 1}{50} = \frac{3\,648,1}{50} = 72,962 \text{ mm}$

La valeur arrondie au dixième du diamètre moyen est 73,0 mm.

46 boules sont conformes.  $\frac{46}{50} = 0,92$  :  $92 \% > 90 \%$ .

Donc l'échantillon est de qualité satisfaisante.

### Exercice 12

PRISE d'initiative

La moyenne d'âge d'un groupe de 5 filles est de 19 ans, celle d'un groupe de 3 garçons est de 23 ans. On réunit ces deux groupes.

**Calculez** la moyenne d'âge du nouveau groupe ainsi constitué.

$\frac{19 \times 5 + 23 \times 3}{5 + 3} = \frac{164}{8} = 20,5$

L'âge moyen du nouveau groupe est 20,5 ans.

# Je me teste VERS LE BREVET 6

Nom : .....

Prénom : .....

Date : ..... Classe : .....



## Exercice 1

Le tableau ci-dessous donne la répartition du nombre de spectateurs à la séance de midi, dans une salle de 325 places pendant la semaine du cinéma.

Jour de la semaine	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche
Nombre de spectateurs	164	239	312	285	310	308	321

**a** Calculez le nombre total de spectateurs durant la semaine.

Nombre total de spectateurs :  $164 + 239 + 312 + 285 + 310 + 308 + 321 = 1\,939$ .

**b** Calculez le pourcentage de places occupées le mercredi par rapport au nombre total de places.

$\frac{312}{1\,939} \approx 0.161$ . Le pourcentage cherché est 16.1 %.

**c** Calculez le nombre moyen de spectateurs par jour.

$1\,939 \div 7 = 277$ . Le nombre moyen de spectateurs par jour est 277.

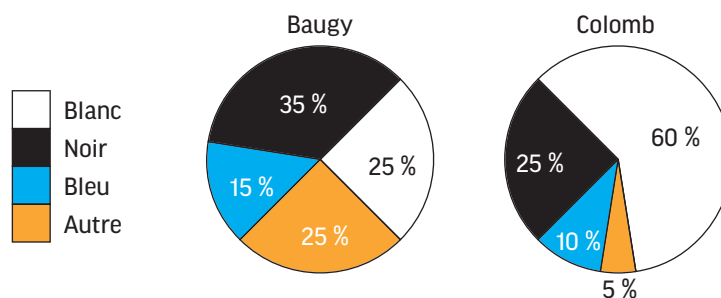
**d** Déterminez le nombre médian de spectateurs.

Effectifs rangés par ordre croissant : 164 ; 239 ; 285 ; 308 ; 310 ; 312 ; 321.

La médiane est le terme de rang 4. C'est 308. Le nombre médian de spectateurs est 308.

## Exercice 2

La ville de Baugy compte 50 000 voitures et la ville de Colomb compte 24 000 voitures. Les diagrammes circulaires ci-dessous représentent la répartition des voitures selon leur couleur dans les deux villes.



Dans quelle ville y a-t-il le plus de voitures blanches ? Justifiez.

Nombre de voitures blanches à Baugy :  $50\,000 \times 0.25 = 12\,500$ .

Nombre de voitures blanches à Colomb :  $24\,000 \times 0.6 = 14\,400$ .

C'est donc à Colomb qu'il y a le plus de voitures blanches.

### Exercice 3 (D'après sujet de DNB)

Voici pour une année le relevé des longueurs des gousses de vanille d'un producteur de Madagascar.

Longueur (en cm)	12	15	17	22	23
Effectif	600	800	1 800	1 200	600

La chambre d'agriculture décerne un label de qualité aux producteurs si les deux conditions suivantes sont remplies :

- la longueur moyenne des gousses de leur production est supérieure ou égale à 16,5 cm ;
- plus de la moitié des gousses de leur production a une taille supérieure à 17,5 cm.

Ce producteur pourra-t-il recevoir ce label de qualité ?



Faites apparaître la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte même si le travail n'est pas complètement abouti.

Effectif total : 5 000

Longueur moyenne des gousses :  $\frac{12 \times 600 + 15 \times 800 + 17 \times 1\,800 + 22 \times 1\,200 + 23 \times 600}{5\,000} = \frac{90\,000}{5\,000} = 18 \text{ cm.}$

Or  $18 \text{ cm} > 16,5 \text{ cm}$ . La première condition est remplie.

Nombre de gousses de taille supérieure à 17,5 cm :  $1\,200 + 600 = 1\,800 < 2\,500$ . La deuxième condition n'est pas remplie.

Donc le producteur ne pourra pas recevoir le label qualité.

## GRILLE d'évaluation Chapitre 6 : Statistiques

Compétences travaillées	Connaissances et compétences associées	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
<b>Chercher</b>	• Essayer, tester plusieurs pistes de résolution.	3			
<b>Raisonner</b>	• Utiliser un tableau. • Justifier un résultat.	1a			
		2			
		3			
<b>Calculer</b>	• Calculer un pourcentage. • Calculer une moyenne. • Déterminer une médiane.	1b			
		1c			
		1d			
<b>Communiquer</b>	• Expliquer par écrit la démarche utilisée.	3			

# Probabilités dans des situations simples

## Question FLASH

→ **Simplifiez**, puis **classez** dans l'ordre croissant les fractions suivantes.

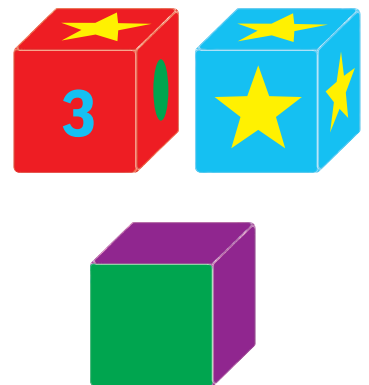
$$\frac{20}{25} = \frac{4}{5}; \quad \frac{40}{46} = \frac{20}{23}; \quad \frac{12}{24} = \frac{1}{2}; \quad \frac{75}{100} = \frac{3}{4}; \quad \frac{17}{51} = \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{20}{23}$$

## ACTIVITÉ 1 Jouer avec le hasard

Un professeur de mathématiques a demandé à ses élèves de fabriquer un jeu de hasard en partant de dés équilibrés à six faces sur lesquels on peut coller différentes vignettes.

Adrien propose un dé qui comporte trois faces avec une étiquette « ☆ », deux faces avec un « ○ » et une face avec un « 3 ». Charline propose un dé décoré avec 6 étiquettes « ☆ » et Leïla un dé avec 3 faces vertes et 3 faces violettes.

**But de l'activité :** dire pour quels dés il est impossible de prévoir le résultat du lancer.



**a** Adrien lance son dé. Un **résultat** (aussi appelé **issue**) est ce qu'il obtient sur la face du dessus. Combien de résultats différents Adrien peut-il obtenir ? **3**.....

Indiquez lesquels : ☆, ○ et 3. ....

**b** Adrien peut-il prévoir le résultat avant de lancer le dé ? **Non, il ne peut pas connaître le résultat.**.....

On dit que le lancer du dé d'Adrien est une **expérience aléatoire** dont les résultats ne dépendent que du hasard.

**c** Combien de résultats différents Charline peut-elle obtenir ? **Un seul résultat possible : ☆**.....

**d** Charline peut-elle prévoir le résultat avant de lancer le dé ? **Oui, elle sait que le résultat sera ☆**.....

**e** Combien de résultats différents Leïla peut-elle obtenir ? **2**..... Indiquez lesquels : **vert et violet.**.....

**f** Leïla peut-elle prévoir le résultat avant de lancer le dé ? **Non, elle ne peut pas savoir le résultat.**.....

**g** Indiquez, parmi les 3 dés, ceux qui peuvent servir pour réaliser une expérience aléatoire, c'est-à-dire une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat.

**Seuls les dés d'Adrien et de Leïla peuvent servir pour une expérience aléatoire.**.....

## Je fais LE POINT

- Lorsqu'on lance un dé, une pièce de monnaie, ou que l'on tire une carte au hasard dans un jeu, on réalise une **expérience aléatoire** :
  - les **issues** ou **résultats** de l'expérience peuvent être énumérés ;
  - on ne sait pas quelle sera l'issue quand on réalise l'expérience.

### Exemple

On lance un dé cubique. C'est une expérience aléatoire qui a six issues : 1, 2, 3, 4, 5, 6.

## ACTIVITÉ 2 Calculer des probabilités simples

On considère un jeu de 32 cartes de quatre « couleurs » : cœur, trèfle, carreau et pique.

Chaque « couleur » est composée de 8 cartes : 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; valet ; dame ; roi et as.

**But de l'activité :** étudier les probabilités de sortie de chacune des cartes « couleurs ».



**a** Combien y a-t-il de rois dans un jeu de 32 cartes ? 4 rois.

**b** Combien y a-t-il de cartes de la couleur pique dans un jeu de 32 cartes ? 8 cartes.

**c** Combien y a-t-il de 8 de trèfle dans un jeu de 32 cartes ? Un seul.

On tire, au hasard, une carte du paquet. Chaque carte a autant de chance d'être tirée ; on dit qu'elles ont toutes la même **probabilité** d'être choisies.

**d** Calculez la probabilité, notée  $p(D♥)$ , d'obtenir la dame de cœur :

$$p(D♥) = \frac{\text{nombre de dames de cœur du jeu}}{\text{nombre total de cartes}} = \frac{1}{32} = 0,03125$$

**e** Calculez la probabilité, notée  $p(V)$ , d'obtenir un valet :

$$p(V) = \frac{\text{nombre de valets du jeu}}{\text{nombre total de cartes}} = \frac{4}{32} = 0,125$$

**f** Calculez la probabilité, notée  $p(F)$ , d'obtenir une figure :

$$p(F) = \frac{\text{nombre de figures du jeu}}{\text{nombre total de cartes}} = \frac{12}{32} = 0,375$$

**g** Calculez la probabilité, notée  $p(♦)$ , d'obtenir un carreau :

$$p(♦) = \frac{\text{nombre de carreaux}}{\text{nombre total de cartes}} = \frac{8}{32} = 0,25$$

**h** Déduisez-en les probabilités d'obtenir un trèfle, un cœur ou un pique :

$$p(♣) = 0,25 \quad p(♥) = 0,25 \quad p(♠) = 0,25$$

**i** Vérifiez que la somme  $p(♦) + p(♣) + p(♠) + p(♥)$  est égale à 1.

$$0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,25 = 4 \times 0,25 = 1$$



Les figures sont les valets, les dames et les rois.

### Je fais LE POINT

● Au cours d'une expérience aléatoire, si une issue a  $p$  chances sur  $q$  de se produire, on dit que la **probabilité** de l'issue est  $\frac{p}{q}$ . Une probabilité est donnée soit sous la forme d'une fraction, soit en écriture décimale ou en pourcentage.

*Exemple*

Au cours d'une expérience aléatoire, une issue  $R$  a 5 chances sur 8 de se produire. La probabilité de  $R$  est

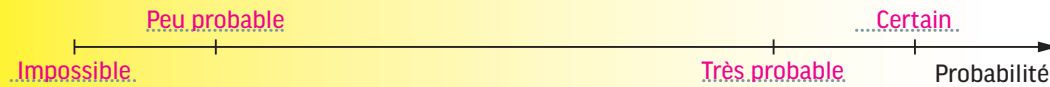
$$p(R) = \frac{5}{8} \text{ ou } 0,625 \text{ ou } 62,5 \%$$

● La **somme des probabilités** des issues d'une expérience aléatoire est **égale à 1**.

# Calculs de probabilités

## Question FLASH

→ Placez sur l'échelle ci-dessous les termes : impossible, certain, peu probable, très probable.



## ACTIVITÉ 1 Calculer une probabilité à partir d'un tableau d'effectifs

Une agence de voyages a réalisé une étude auprès de 1 200 clients concernant la ville étrangère qu'ils préféreraient visiter. Un séjour à Londres est à gagner par tirage au sort parmi ces clients.

**But de l'activité :** déterminer la probabilité que le client gagnant du séjour ait choisi une ville européenne comme destination préférée.

Ville	Barcelone	Lisbonne	Londres	New York	Las Vegas
Effectif	444	84	228	372	72
Fréquence en %	37	7	19	31	6

On tire au hasard un client parmi les 1 200 clients interrogés. Cela signifie que chaque client a la même probabilité d'être choisi.



**a** Calculez les fréquences, exprimées en pourcentages, pour chaque ville. Complétez le tableau.

**b** Donnez la probabilité  $p_{\text{(Londres)}}$  que le gagnant ait choisi Londres comme destination préférée.

Le client étant tiré au hasard, la probabilité  $p_{\text{(Londres)}}$  est égale à la fréquence de Londres.

$$p_{\text{(Londres)}} = \frac{19}{100} = 0,19$$

**c** « Tirer au sort un client ayant choisi une ville européenne » s'appelle un **événement** de l'expérience aléatoire. Pour connaître la probabilité de cet événement, notée  $p_{\text{(Europe)}}$ , ajoutez les probabilités de tirer chacune des villes européennes : Barcelone, Lisbonne et Londres.

$$p_{\text{(Europe)}} = p_{\text{(Barcelone)}} + p_{\text{(Lisbonne)}} + p_{\text{(Londres)}} = 0,37 + 0,07 + 0,19 = 0,63 \text{ soit } 63 \%$$

## Je fais LE POINT

- Un **événement**, lors d'une expérience aléatoire, est réalisé par une ou plusieurs issues de l'expérience.
- La **probabilité d'un événement** est un nombre compris entre 0 et 1.
- Un **événement certain** a une probabilité égale à 1.
- Un **événement impossible** a une probabilité égale à 0.

### Exemple

On lance un dé cubique non truqué. Un événement certain est « obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 ». Un événement impossible est « obtenir un 7 » avec ce dé.

## ACTIVITÉ 2 Calculer la probabilité d'événements

Au printemps suivant, l'agence de voyages permet de nouveau à ses clients de gagner un séjour. Cette fois-ci, le gagnant tirera au sort sa destination. Dans un sac opaque, on a placé 10 boules, qu'on ne peut pas distinguer au toucher : les boules bleues représentent des villes (V) françaises, les boules orange des villes (V) ou des pays (P) européens (hormis la France) et les boules rouges des villes ou des pays situés en dehors de l'Europe.

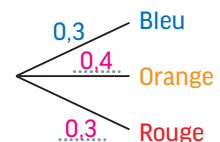


**But de l'activité :** déterminer la probabilité que la destination du séjour soit une ville située en Europe.

**a** Calculez la probabilité d'obtenir une boule bleue, puis celles d'obtenir une boule orange et une boule rouge.

$$p_{\text{(bleu)}} = \frac{3}{10} = 0,3 ; p_{\text{(orange)}} = \frac{4}{10} = 0,4 ; p_{\text{(rouge)}} = \frac{3}{10} = 0,3$$

Les probabilités des issues de cette expérience peuvent être résumées dans un arbre, appelé **arbre pondéré des possibles**. Sur chaque branche est inscrite la probabilité correspondant à l'issue considérée.




**b** Complétez l'arbre ci-contre.


**c** Additionnez les probabilités situées sur chacune des branches. Que remarquez-vous ?

$0,3 + 0,4 + 0,3 = 1$  : la somme des probabilités est égale à 1.

**d** Calculez la probabilité d'obtenir une boule pays « P ».

La probabilité d'obtenir une boule « P » est  $\frac{3}{10}$ .

**e** Calculez la probabilité d'obtenir une boule  :  $\frac{2}{10}$

**f** Calculez la probabilité d'obtenir une boule  :  $\frac{3}{10}$

**g** Déduisez-en la probabilité que la destination du séjour soit une ville située en Europe.

$$\frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = 0,5$$

### Je fais LE POINT

- La **probabilité d'un événement** est la somme des probabilités des issues qui le composent.

*Exemple*

On lance un dé cubique non truqué. Les issues sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6.

La probabilité de chaque issue est  $\frac{1}{6}$ .

L'événement « obtenir un nombre strictement inférieur à 3 » est constitué des issues « obtenir 1 » et

« obtenir 2 ». Sa probabilité est :  $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ .



# Lien entre probabilité et fréquence

## ACTIVITÉ

1



## Étudier le lancer simultané de deux dés

On lance ensemble deux dés cubiques, bien équilibrés, dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On note la somme obtenue en ajoutant les nombres de points obtenus sur chaque face supérieure des dés. Si, par exemple, on a obtenu 2 et 5, on note 7.



**But de l'activité :** établir le lien entre la fréquence d'un événement et sa probabilité.



**a** **Donnez** toutes les sommes que l'on peut obtenir : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 et 12.

**b** On se demande si la probabilité d'obtenir 7 et d'obtenir 8 est la même. Sans faire de calcul, qu'en pensez-vous ?

A priori, ces probabilités sont très proches : la fréquence d'obtention du 7 étant légèrement supérieure car il y a plus de combinaisons pour obtenir 7 que 8.



→ Ouvrez le fichier 07\_lancer.xlsx.

Dans ce fichier, on a simulé 2 500 lancers de deux dés, puis calculé et représenté les fréquences d'obtention des sommes 7 et 8.

**c** **Interprétez** le graphique montrant l'évolution des fréquences d'apparition de la somme 7 et de la somme 8.

Les fréquences d'apparition des sommes 7 et 8 se stabilisent lorsque le nombre de lancers augmente : elles sont assez proches, celle de la somme 7 étant légèrement supérieure.

**d** **Relevez** les fréquences d'obtention des sommes 7 et 8 au bout de 2 500 lancers (cellules I2501 et J2501), notez-les dans la première colonne du tableau. Appuyez plusieurs fois sur la touche F9, de façon à obtenir quatre autres tirages et complétez le tableau.

Fréquence d'obtention de « 7 »	0,170	0,164	0,160	0,170	0,167
Fréquence d'obtention de « 8 »	0,148	0,138	0,138	0,135	0,130

**e** **Calculez** la moyenne des fréquences obtenues pour 7 et pour 8.

Fréquence moyenne d'obtention de « 7 » = 0,166 ; fréquence moyenne d'obtention de « 8 » = 0,138.

**f** La réponse faite à la question **b** est-elle confirmée ? Oui, la réponse est confirmée.

Lorsqu'on lance deux dés, il y a 36 couples de nombres possibles, chacun ayant la même chance de sortir.

**g** Parmi ces couples de nombres, six permettent d'obtenir une somme égale à 7. Nommez-les.

(1 ; 6), (6 ; 1), (2 ; 5), (5 ; 2), (3 ; 4) et (4 ; 3).

**h** **Calculez** la probabilité d'obtenir 7 comme somme :  $\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 0,167$

**i** **Donnez** tous les couples de nombres qui permettent d'obtenir une somme égale à 8.

(2 ; 6), (6 ; 2), (3 ; 5), (5 ; 3) et (4 ; 4).

**j** **Calculez** la probabilité d'obtenir 8 comme somme :  $\frac{5}{36} \approx 0,139$

**k** **Comparez** les probabilités calculées aux questions **h** et **j** aux résultats trouvés à la question **e**.

Les fréquences d'apparition du 7 et du 8 tendent vers la probabilité d'obtention du 7 et du 8.

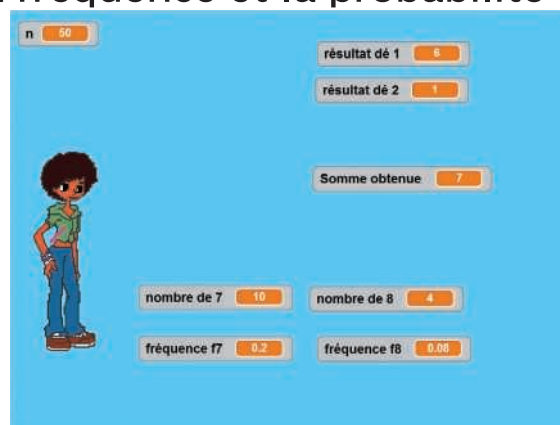
## ACTIVITÉ 2

### Vérifier le lien entre la fréquence et la probabilité



→ Ouvrez le fichier 07\_somme.sb2.

Ce fichier permet de simuler  $n$  lancers de dé et de calculer la fréquence d'apparition de la somme 7 ( $f_7$ ) et de la somme 8 ( $f_8$ ).



**a** Exécutez le programme.

**b** Indiquez  $n = 10$ .

**c** Relevez  $f_7$  et  $f_8$ . Complétez la première colonne du tableau.

$n$	10	50	100	500	1 000	5 000	10 000
$f_7$	0	0.1	0.16	0.158	0.176	0.166	0.167
$f_8$	0.1	0.28	0.08	0.14	0.161	0.131	0.139

**d** Exécutez plusieurs fois le programme en prenant  $n = 50$ ,  $n = 100$ ,  $n = 500$ ,  $n = 1 000$ ,  $n = 5 000$  et  $n = 10 000$ . Complétez le tableau avec les valeurs de  $f_7$  et  $f_8$  correspondantes.

**e** Rappelez les probabilités calculées dans l'activité 1 :

- la probabilité d'obtenir une somme égale à 7 : 0.167
- la probabilité d'obtenir une somme égale à 8 : 0.139

**f** La fréquence et la probabilité d'apparition d'une somme prennent-elles toujours des valeurs proches ? Justifiez la réponse.

Non, lorsque le nombre de tirages est faible, la fréquence et la probabilité peuvent être très éloignées.  
Dans notre expérimentation, elles sont proches à partir de 5 000 lancers.

**g** Donnez une condition pour que la probabilité puisse être assimilée à la fréquence.

Pour que la probabilité puisse être assimilée à la fréquence, il faut considérer un nombre très important de lancers de dé, ici plus de 5 000.

## Je fais LE POINT

● Lorsque l'on répète  $n$  fois une expérience aléatoire, la fréquence  $f$  d'un résultat a tendance à se stabiliser, lorsque  $n$  augmente, autour d'une valeur que l'on considérera comme la probabilité du résultat étudié.

Exemple

On lance un très grand nombre de fois un dé cubique. La fréquence de sortie du 6 se stabilise autour de 0,25. La probabilité de sortie du 6 est donc proche de  $\frac{1}{4}$ . On peut considérer que ce dé n'est pas équilibré puisque, s'il l'avait été, la probabilité de sortie du 6 aurait été  $\frac{1}{6}$ .

## Je m'entraîne



QCM

# qcm

Un autre QCM en ligne

foucherconnect.fr/maths315

Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. Une urne non transparente contient deux boules jaunes, cinq boules rouges et trois boules noires. On tire une boule au hasard. Les résultats possibles sont :

☐ 2, 3 et 5

☒ jaune, rouge, noir

☐ On ne peut pas savoir.

b. Une urne non transparente contient deux boules jaunes, cinq boules rouges et trois boules noires. On tire une boule au hasard, la probabilité d'obtenir une boule rouge est :

☐  $\frac{1}{5}$ 
☐  $\frac{1}{3}$ 
☒  $\frac{1}{2}$ 

c. Dans un lycée professionnel, 72 % des élèves préparent un baccalauréat professionnel. Si on tire au hasard un élève, la probabilité que cet élève soit en bac pro est :

☐ 0,072

☒ 0,72

☐ 72

d. Dans un lycée professionnel, si on tire au hasard un élève, la probabilité que l'élève soit une fille est 0,60. Cela signifie que dans ce lycée :

☒ les filles sont plus nombreuses.

☐ il y a plus de garçons.

☐ il y a autant de filles que de garçons.

## Vrai - Faux

Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations et justifiez votre choix.

a. Le sac de Louise contient 5 balles de tennis identiques dont elle connaît la masse. Louise prend une balle au hasard et la pèse.

**Affirmation:** ce tirage est une expérience aléatoire.

☐ Vrai

☒ Faux

Louise connaît d'avance la masse, ce n'est pas une expérience aléatoire.



b. Au jeu des « petits chevaux », pour commencer la partie, chaque joueur doit obtenir un 6 à l'aide d'un dé cubique.

**Affirmation:** il est plus difficile d'obtenir un « 6 » qu'une autre face, c'est pour cela qu'on a le droit de rejouer quand on a obtenu 6.

☐ Vrai

☒ Faux

Chaque face a la même probabilité de sortir, soit  $\frac{1}{6}$ .

c. Dans un jeu de 32 cartes, il y a 8 trèfles, 8 carreaux, 8 cœurs et 8 piques. Léa tire une carte au hasard, puis la remet dans le paquet.

**Affirmation:** si Léa fait quatre fois de suite cette expérience, elle est certaine de tirer une carte « cœur ».

☐ Vrai

☒ Faux

À chaque tirage, elle a une chance sur quatre d'obtenir un « cœur ». Ce n'est pas un événement certain.



## Expériences aléatoires

## Exercice 1

Céline tente régulièrement sa chance au loto. Dans ce jeu, des boules numérotées sont tirées au hasard à chaque tirage. Un journal publie les numéros gagnants du tirage précédent, ainsi qu'une liste des numéros qui ne sont pas sortis depuis longtemps. Céline pense qu'en jouant toutes les semaines des numéros qui ne sont pas sortis depuis longtemps et en évitant ceux de la semaine précédente, elle va finir par avoir tous les numéros gagnants.

**Dites** si vous êtes d'accord ou non avec Céline et pourquoi.



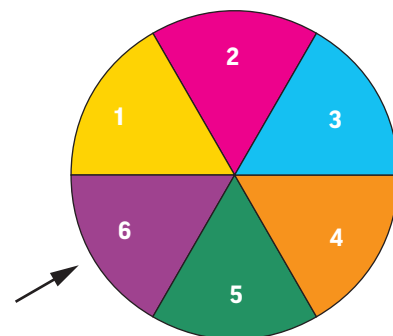
Non, je ne partage pas l'avis de Céline. À chaque tirage, chaque combinaison de numéros a la même chance de se produire. Le résultat du tirage précédent n'a aucune influence sur le tirage suivant.

Le hasard n'a pas de mémoire.

## Probabilité

## Exercice 2

Une roue de loterie est partagée en six secteurs égaux numérotés de 1 à 6. On fait tourner la roue. On s'intéresse au numéro indiqué par la flèche noire, qui est fixe, lorsque la roue s'arrête de tourner. Chaque numéro a la même chance de sortir.



**a** Calculez la probabilité d'obtenir le numéro 3 :  $\frac{1}{6}$

**b** Calculez la probabilité d'obtenir un nombre pair : 0,5

**c** Calculez la probabilité d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 5.

$p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) = 5 \times \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$  soit une probabilité de  $\frac{5}{6}$ .

## Exercice 3

Une urne contient 20 boules, dont 12 rouges. Les autres sont blanches ou bleues. On tire une boule au hasard.

**a** Calculez la probabilité de tirer une boule rouge.

La probabilité de tirer une boule rouge est 0,6.

**b** On sait que la probabilité de tirer une boule blanche est égale à 0,15.

Calculez la probabilité de tirer une boule bleue.

La probabilité de tirer une boule bleue est 0,25 car  $1 - (0,6 + 0,15) = 0,25$ .

**c** Calculez le nombre de boules de chaque couleur.

Le nombre de boules bleues est 5 car  $0,25 \times 20 = 5$ .

Le nombre de boules blanches est 3 car  $0,15 \times 20 = 3$ .



La somme des probabilités des issues d'une expérience est égale à 1.

## Je vais plus loin



## Exercice 4

Une classe de troisième compte 25 élèves. Certains sont externes, les autres sont demi-pensionnaires. Le tableau ci-dessous donne la composition de la classe.

	Garçon	Fille	Total
Externe	2	3	5
Demi-pensionnaire	9	11	20
Total	11	14	25

a Complétez le tableau.

On choisit un élève au hasard dans cette classe.

b Calculez la probabilité pour que cet élève soit une fille :  $\frac{14}{25} = 0.56$

c Calculez la probabilité pour que cet élève soit externe :  $\frac{5}{25} = 0.20$

d Calculez la probabilité pour que cet élève soit un garçon demi-pensionnaire.

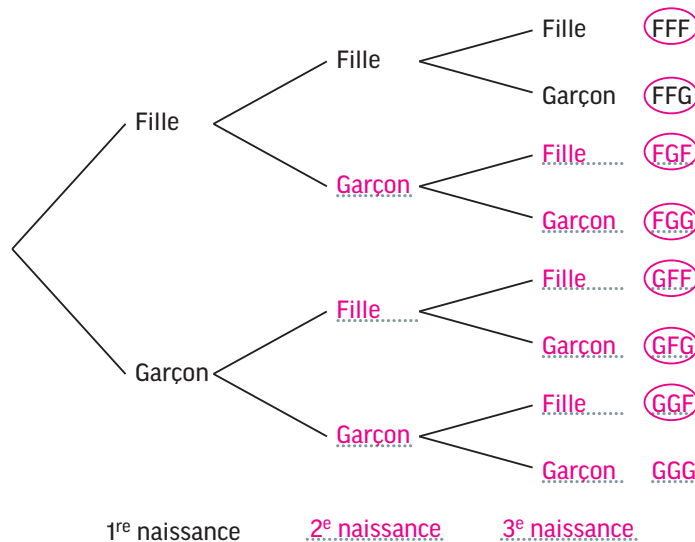
Il y a 9 garçons demi-pensionnaires, donc la probabilité sera  $\frac{9}{25} = 0.36$ .



## Exercice 5

Un couple désire trois enfants et, si possible, « au moins une fille ». On suppose qu'à chaque naissance, un enfant a une chance sur deux d'être un garçon ou une fille.

a Complétez l'arbre suivant.



b Entourez sur l'arbre les résultats qui correspondent au cas « avoir au moins une fille ».

c Déduisez-en la probabilité d'avoir au moins une fille si le couple a bien trois enfants.

La probabilité d'avoir au moins une fille est  $\frac{7}{8} = 0.875$ .

## Exercice 6

Un dé cubique a ses six faces peintes de cinq couleurs : une en bleu, une en rouge, une en jaune, une en vert et deux en noir. On jette le dé supposé bien équilibré.

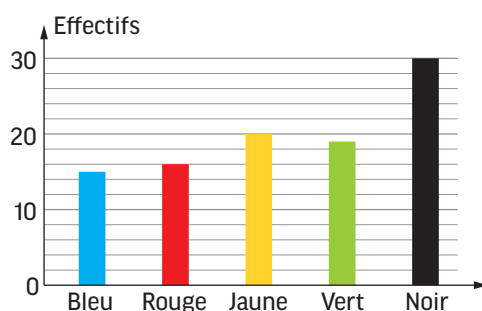
a) Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur jaune ?

La probabilité d'obtenir la couleur jaune est  $\frac{1}{6} \approx 0,167$ .

b) Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur noire ?

La probabilité d'obtenir la couleur noire est  $\frac{2}{6} \approx 0,333$ .

On jette ce dé 100 fois et on note à chaque fois la couleur de la face de dessus. Le schéma ci-dessous donne la répartition des couleurs obtenues lors de ces 100 lancers.



c) Déterminez la fréquence d'apparition de la couleur jaune :  $\frac{20}{100} = 0,2$  soit 20 %.

d) Déterminez la fréquence d'apparition de la couleur noire :  $\frac{30}{100} = 0,3$  soit 30 %.

e) Expliquez l'écart entre les probabilités trouvées aux questions a et b et les fréquences obtenues aux questions c et d.

L'écart peut être justifié par le nombre de lancers de dé qui n'est pas très important.

## Exercice 7

Une boîte contient 3 jetons noirs et 2 jetons jaunes. Une autre boîte contient 1 jeton noir et 4 jetons jaunes. On tire en même temps un jeton au hasard dans chacune des boîtes et on note leur couleur.

a) Quelles sont les issues possibles ?

Noir-noir ; noir-jaune ; jaune-noir et jaune-jaune.

b) On appelle R l'issue « obtenir deux jetons jaunes ». Complétez le tableau suivant.

Nombre de tirages	50	100	500	1 000	5 000	10 000
Nombre de réalisations de R	20	29	165	341	1 542	3 257
Fréquence	0,4	0,29	0,33	0,341	0,3084	0,3257

c) Commentez l'évolution de la fréquence en fonction du nombre de tirages.

La fréquence obtenue varie sans se rapprocher d'une valeur précise.

d) À l'aide de ce tableau, pouvez-vous proposer une valeur possible pour la probabilité de R ? Non.

e) Proposez un calcul pour obtenir la probabilité de R.

Pour la 1<sup>re</sup> boîte  $p(\text{jaune}) = 0,4$  ; pour la 2<sup>e</sup> boîte  $p(\text{jaune}) = 0,8$  d'où  $p(R) = 0,4 \times 0,8 = 0,32$ .



### Exercice 8

**PRO**
**Métiers de la productique**

Une production de 10 000 pièces contient 90 % de pièces conformes et 10 % de pièces défectueuses. Un contrôle de qualité accepte les pièces conformes dans 92 % des cas et rejette les pièces défectueuses dans 94 % des cas.

**a** Calculez le nombre de pièces conformes dans la production.

$10\,000 \times 0,90 = 9\,000$ , soit 9 000 pièces conformes.

**b** Calculez le nombre de pièces conformes acceptées par le contrôle de qualité.

$9\,000 \times 0,92 = 8\,280$ , soit 8 280 pièces conformes sont acceptées par le contrôle de qualité.

**c** Calculez le nombre de pièces défectueuses rejetées par le contrôle de qualité.

$10\,000 \times 0,10 \times 0,94 = 940$ , soit 940 pièces défectueuses rejetées par le contrôle de qualité.



On tire une pièce au hasard dans la production, après le contrôle de qualité. On suppose que toutes les pièces ont la même probabilité d'être tirées. Si la probabilité d'obtenir une pièce conforme et acceptée par le contrôle de qualité a une probabilité inférieure à 0,85, alors il faut procéder à un réglage de la machine.

**d** La machine a-t-elle besoin d'être réglée ? Justifiez la réponse.

La probabilité d'obtenir une pièce conforme acceptée par le contrôle de qualité est assimilée à la fréquence :  $\frac{8\,280}{10\,000} = 0,828$  soit 82,8 % ;  $0,828 < 0,85$ . Donc la machine a besoin d'être réglée.

### Exercice 9

**PRISE d'initiative**
**PRO**
**Métiers de la santé**

Le sang humain peut être classé en huit groupes : A +, A –, B +, B –, AB +, AB –, O +, O –. Le signe + ou – qui suit la lettre indique le facteur Rhésus : positif ou négatif. Une enquête réalisée auprès de 500 Français a donné la répartition suivante.

Groupe sanguin	A +	A –	B +	B –	AB +	AB –	O +	O –
Fréquence en %	38	7	8	1	3	1	36	6

On prend une fiche au hasard parmi les 500 fiches des personnes interrogées. Cela signifie que chaque fiche a la même probabilité d'être choisie.

Quelle est la probabilité  $p(R+)$  de tirer la fiche d'une personne de Rhésus positif ?

Faites apparaître la démarche utilisée.

La fréquence de l'événement Rhésus positif est :  $38 + 8 + 3 + 36 = 85$  soit 85 %.

La probabilité de tirer une personne de Rhésus positif peut être assimilée à la fréquence de cet événement :

$p(R+) = 0,85$ .

## Exercice 10

PRISE d'initiative

Grégoire propose un jeu à ses amis. Ils doivent, avant de lancer deux dés cubiques, annoncer si le résultat de la somme des nombres des deux faces supérieures sera pair ou impair. Si le résultat correspond à l'annonce du joueur, il marque un point.

Amélie choisit systématiquement « pair », elle se justifie en disant qu'on a deux fois plus de chances d'obtenir une somme paire puisque la somme de deux nombres pairs ou de deux nombres impairs donne un résultat pair.

Le raisonnement d'Amélie est-il correct ?

Faites apparaître la démarche utilisée.



Pour chaque dé, la probabilité d'avoir un résultat pair

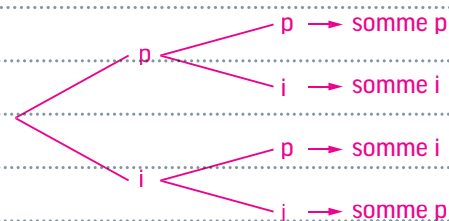
est égal à la probabilité d'avoir un résultat impair.

Pour répondre on peut, par exemple, construire un arbre des

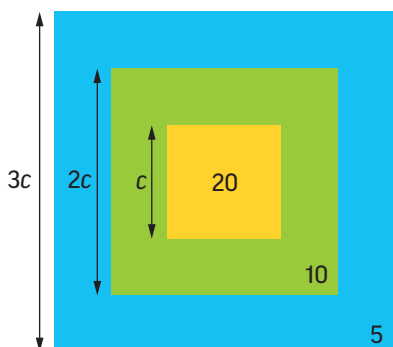
possibles. Deux résultats sur quatre permettent d'obtenir une

somme paire. On a donc autant de chance d'avoir une somme paire

qu'une somme impaire. Amélie se trompe.



## Exercice 11



Sidonie joue à un jeu de fléchettes. La cible dessinée ci-contre est équipée d'un dispositif tel que la fléchette va forcément se piquer dans l'une des zones du plateau.

Si la fléchette atteint la zone jaune, Sidonie marque 20 points ; si la fléchette atteint la zone verte elle marque 10 points et si c'est la zone bleue qui est atteinte, Sidonie marque 5 points.

Les carrés de la cible ont le même centre et leurs côtés mesurent respectivement  $c$ ,  $2c$  et  $3c$ . La probabilité relative à une zone est proportionnelle à son aire : c'est le rapport de son aire à celle de la cible.

**a** Reliez chaque aire à son expression en fonction de  $c$ .

- L'aire totale de la cible ● ●  $c^2$
- L'aire de la zone jaune ● ●  $9c^2$
- L'aire de la zone verte ● ●  $5c^2$
- L'aire de la zone bleue ● ●  $3c^2$

**b** La probabilité pour que la flèche tombe dans la zone bleue est  $p = \frac{\text{aire zone bleue}}{\text{aire totale}} = \frac{5c^2}{9c^2} = \frac{5}{9}$ .

De même, calculez les probabilités pour que la flèche tombe dans les zones jaune et verte.

$$p = \frac{\text{aire zone jaune}}{\text{aire totale}} = \frac{c^2}{9c^2} = \frac{1}{9} ; p = \frac{\text{aire zone verte}}{\text{aire totale}} = \frac{3c^2}{9c^2} = \frac{1}{3}$$

**c** Donnez la probabilité pour que Sidonie marque au moins 10 points.

La probabilité de marquer au moins 10 points est :  $\frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$ .

Nom : .....

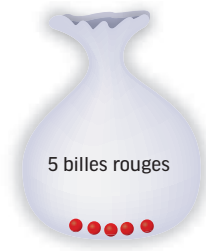
Prénom : .....

Date : ..... Classe : .....

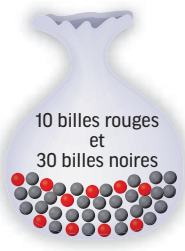
## Exercice 1

Trois amis, Théo, Enzo et Karim ont chacun un sac contenant des billes. Chacun tire au hasard une bille de son sac. Le contenu des sacs est le suivant.

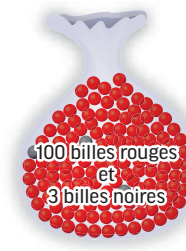
Sac de Théo



Sac d'Enzo



Sac de Karim



**a** Indiquez lequel des trois amis a la probabilité la plus grande de tirer une bille rouge. Justifiez.

C'est Théo qui a la probabilité la plus forte de tirer une bille rouge car son sac ne contient que des billes rouges. La probabilité est 1.

**b** On souhaite que Théo ait la même probabilité qu'Enzo de tirer une bille rouge. Calculez le nombre de billes noires qu'il faut ajouter avant le tirage dans le sac de Théo.

Il faut qu'il y ait un quart de billes rouges dans le sac de Théo. On ajoute 15 billes noires.

## Exercice 2

Dans un supermarché, on peut gagner des bons d'achat. Une roue est divisée en 10 secteurs égaux, numérotés de 1 à 10. Ils permettent de gagner de 1 € à 10 €, en correspondance avec les numéros.

Exemple : si le pointeur s'arrête devant le secteur 7, on gagne 7 €.

On fait tourner la roue et le pointeur s'arrête devant l'un des secteurs, au hasard.



**a** En supposant la roue bien équilibrée, calculez :

– la probabilité  $p_1$  de gagner 4 € :  $\frac{1}{10} = 0,1$ .

– la probabilité  $p_2$  de gagner au moins 8 € :  $p(8) + p(9) + p(10) = 3 \times \frac{1}{10} = 0,3$ .

Sur la journée, 1 500 clients ont tourné la roue. Les fréquences d'apparition des gains observées sont les suivantes.

Gain (en €)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fréquence	0,37	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07

**b** Indiquez si les fréquences de ce tableau permettent de valider les probabilités trouvées au **a**.

On constate que les fréquences d'apparition sont plus faibles que les probabilités calculées :

$0,07 < 0,10$  et  $3 \times 0,07 < 0,30$ .

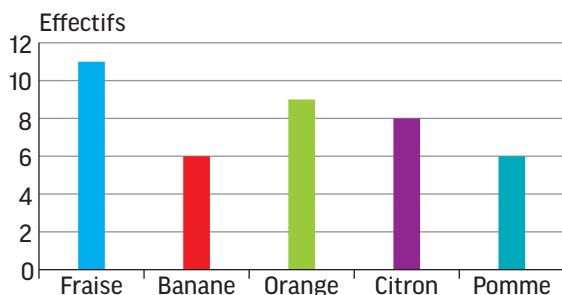
**c** La roue est-elle bien équilibrée ? Justifiez.

La roue ne semble pas bien équilibrée puisque le montant 1 € est sorti

avec une fréquence nettement supérieure à sa probabilité ( $0,37 > 0,1$ ).

### Exercice 3

Lola adore les bonbons TuttiFruiti. Ses préférés sont ceux au citron. Les bonbons TuttiFruiti sont vendus en sachets de 150 g ou en boîtes de 1 kg. Lola achète toujours des sachets de 150 g pour lesquels elle a observé que la répartition des bonbons était la suivante.



Dans les boîtes de 1 kg de bonbons, la répartition peut varier mais le fabricant garantit qu'au moins 22 % des bonbons sont au citron.

Si Lola choisit un bonbon au hasard, dans quel conditionnement a-t-elle la plus grande probabilité de tomber sur son parfum préféré ?

Faites apparaître la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation, même si le travail n'est pas complètement abouti.

Dans le sachet de 150 g, la fréquence des bonbons au citron est  $\frac{8}{11+6+9+8+6} = 0,2$  soit 20 %.

La probabilité de tirer un bonbon au citron est donc estimée à 0,2.

Dans la boîte de 1 kg, s'il y a au moins 22 % de bonbons au citron on peut dire que la probabilité d'obtenir un bonbon au citron est supérieure ou égale à 0,22. C'est donc dans le conditionnement de 1 kg qu'elle a la plus grande probabilité de tomber sur ses bonbons préférés ( $0,22 > 0,20$ ).

## d'évaluation Chapitre 7 : Probabilités

Compétences travaillées	Connaissances et compétences associées	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
<b>Chercher</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Utiliser</b> les informations de chaque sac.</li> <li>• <b>Comprendre</b> la situation liée à la roue de loterie.</li> <li>• <b>Utiliser</b> les informations relatives aux bonbons au citron.</li> </ul>	1a 2a 3			
<b>Raisonner</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Donner</b> le nombre de billes à ajouter.</li> <li>• <b>Valider</b> le lien entre fréquence et probabilité.</li> <li>• <b>Mettre</b> en place une démarche adaptée.</li> </ul>	1b 2b 3			
<b>Calculer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Déterminer</b> une probabilité simple.</li> <li>• <b>Calculer</b> la probabilité d'un événement.</li> </ul>	2a-3 2a			
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Rédiger</b> la réponse de façon claire et précise.</li> <li>• <b>Donner</b> la réponse en la justifiant.</li> <li>• <b>Expliquer</b> de façon claire la démarche suivie pour répondre au problème, donner les étapes.</li> </ul>	1a 2c 3			

# Théorème de Pythagore et réciproque

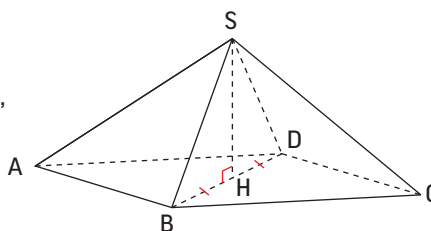
## Question FLASH

→ Calculez :

$$12,5^2 = 156,25 ; 12^2 + 45^2 = 2\,169 ; \sqrt{3\,600} = 60 ; \sqrt{0,64} = 0,8 ; \sqrt{2,1^2 + 2,8^2} = 3,5$$

## ACTIVITÉ 1 Utiliser le théorème de Pythagore

La pyramide de Kheops, près du Caire en Égypte, a la forme d'une pyramide régulière à base carrée de côté 232 m, et dont les 4 arêtes qui partent du sommet mesurent 220 m.



**But de l'activité :** déterminer la hauteur SH de la pyramide de Kheops.

**a** Donnez la nature du triangle BCD. Le triangle BCD est rectangle isocèle en C.

**Justifiez.** ABCD est un carré (base de la pyramide). Donc l'angle en C est droit et  $BC = CD$  (propriété du carré, quatre côtés égaux).

**b** Écrivez la relation de Pythagore dans le triangle BCD.  $BD^2 = BC^2 + CD^2$

**c** Calculez, en m, la longueur BD. Arrondissez à l'unité.

$$BD^2 = 232^2 + 232^2. \text{ D'où } BD = \sqrt{232^2 + 232^2} \approx 328.$$

La longueur BD mesure 328 m.

**d** Déduisez-en BH. C'est la moitié de BD, soit  $BH = 164$  m.

**e** Dans le triangle SBH rectangle en H, calculez SH, en m, à l'aide du théorème de Pythagore. Arrondissez à l'unité.

$$BS^2 = BH^2 + SH^2. \text{ D'où } SH^2 = BS^2 - BH^2$$

$$\text{Soit } SH = \sqrt{BS^2 - BH^2} = \sqrt{220^2 - 164^2} \approx 147 \text{ m.}$$

**f** Donnez la hauteur de la pyramide de Kheops.

Elle mesure 147 m.



La hauteur de la pyramide est la droite qui passe par le sommet principal et qui est perpendiculaire à la base.

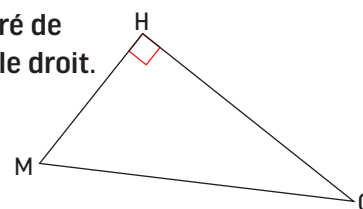
## Je fais LE POINT

● Énoncé du **théorème de Pythagore** : dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés qui forment l'angle droit.

*Exemple*

Le triangle OHM est rectangle en H.

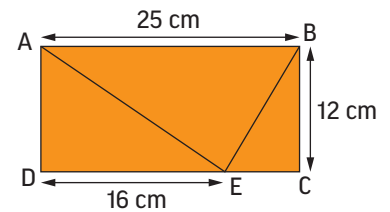
Le théorème de Pythagore permet d'écrire  $MO^2 = MH^2 + HO^2$ .



## ACTIVITÉ 2 Reconnaître si un triangle est rectangle

Sur un carton rectangulaire ABCD, on trace trois triangles comme sur la figure ci-contre.

**But de l'activité :** déterminer la nature du triangle ABE.



**a Reproduisez** sur une feuille de papier la figure à l'échelle.

**b Conjecturez**, à partir du dessin fait à la question a, la nature du triangle ABE. Vous pouvez vous servir d'un rapporteur.

Le triangle ABE semble être un triangle rectangle en E.

**c Indiquez** la nature du triangle ADE.

ADE est un triangle rectangle en D.

**Justifiez :** D est un sommet du rectangle ABCD. Donc l'angle en D est droit.

**d Calculez**  $AE^2$  à l'aide du théorème de Pythagore.

$$AE^2 = AD^2 + DE^2 = 12^2 + 16^2 \quad AE^2 = 400$$

**e Indiquez** la nature du triangle BCE.

BCE est un triangle rectangle en C.

**Justifiez :** C est un sommet du rectangle ABCD. Donc l'angle en C est droit.

**f Calculez**  $BE^2$  à l'aide du théorème de Pythagore.

$$BE^2 = EC^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 \text{ avec } EC = AB - DE = 25 - 16 = 9$$

$$BE^2 = 225$$

**g Calculez**  $AB^2$  :  $AB^2 = 25^2 = 625$

**h Calculez**  $AE^2 + BE^2$  :  $AE^2 + BE^2 = 400 + 225 = 625$

**i Comparez** les résultats obtenus en g et h. On a  $AB^2 = AE^2 + BE^2$ .

**j Vérifiez** que la conjecture faite en b sur la nature du triangle ABE est juste.

Le triangle ABE est bien un triangle rectangle en E.



La réciproque du théorème de Pythagore s'applique.

### Je fais LE POINT

● Énoncé de la **réciproque du théorème de Pythagore** : si, dans un triangle, le carré de la longueur du côté le plus grand est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.

Exemple

Soit le triangle CTI ci-contre :

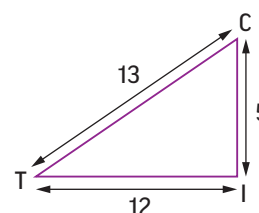
$$TC^2 = 13^2 = 169$$

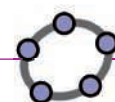
$$TI^2 + CI^2 = 12^2 + 5^2 = 169$$

$$\text{Soit } TC^2 = TI^2 + CI^2.$$

La réciproque du théorème de Pythagore s'applique.

Le triangle CTI est rectangle en I.





# Théorème de Thalès

## Question FLASH

→ Calculez  $x$  et cochez la bonne réponse.

$$\frac{x}{5} = \frac{3}{12}$$

☐  $x = 0,8$ 
☒  $x = 1,25$ 

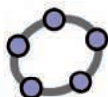
;

$$\frac{14}{x} = \frac{7}{15}$$

☐  $x = 7,5$ 
☒  $x = 30$ 

Méthode 3 page 185

## ACTIVITÉ 1



## Découvrir le théorème de Thalès

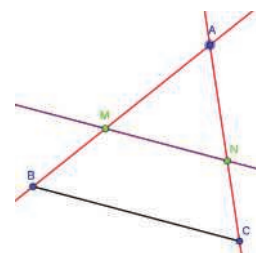
Le triangle ABC est un triangle quelconque. Le point M est un point de la droite (AB), le point N est le point de la droite (AC) tel que (MN) est parallèle à la droite (BC).



**But de l'activité :** vérifier le théorème de Thalès.



→ Ouvrez le fichier 08\_thales.ggb.



- a** Déplacez le point M sur le segment [AB] et en dehors de celui-ci. Que remarquez-vous à propos des rapports de la partie tableur ?

Les trois rapports sont égaux mais la valeur change en fonction de la position de M.

- b** Déplacez les points A, B et C. Que remarquez-vous à propos des rapports de la partie tableur ?

Les rapports restent égaux et gardent la même valeur.

Dans toutes les configurations, les droites (BC) et (MN) sont parallèles par construction.

- c** Comparez les rapports et complétez par = ou  $\neq$  :  $\frac{AM}{AB} \dots \frac{AN}{AC} \dots \frac{MN}{BC}$ .

On peut dire que le théorème de Thalès est vérifié.

## Je fais LE POINT

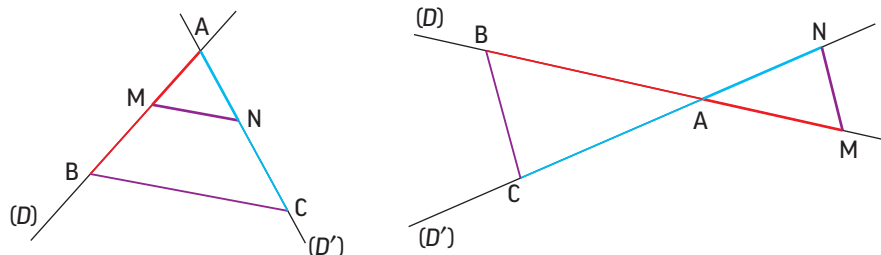
### ● Théorème de Thalès :

- Soient (D) et (D') deux droites sécantes en A.
- Soient B et M deux points de (D), distincts de A.
- Soient C et N deux points de (D'), distincts de A.

● Si les droites (BC) et (MN) sont **parallèles**, alors  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ .

Exemple

Voici deux configurations où (BC) est parallèle à (MN) :



Dans les deux cas, on mesure les longueurs :  $AB = 10$  ;  $AM = 6$ . Donc  $\frac{AM}{AB} = \frac{6}{10} = 0,6$ .

Puisque (BC) est parallèle à (MN), alors d'après le théorème de Thalès  $\frac{AN}{AC} = 0,6$  ;  $\frac{MN}{BC} = 0,6$ .

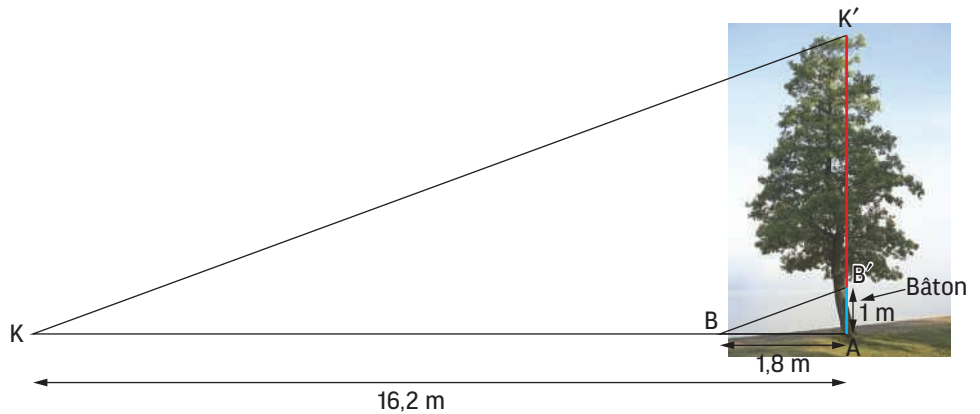
## ACTIVITÉ 2 Utiliser le théorème de Thalès

Par une belle journée ensoleillée, Léa décide d'abattre un arbre malade dans son jardin. Elle doit connaître la hauteur de cet arbre pour effectuer ce travail en toute sécurité.

Pour ce faire, elle utilise l'ombre de l'arbre et celle d'un bâton planté à la verticale et d'une hauteur de 1 m. On considère que les rayons  $KK'$  et  $BB'$  du soleil sont parallèles.

L'expérience est schématisée ci-dessus.

$AB$  correspond à l'ombre du bâton et  $AK$  à celle de l'arbre.



**But de l'activité : déterminer la hauteur de l'arbre.**

**a Expliquez** pourquoi il est possible d'appliquer le théorème de Thalès dans le triangle  $AKK'$ .

On peut appliquer le théorème de Thalès car les droites  $(KK')$  et  $(BB')$  sont parallèles. Elles correspondent aux rayons du soleil qui sont considérés comme parallèles.

**b Écrivez** le théorème de Thalès dans le triangle  $AKK'$ .  $\frac{AB'}{AK'} = \frac{AB}{AK} = \frac{BB'}{KK'}$ .

**c Remplacez** les longueurs connues par leur valeur.  $\frac{1}{AK'} = \frac{1,8}{16,2} = \frac{BB'}{KK'}$ .

**d Gardez** l'égalité où trois longueurs sur quatre sont connues.  $\frac{1}{AK'} = \frac{1,8}{16,2}$ .

**e Calculez** la longueur  $AK'$  en utilisant l'égalité des produits en croix.

$$1,8 \times AK' = 1 \times 16,2 : \text{d'où } AK' = \frac{1 \times 16,2}{1,8}$$

$$AK' = 9$$

**f Donnez** la hauteur de l'arbre.

L'arbre mesure 9 mètres de haut.

## Je fais LE POINT

● Pour **calculer la longueur d'un segment à l'aide du théorème de Thalès**, il faut suivre les étapes suivantes :

- écrire le théorème de Thalès dans le triangle considéré ;
- remplacer par les longueurs connues ;
- garder l'égalité où trois longueurs sur quatre sont connues ;
- déterminer la longueur inconnue à l'aide de l'égalité des produits en croix.

Exemple

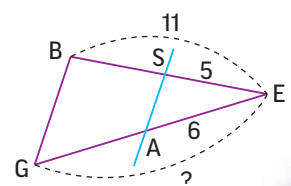
Soit le triangle  $BEG$ . La droite  $(SA)$  est parallèle à la droite  $(BG)$ . On donne  $ES = 5$  m,  $EA = 6$  m et  $EB = 11$  m. Calculer  $EG$ .

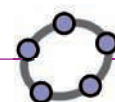
On écrit le théorème de Thalès dans le triangle  $BEG$  :

$$\frac{ES}{EB} = \frac{EA}{EG} = \frac{SA}{BG}$$

On garde l'égalité  $\frac{5}{11} = \frac{6}{EG}$ .

$$5 \times EG = 11 \times 6. \text{ D'où } EG = \frac{11 \times 6}{5} ; EG = 13,2 \text{ m.}$$

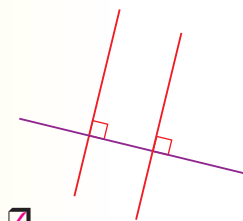
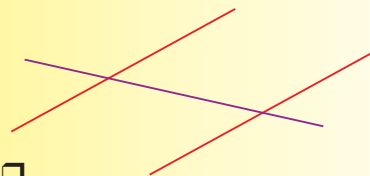
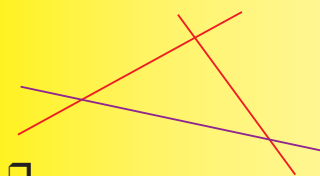




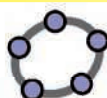
# Réciproque du théorème de Thalès

## Question FLASH

→ **Cochez** la ou les configurations pour lesquelles on a tracé deux droites parallèles coupées par une sécante.



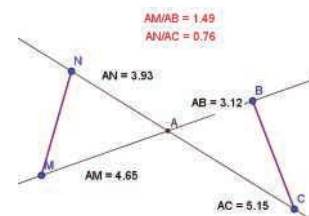
## ACTIVITÉ 1



### Vérifier la réciproque du théorème de Thalès

La construction suivante sous GeoGebra est donnée. Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A. Les segments [MN] et [BC] sont tracés.

**But de l'activité :** identifier les conditions d'application de la réciproque du théorème de Thalès.



→ Ouvrez le fichier 08\_reciproque\_thales.ggb.

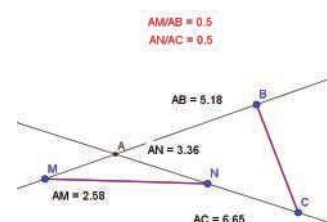
**a** Déplacez les points M, N, B et C afin que les rapports  $AM/AB$  et  $AN/AC$  soient égaux.

**b** Que constatez-vous alors pour les droites (MN) et (BC) ?

Les droites (MN) et (BC) semblent parallèles.

La figure ci-contre semble remettre en cause cette constatation.

**c** Donnez la précision supplémentaire sur l'emplacement des points M et N pour avoir (MN) // (BC).



Pour avoir (MN) // (BC), il faut que les points M, A et B soient alignés dans le même ordre que les points N, A et C.

## Je fais LE POINT

### Réciproque du théorème de Thalès :

- Soient (D) et (D') deux droites sécantes en A.
- Soient B et M deux points de (D), distincts de A.
- Soient C et N deux points de (D'), distincts de A.

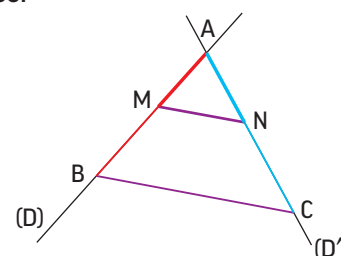
Si  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  et si les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

### Exemple

Soit la configuration suivante avec :  $AB = 12$  ;  $AM = 3$  ;  $AC = 16$  ;  $AN = 4$ .

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AM}{AB} = \frac{3}{12} = 0,25 \\ \frac{AN}{AC} = \frac{4}{16} = 0,25 \end{array} \right\} \text{ donc } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

Les rapports sont égaux et les points A, M et B sont dans le même ordre que les points A, N et C. Donc les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



## ACTIVITÉ 2 Utiliser la réciproque du théorème de Thalès

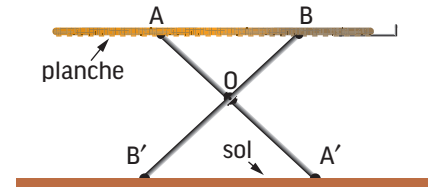
Une table à repasser a la particularité de pouvoir se régler à différentes hauteurs grâce à une crémaillère qui, en modifiant la distance AB, modifie la distance A'B', c'est-à-dire l'écartement des pieds.

Pour des raisons de sécurité, lorsque le fer à repasser est posé sur la table, la planche doit respecter la contrainte d'être parallèle au sol (A'B').

Ci-contre une représentation schématisée.

Les pieds sont rectilignes et leur articulation se fait en O.

On donne  $OA = 45 \text{ cm}$  ;  $OB = 40 \text{ cm}$  ;  $OA' = 72 \text{ cm}$  et  $OB' = 64 \text{ cm}$ .



**But de l'activité :** vérifier que la contrainte liée à la sécurité est respectée.

**a Complétez :** les points A, O et A' sont alignés dans le même ordre que les points B, O et B'.

**b Calculez** les rapports  $\frac{OA}{OA'}$  et  $\frac{OB}{OB'}$ .

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{45}{72} = 0.625 \quad \text{et} \quad \frac{OB}{OB'} = \frac{40}{64} = 0.625$$

**c Comparez-les.** Ils sont égaux :  $\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = 0.625$

**d Expliquez** pourquoi, quel que soit le réglage de la hauteur, la planche reste parallèle au sol.

La table reste parallèle au sol quel que soit le réglage de la hauteur parce que les rapports précédents restent constamment égaux à 0.625. Donc la réciproque du théorème de Thalès s'applique tout le temps.

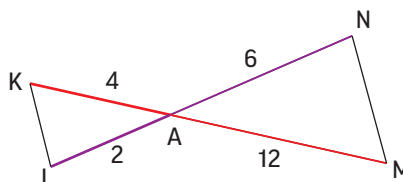
### Je fais LE POINT

● Pour **démontrer que deux droites sont parallèles à l'aide de la réciproque de Thalès**, il faut suivre les étapes suivantes :

- décrire l'alignement des points sur chaque droite ;
- calculer les rapports permettant d'appliquer la réciproque du théorème de Thalès ;
- constater l'égalité ou non des rapports et conclure.

*Exemple*

Dans la figure ci-dessous, les droites (KM) et (LN) se coupent en A.



Les points K, A et M sont alignés dans le même ordre que les points L, A et N.

$$\frac{KA}{AM} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} ; \quad \frac{LA}{AN} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$\frac{KA}{AM} = \frac{LA}{AN}$ , donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (KL) et (MN) sont parallèles.

## Je m'entraîne



QCM

# qcm

Un autre QCM en ligne

foucherconnect.fr/maths317

Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. Si  $DE^2 = DF^2 + EF^2$ , alors le triangle DEF est rectangle en :

☐ D☐ E☒ F

b. Si  $LF^2 = LE^2 + EF^2$ , alors le triangle LEF est rectangle en :

☒ E☐ F☐ L

c. Dans le triangle DEF rectangle en E avec  $DE = 2,8$  cm et  $EF = 2,1$  cm, la longueur DF mesure :

☐ 1,85 cm☐ 3,43 cm☒ 3,5 cm

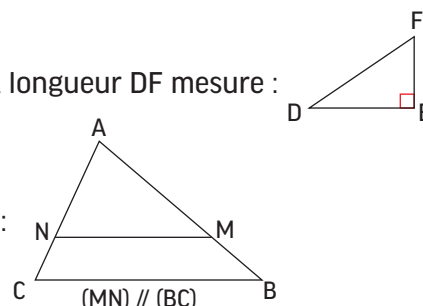
d. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Si  $AB = 52$  cm,  $AM = 39$  cm et  $AN = 24$  cm, alors le segment [AC] mesure :

☐ 16,5 cm☒ 32 cm☐ 74 cm

e. La configuration est celle de la question d.

Si  $AB = 5$  cm,  $AC = 7$  cm et  $AM = 3$  cm, alors le segment [AN] mesure :

☒ 4,2 cm☐ 5 cm☐ 11,7 cm

## Vrai - Faux

Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations et justifiez votre choix.

a. Le triangle CAP est rectangle en A.

**Affirmation:**  $CA^2 = CP^2 + AP^2$ .

☐ Vrai☒ Faux

Si CAP est rectangle en A, alors d'après le théorème de Pythagore on obtient l'égalité  $CP^2 = CA^2 + AP^2$ .

b. Sur la figure ci-contre, on a  $(AB) \parallel (EF)$ .

**Affirmation:**  $\frac{CB}{CF} = \frac{AB}{FE}$

☒ Vrai☐ Faux

On obtient cette égalité en appliquant directement le théorème de Thalès.

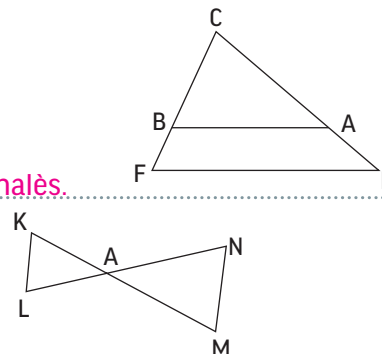
c. On donne  $KA = \frac{1}{3} AM$  et  $LA = \frac{1}{3} AN$ .

**Affirmation:** (KL) est parallèle à (MN).

☒ Vrai☐ Faux

$\frac{KA}{AM} = \frac{1}{3}$  et  $\frac{LA}{AN} = \frac{1}{3}$  et les points K, A et M sont alignés dans le même ordre que L, A et N.

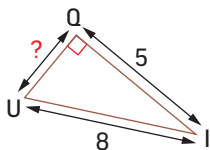
D'après la réciproque du théorème de Thalès,  $(KL) \parallel (MN)$ .



## Exercice 1

Calculez la valeur manquante dans chacun des cas suivants (arrondissez à une décimale).

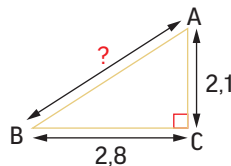
a



$$QU^2 = UI^2 - QI^2 \quad QU^2 = 8^2 - 5^2 \quad QU^2 = 39$$

$$QU = \sqrt{39} \approx 6,2$$

b



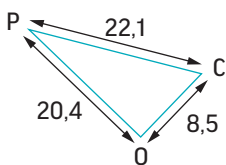
$$AB^2 = BC^2 + AC^2 \quad AB^2 = 2,8^2 + 2,1^2$$

$$AB^2 = 12,25 \quad AB = \sqrt{12,25} = 3,5$$

## Exercice 2

Déterminez si les triangles suivants sont rectangles. Justifiez.

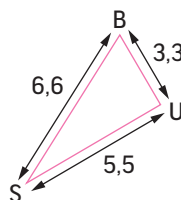
a



$$PC^2 = 22,1^2 = 488,41 ; PO^2 + CO^2 = 20,4^2 + 8,5^2 = 488,41$$

On a  $PC^2 = PO^2 + CO^2$ , d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle en O.

b



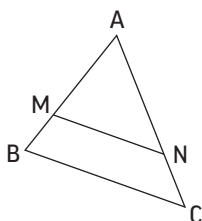
$$BS^2 = 6,6^2 = 43,56 ; BU^2 + SU^2 = 3,3^2 + 5,5^2 = 41,14$$

On a  $BS^2 \neq BU^2 + SU^2$ , donc le triangle n'est pas rectangle.

## Exercice 3

Calculez, pour chaque configuration, la longueur x.

a

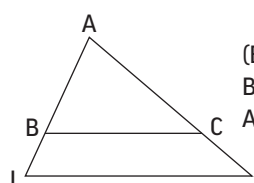


(MN) // (BC)  
AM = 10 ; BC = 8  
AB = 12 ; MN = x

On applique le théorème de Thalès :  $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$

$$\text{Soit } \frac{10}{12} = \frac{x}{8} \quad \text{D'où } x = \frac{8 \times 10}{12} \quad x = \frac{20}{3} \approx 6,67$$

b



(BC) // (IJ)  
BC = 50 ; IJ = 80  
AB = 40 ; AI = x

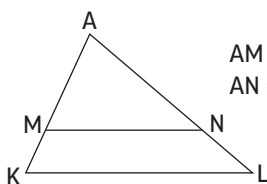
On applique le théorème de Thalès :  $\frac{BC}{IJ} = \frac{AB}{AI}$

$$\text{Soit } \frac{50}{80} = \frac{40}{x} \quad \text{D'où } x = \frac{40 \times 80}{50} \quad x = 64$$

## Exercice 4

Pour chaque configuration, déterminez si les droites (MN) et (KL) sont parallèles.

a



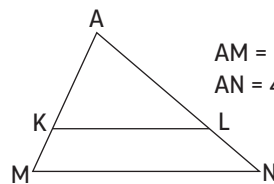
AM = 100 ; AK = 160  
AN = 80 ; AL = 128

$$\frac{AM}{AK} = \frac{100}{160} = 0,625 \quad \text{et} \quad \frac{AN}{AL} = \frac{80}{128} = 0,625 ; \quad \frac{AM}{AK} = \frac{AN}{AL}$$

Les points sont dans le bon ordre.

Donc (MN) et (KL) sont parallèles.

b



AM = 52 ; AK = 40  
AN = 40 ; AL = 30

$$\frac{AM}{AK} = \frac{52}{40} = 1,3 \quad \text{et} \quad \frac{AN}{AL} = \frac{40}{30} \approx 1,33 ; \quad \frac{AM}{AK} \neq \frac{AN}{AL}$$

Donc les droites (MN) et (KL) ne sont pas parallèles.

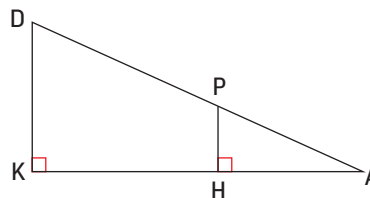
## Je vais plus loin



## Exercice 5

Dans la figure ci-contre, qui n'est pas à l'échelle :

- les points D, P et A sont alignés ;
- les points K, H et A sont alignés ;
- $DA = 60$  cm ;  $DK = 11$  cm ;  $DP = 45$  cm.



**a** Calculez KA au millimètre près.

$$KA = \sqrt{DA^2 - DK^2} = \sqrt{60^2 - 11^2} = \sqrt{3\,479}$$

Soit  $KA \approx 58.983$  ; d'où  $KA = 59.0$  cm.

**b** Calculez HP au millimètre près.

Les droites (DK) et (PH) sont parallèles car toutes deux perpendiculaires à (KA).

On applique le théorème de Thalès :  $\frac{HP}{DK} = \frac{AP}{AD}$  avec  $AP = DA - DP = 60 - 45 = 15$ .

$$\frac{HP}{11} = \frac{15}{60} \text{ d'où } HP = \frac{15 \times 11}{60} = 2.75. \text{ HP mesure 2.8 cm.}$$

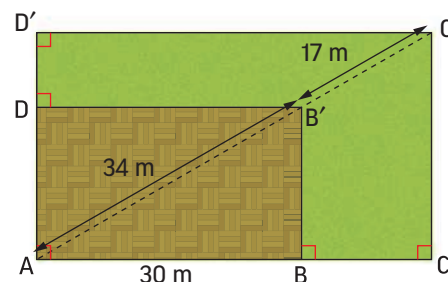
## Exercice 6

PRO Métiers des espaces verts

Madame Dujardin veut embellir d'une pelouse une partie de son jardin : la partie dessinée en vert, autour de sa terrasse comme indiqué sur le schéma.

Pour ce faire, elle a besoin d'évaluer le périmètre et l'aire de la surface verte.

ABB'D et ACC'D' sont deux rectangles.



**a** Calculez, en mètres, la longueur BB'.

$$BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = \sqrt{34^2 - 30^2} = \sqrt{256} = 16. \text{ BB}' = 16 \text{ m.}$$

**b** Calculez, en mètres, les longueurs CC' et BC.

(BB') // (CC'), donc on peut appliquer le théorème de Thalès :  $\frac{AB'}{AC'} = \frac{BB'}{CC'} = \frac{AB}{AC}$ .

$$\text{Soit } \frac{34}{51} = \frac{16}{CC'} = \frac{30}{AC}. \text{ On en déduit : } CC' = \frac{16 \times 51}{34} = 24 \text{ et } AC = \frac{30 \times 51}{34} = 45.$$

$$BC = AC - AB = 45 - 30 = 15$$

D'où  $CC' = 24$  m et  $BC = 15$  m.

**c** Déduisez-en la longueur DD'.

$$DD' = AD' - AD = CC' - BB' = 24 - 16 = 8. \text{ D'où } DD' = 8 \text{ m.}$$

**d** Donnez le périmètre et l'aire de la surface verte recherchés par madame Dujardin.

$$\text{Périmètre de la surface verte : } \mathcal{P} = BC + CC' + C'D' + D'D + DB' + B'B = 15 + 24 + 45 + 8 + 30 + 16 = 138 \text{ m.}$$

$$\mathcal{A}_{\text{jardin}} = AC \times CC' = 45 \times 24 = 1\,080 \text{ m}^2.$$

$$\mathcal{A}_{\text{terrasse}} = AB \times BB' = 30 \times 16 = 480 \text{ m}^2.$$

$$\mathcal{A}_{\text{pelouse}} = \mathcal{A}_{\text{jardin}} - \mathcal{A}_{\text{terrasse}} = 1\,080 - 480 = 600 \text{ m}^2.$$

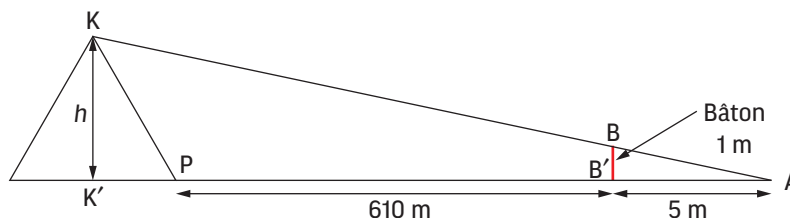
Soit, pour la surface verte, un périmètre de 138 m et une aire de 600 m<sup>2</sup>.

## Exercice 7

Thalès de Milet (VI<sup>e</sup> siècle avant J.-C.) aurait mesuré à la demande du pharaon la hauteur  $h$  de la pyramide de Kheops. Pour cela, il a apporté comme seul instrument un bâton de 1 m de hauteur.

Il utilisa l'ombre de la pyramide et celle du bâton planté à la verticale.

L'expérience est schématisée ci-dessous.



Le schéma n'est pas à l'échelle.

$KK'$  est la hauteur de la pyramide.

**a** Donnez la nature des triangles  $ABB'$  et  $AKK'$ . Justifiez.

Les droites  $(B'B)$  et  $(K'K)$  sont toutes deux à la verticale du sol, donc perpendiculaires à la surface du sol.

Les triangles  $ABB'$  et  $AKK'$  sont respectivement rectangles en  $B'$  et en  $K'$ .

**b** Sachant que les droites  $(BB')$  et  $(KK')$  sont dans le même plan, expliquez pourquoi il est possible d'appliquer le théorème de Thalès dans la configuration du triangle  $AKK'$ .

$(BB')$  et  $(KK')$  sont deux droites perpendiculaires à une même troisième ; elles sont donc parallèles entre elles. Donc  $(B'B) \parallel (K'K)$ .

Dans l'activité 1 de la fiche 25, on a vu que la pyramide de Kheops a la forme d'une pyramide à base carrée de côté 232 m.  $PK'$  est égal à la moitié de ce côté.

**c** Calculez la longueur  $PK'$ .

$$PK' = 232 \div 2 = 116 \text{ m}$$

**d** Déduisez-en la longueur  $AK'$ .

$$AK' = AB' + B'P + PK'$$

$$AK' = 5 + 610 + 116 = 731 \text{ m}$$

**e** Écrivez le théorème de Thalès dans le triangle  $AKK'$ .  $\frac{AB'}{AK'} = \frac{AB}{AK} = \frac{BB'}{KK'}$

**f** Calculez, en m, la longueur  $KK'$  en utilisant l'égalité des produits en croix. Arrondissez au dixième.

On connaît  $AB'$ ,  $AK'$  et  $BB'$ .

Donc pour calculer  $KK'$  on peut utiliser l'égalité  $\frac{AB'}{AK'} = \frac{BB'}{KK'}$ .

$$KK' = \frac{AK' \times BB'}{AB'} = \frac{731 \times 1}{5} = 146,2$$

**g** Donnez la hauteur de la pyramide.

La pyramide a une hauteur de 146 m (valeur arrondie à l'unité).



## Exercice 8

PRISE  
d'initiative

PRO  
Métiers de  
l'artisanat

Pascal fabrique des sièges pliants composés d'une armature métallique et d'une assise [AB] en toile.

Pour des raisons de confort, l'assise [AB] doit être parallèle au sol (UL).

Pascal prévoit une assise AB de 34 cm.

La contrainte liée au confort est-elle respectée ?

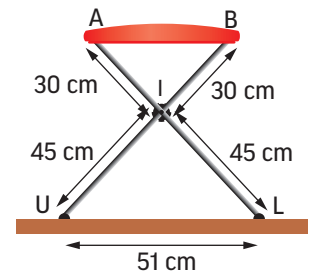
Faites apparaître la démarche utilisée.

Pour savoir si l'assise est parallèle au sol, il faut pouvoir appliquer la réciproque du théorème de Thalès.

Les points A, I et L sont alignés dans le même ordre que les points B, I et U.

$$\frac{AI}{IL} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3} \text{ et } \frac{BI}{IU} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}. \text{ D'où } \frac{AI}{IL} = \frac{BI}{IU}.$$

La réciproque du théorème de Thalès s'applique : donc les droites (AB) et (UL) sont parallèles. L'assise est bien parallèle au sol. Donc la contrainte liée au confort est respectée.



## Exercice 9 (D'après sujet de DNB)

La figure PRC ci-contre représente un terrain appartenant à une commune.

Les points P, A et R sont alignés.

Les points P, S et C sont alignés.

Il est prévu d'aménager sur ce terrain :

- une zone de jeux pour enfants sur la partie PAS ;
- un skatepark sur la partie RASC.

On connaît les dimensions suivantes : PA = 30 m ; AR = 10 m ; AS = 18 m.

La commune souhaite semer du gazon sur la zone de jeux pour enfants. Elle décide d'acheter des sacs de 5 kg de mélange de graines pour gazon à 13,90 € l'unité. Chaque sac permet de couvrir une surface d'environ 140 m<sup>2</sup>.

**a** Quel budget doit prévoir cette commune pour pouvoir semer du gazon sur la totalité de la zone de jeux pour enfants ?

$$A_{PAS} = \frac{AP \times AS}{2} = \frac{30 \times 18}{2} = 270. \text{ L'aire de jeux PAS est de } 270 \text{ m}^2.$$

$270 \div 140 \approx 1,93$ . Il faut donc 2 sacs de graines pour gazon à 13,90 € l'unité.

Il faut prévoir un budget de 27,80 € pour semer le gazon de la zone de jeux pour enfants.

**b** Calculez l'aire du skatepark.

Pour calculer l'aire du skatepark, il faut connaître RC.

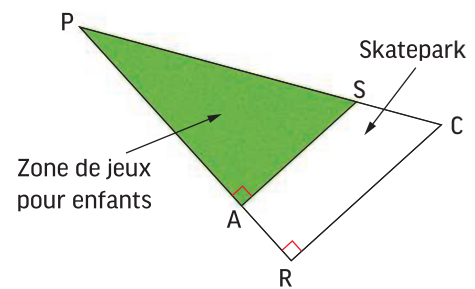
Les droites (AS) et (RC) sont parallèles. On applique le théorème de Thalès :

$$\frac{AS}{RC} = \frac{PA}{PR} \text{ avec } PR = PA + AR = 30 + 10 = 40.$$

$$\text{Soit } RC = \frac{18 \times 40}{30} = 24.$$

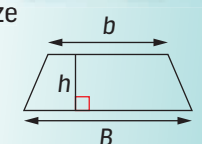
$$\text{D'où l'aire du skatepark : } A = \frac{RC + AS}{2} \times AR = \frac{24 + 18}{2} \times 10 = 210.$$

L'aire du skatepark est de 210 m<sup>2</sup>.



Aire du trapèze

$$A = \frac{B+b}{2} \times h$$



### Exercice 10 (D'après sujet de DNB)

PRISE d'initiative

**Affirmation :** les plateaux représentés par (AB) et (CD) pour la réalisation de cette desserte en bois sont parallèles.

L'affirmation ci-dessus est-elle vraie ou fausse ?

**Justifiez** votre réponse.

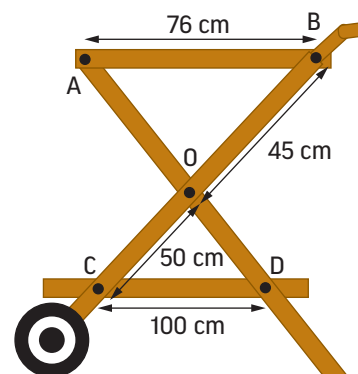
Faites apparaître la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte même si le travail n'est pas complètement abouti.

Pour savoir si les plateaux sont parallèles au sol, il faut pouvoir appliquer la réciproque du théorème de Thalès.

A, O et D sont alignés dans le même ordre que les points B, O et C.

$$\frac{BO}{OC} = \frac{45}{50} = \frac{9}{10} = 0,9 \text{ et } \frac{AB}{CD} = \frac{76}{100} = 0,76. \text{ D'où } \frac{BO}{OC} \neq \frac{AB}{CD}.$$

La réciproque du théorème de Thalès ne peut pas s'appliquer. Donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles. Donc l'affirmation est fausse.



### Exercice 11 (D'après sujet de DNB)

**Valentin souhaite changer des ardoises de sa toiture. Pour cela, il utilise une échelle.**

On note A et B les points de contact de l'échelle respectivement avec le toit et le sol. AB mesure 3 m.

**a** Calculez, en m, la distance BC entre le mur et le pied de l'échelle. Arrondissez au centième près.

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{3^2 - 2,8^2} = \sqrt{1,16} \approx 1,08.$$

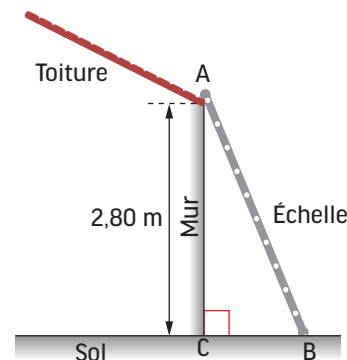
D'où BC mesure 1,08 m.

Le risque de chute est limité si la distance BC est comprise entre 25 % et 40 % de la longueur AB.

**b** Est-ce le cas ? Justifiez.

25 % de AB correspond à 0,75 m ( $0,25 \times 3$ ) et 40 % de AB correspond à 1,2 m ( $0,40 \times 3$ ).

On a  $0,75 < 1,08 < 1,2$ . Donc c'est le cas.



### Exercice 12

**Emma se tient à un mètre d'un puits et voit à la fois le bord et le fond du puits comme l'indique la figure ci-contre.** Elle connaît le diamètre du puits, la distance entre ses yeux et le sol, et la distance qui la sépare du puits. Les points A, B et C sont alignés, ainsi que les points Y, B et D.

**a** Comment, avec ces informations, Emma peut-elle déterminer la profondeur du puits ?

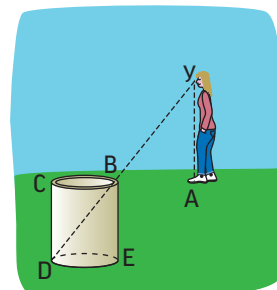
Les points A, B et C sont alignés dans le même ordre que les points Y, B et D. De plus, (YA) est parallèle à (CD). Donc on peut appliquer le théorème de Thalès.

**b** Appliquez votre méthode avec les données suivantes :

- le diamètre BC du puits est de 1,20 m ;
- la distance YA entre les yeux d'Emma et le sol est 1,50 m ;
- la distance AB qui sépare Emma du puits est de 1 m.

On peut écrire l'égalité suivante :  $\frac{YA}{CD} = \frac{AB}{BC}$ . Soit  $\frac{1,50}{CD} = \frac{1}{1,20}$ . Donc  $CD = \frac{1,50 \times 1,20}{1} = 1,8$ .

La profondeur du puits est 1,8 m.



# Je me teste VERS LE BREVET 8

Nom : .....

Prénom : .....

Date : ..... Classe : .....



## Exercice 1

L'indication « Téléviseur écran plat 70 cm » signifie que la diagonale de l'écran rectangulaire mesure 70 cm.

Calculez la longueur de l'écran d'un téléviseur écran plat de 70 cm si la hauteur est de 42 cm.



On applique le théorème de Pythagore.

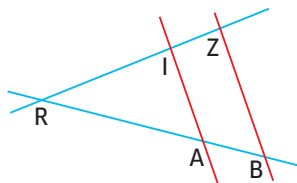
$$L = \sqrt{70^2 - 42^2} = \sqrt{3\,136} = 56. \text{ La longueur de l'écran est 56 cm.}$$

## Exercice 2

Pour chaque configuration suivante, les deux droites rouges sont parallèles.

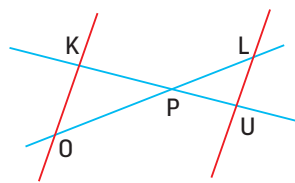
Écrivez le théorème de Thalès pour chaque configuration.

a



$$\frac{RI}{RZ} = \frac{RA}{RB} = \frac{IA}{ZB}$$

b

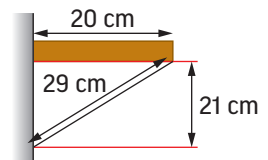


$$\frac{PU}{PK} = \frac{PL}{PO} = \frac{LU}{KO}$$

## Exercice 3

Max a posé une étagère de 20 cm de profondeur sur un mur parfaitement vertical. Il a vérifié ses mesures et a établi le schéma ci-contre.

Son étagère est-elle parfaitement horizontale ?



$$20^2 + 21^2 = 841 \text{ et } 29^2 = 841. \text{ Le carré de la longueur du côté le plus grand est égal}$$

à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Donc le triangle est rectangle.

L'étagère est perpendiculaire au mur qui lui-même est vertical. Donc l'étagère est horizontale.

## Exercice 4

On donne :  $AB = 40 \text{ mm}$  ;  $AM = 30 \text{ mm}$  ;  $AC = 50 \text{ mm}$  ;  $AN = 37,5 \text{ mm}$ .

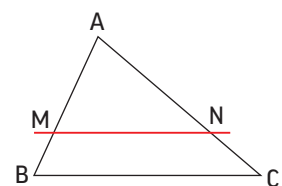
Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

A. M et B sont alignés dans le même ordre que les points A, N et C.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{30}{40} = 0,75 \text{ et } \frac{AN}{AC} = \frac{37,5}{50} = 0,75. \text{ D'où } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

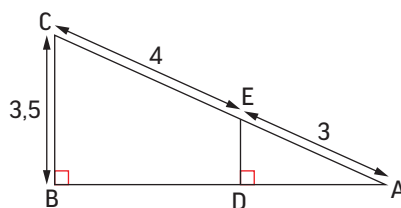
La réciproque du théorème de Thalès peut s'appliquer.

Donc les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



## Exercice 5

La charpente métallique d'un toit d'un atelier est fabriquée à partir de poutres métalliques. Un des éléments de la charpente est schématisé ci-dessous.



Calculez la longueur totale de poutres métalliques nécessaire à la réalisation de cet élément.

Faites apparaître la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte même si le travail n'est pas complètement abouti.

Pour calculer AB, on applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B.

$$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{7^2 - 3,5^2} = \sqrt{36,75}. \text{ Soit } AB \approx 6,1 \text{ m.}$$

(CB) // (ED) car elles sont perpendiculaires à une même troisième droite (BD).

Pour calculer ED, on applique le théorème de Thalès.

$$\frac{AE}{AC} = \frac{ED}{BC} : \text{soit } \frac{3}{7} = \frac{ED}{3,5}. \text{ D'où } ED = \frac{3 \times 3,5}{7} = 1,5 \text{ m.}$$

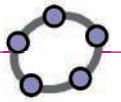
La longueur L recherchée :  $L = AC + BC + AB + ED$

$$L = 7 + 3,5 + 6,1 + 1,5 = 18,1 \text{ m}$$

Il faut prévoir 18,1 m de poutres métalliques pour réaliser cet élément.

## GRILLE d'évaluation Chapitre 8 : Calculs de mesures de longueurs

Compétences travaillées	Connaissances et compétences associées	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
<b>Chercher</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Rechercher les informations dans l'énoncé, sur un schéma, une figure.</li> </ul>	1 2 3 4 5			
<b>Raisonner</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Montrer que deux droites sont parallèles à l'aide de la réciproque du théorème de Thalès.</li> <li>Montrer qu'un triangle est rectangle à l'aide de la réciproque du théorème de Pythagore.</li> </ul>	2a 2b 4 3			
<b>Calculer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle.</li> <li>Calculer la longueur d'un segment en utilisant le théorème de Thalès.</li> </ul>	1 3 5 5			
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Répondre à la question posée par une phrase.</li> </ul>	3 4 5			



# Rapports trigonométriques dans le triangle rectangle

## Question FLASH

→ Complétez :

- Un angle aigu est un angle dont la mesure en degrés est inférieure à  $90^\circ$ .
- Si TRI est un triangle rectangle en T, alors le côté [RI] s'appelle l'hypoténuse.

## ACTIVITÉ 1 Repérer les côtés d'un triangle rectangle

Un objet qui représente bien le triangle rectangle, et que vous avez sûrement dans votre sac, est l'équerre du dessinateur.

**But de l'activité :** identifier chaque côté du triangle rectangle formé par l'équerre.

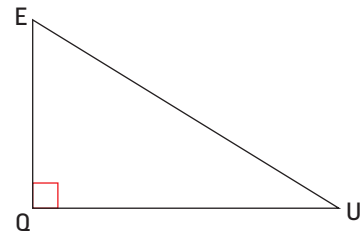


**a Cherchez** les définitions des mots suivants et **reliez** chaque mot à la bonne définition.

- |            |   |   |
|------------|---|---|
| Adjacent   | • | placé en vis-à-vis                                  |
| Hypoténuse | • | situé auprès de                                     |
| Opposé     | • | côté opposé à l'angle droit d'un triangle rectangle |

**b Complétez** les phrases avec le nom du côté correspondant.

- L'hypoténuse correspond au côté EU.
- Le côté adjacent à l'angle  $\hat{U}$  correspond au côté QU.
- Le côté opposé à l'angle  $\hat{E}$  correspond au côté QU.



**c Rayez** la mention erronée.

- Le côté [EQ] correspond au côté adjacent / ~~opposé~~ à l'angle  $\hat{E}$ .
- Le côté [EQ] correspond au côté ~~adjacent~~ / opposé à l'angle  $\hat{U}$ .

## Je fais LE POINT

● Dans un triangle rectangle :

- l'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit ;
- le **côté opposé** à un angle aigu est celui qui lui fait face ;
- le **côté adjacent** à un angle aigu est le côté de l'angle qui n'est pas l'hypoténuse.

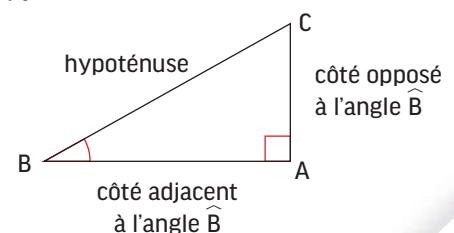
*Exemple*

Soit le triangle ABC ci-contre, rectangle en A.

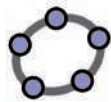
L'hypoténuse est le côté [BC].

Pour l'angle  $\hat{B}$  : [AB] est le côté adjacent ; [AC] est le côté opposé.

Pour l'angle  $\hat{C}$  : [AC] est le côté adjacent ; [AB] est le côté opposé.



## ACTIVITÉ 2



# Définir les rapports trigonométriques d'un angle aigu dans un triangle rectangle

Léa souhaite savoir s'il existe un lien entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle et les angles de ce triangle. Pour cela, elle utilise le logiciel GeoGebra.

**But de l'activité :** déterminer les relations qui existent entre les côtés d'un triangle rectangle et les angles de ce triangle.



→ Ouvrez le fichier 09\_rapports\_trigo.ggb.

**a** Le triangle ABC est rectangle en C. **Déplacez** les points A et B. Que remarquez-vous à propos des rapports de la partie tableur ?

Ils restent constants car l'angle  $\alpha$  ne change pas.

**b** **Déplacez** le curseur. Que remarquez-vous à propos des rapports de la partie tableur ?

Tous les rapports évoluent.

**c** À l'aide de la calculatrice, **calculez** les valeurs suivantes. **Arrondissez**-les au millième.

$$\sin 50^\circ = 0.766 \dots ; \cos 50^\circ = 0.643 \dots ; \tan 50^\circ = 1.192 \dots$$

**d** **Fixez** le curseur sur la valeur 50. Puis **comparez** les valeurs du tableau aux valeurs obtenues en c.

Les valeurs arrondies au centième sont identiques.

**e** **Recommencez** les questions c et d pour  $\alpha = 80^\circ$ .

$$\sin 80^\circ = 0.985 ; \cos 80^\circ = 0.174 ; \tan 80^\circ = 5.671$$

On fait la même remarque qu'à la question d.

**f** Les réponses obtenues aux questions d et e sont-elles vraies pour d'autres valeurs de  $\alpha$  ?

Oui pour toutes les valeurs fixées par le curseur.

**g** En utilisant les notations AB, BC et AC, **complétez** les égalités suivantes.

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{AB} ; \quad \cos \hat{B} = \frac{BC}{AB} ; \quad \tan \hat{B} = \frac{AC}{BC}.$$

## Je fais LE POINT

● Dans un triangle rectangle, il existe des relations entre les côtés et les angles de ce triangle. On nomme ces relations **rapports trigonométriques**.

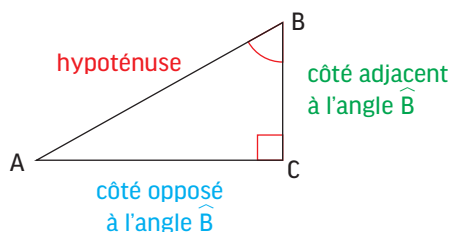
**sinus** d'un angle aigu =  $\frac{\text{côté opposé à cet angle}}{\text{hypoténuse}}$  ; **cosinus** d'un angle aigu =  $\frac{\text{côté adjacent à cet angle}}{\text{hypoténuse}}$  ;

**tangente** d'un angle aigu =  $\frac{\text{côté opposé à cet angle}}{\text{côté adjacent à cet angle}}$ .

Exemple

Dans le triangle ABC rectangle en C, on a :

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BA} ; \cos \hat{B} = \frac{BC}{BA} ; \tan \hat{B} = \frac{AC}{BC}.$$

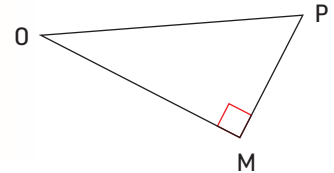


# Calculs d'angles et de longueurs dans un triangle rectangle

## Question FLASH

→ Le triangle OMP est rectangle en M. **Cochez** les réponses exactes :

- ☐ OM est l'hypoténuse.      ☐ OM est le côté adjacent à  $\widehat{P}$ .  
☒ OM est le côté opposé à l'angle  $\widehat{P}$ .      ☒ OP est l'hypoténuse.  
☐ MP est le côté adjacent à  $\widehat{O}$ .      ☒ MP est le côté opposé à l'angle  $\widehat{O}$ .

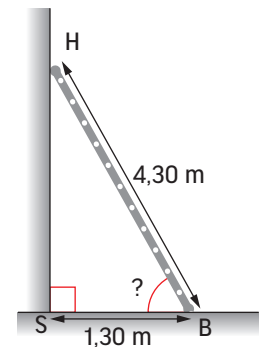


## ACTIVITÉ 1 Déterminer la mesure d'un angle aigu dans un triangle rectangle

Joachim appuie son échelle de 4,30 mètres de long sur un mur. Le pied de l'échelle est distant de 1,30 mètre du mur.

Une consigne de sécurité recommande que l'angle formé entre le sol et l'échelle soit compris entre  $70^\circ$  et  $75^\circ$ .

**But de l'activité :** déterminer si Joachim respecte la consigne.



**a** Cochez la réponse exacte.

Le côté [SB] est le côté : ☐ opposé à l'angle  $\widehat{B}$       ☒ adjacent à l'angle  $\widehat{B}$ .

**b** Quel rapport trigonométrique de l'angle  $\widehat{B}$  fait intervenir le côté SB et l'hypoténuse HB ?

☐  $\sin \widehat{B}$       ☒  $\cos \widehat{B}$       ☐  $\tan \widehat{B}$

**c** Calculez ce rapport. Arrondissez au millième.  $\cos \widehat{B} = \frac{SB}{HB} = \frac{1,30}{4,30} \approx 0,302$

**d** Déterminez la mesure de l'angle  $\widehat{B}$  à l'aide de la calculatrice.

Arrondissez au degré.  $\widehat{B} \approx \arccos 0,302 \approx 72^\circ$

**e** La consigne de sécurité est-elle respectée ? ☒ Oui      ☐ Non

Justifiez.

$72^\circ$  est bien compris entre  $70^\circ$  et  $75^\circ$ .



On trouve la mesure de l'angle B à l'aide de la touche `arccos`.

## Je fais LE POINT

On peut **calculer la mesure d'un angle aigu** d'un triangle rectangle dès qu'on connaît la longueur de deux des côtés du triangle. On utilise la définition du sinus, du cosinus ou de la tangente de l'angle cherché suivant les côtés connus.

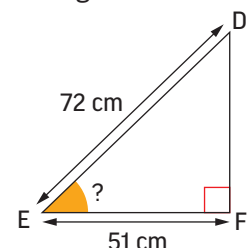
### Exemple

Dans le triangle rectangle DEF ci-contre, on donne  $DE = 72$  cm et  $EF = 51$  cm.

On cherche la mesure de l'angle  $\widehat{E}$ .

On connaît l'hypoténuse DE et le côté adjacent EF à l'angle  $\widehat{E}$ .

On peut donc utiliser le cosinus de l'angle  $\widehat{E}$ .  $\cos \widehat{E} = \frac{EF}{DE} = \frac{51}{72}$ . D'où  $\widehat{E} = \arccos\left(\frac{51}{72}\right) \approx 45^\circ$ .

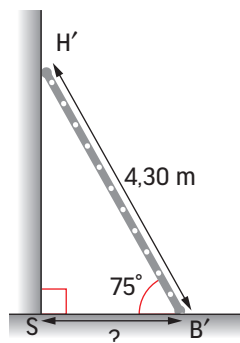


## ACTIVITÉ 2 Déterminer la mesure d'un côté dans un triangle rectangle

Joachim a lu comme règle de sécurité, sur la notice fournie, qu'il fallait placer l'échelle à une distance du mur qui correspond au quart de sa longueur. Dans ce cas, l'échelle fait un angle d'environ  $75^\circ$  avec le sol.

Joachim place donc son échelle de 4,30 m de long pour qu'elle fasse un angle de  $75^\circ$  avec le sol.

**But de l'activité :** vérifier que, dans le cas d'un angle de  $75^\circ$ , la consigne de sécurité est bien respectée. Cela revient à calculer  $SB'$  dans le triangle  $H'SB'$  rectangle en  $S$ .



**a** Cochez la réponse exacte.

Le côté  $[SB']$  est le côté : ☐ opposé à l'angle  $\widehat{B'}$  ☒ adjacent à l'angle  $\widehat{B'}$ .

**b** Quel rapport trigonométrique de l'angle  $\widehat{B'}$  fait intervenir le côté  $SB'$  et l'hypoténuse  $H'B'$  ?

☐  $\sin \widehat{B'}$  ☒  $\cos \widehat{B'}$  ☐  $\tan \widehat{B'}$

**c** Complétez.

$$\cos \widehat{B'} = \frac{SB'}{H'B'}$$

**d** Remplacez  $\widehat{B'}$  et  $H'B'$  par leur valeur.  $\cos 75^\circ = \frac{SB'}{4,30}$

**e** Terminez le calcul.  $SB' = 4,30 \times \cos 75^\circ \approx 1,11$  m

**f** La consigne de sécurité est-elle respectée ? Globalement oui.

Justifiez votre réponse.

1,075 m est égal au quart de 4,30 : c'est une valeur très proche des 1,11 m de l'écartement au sol.

### Je fais LE POINT

On peut **calculer la mesure d'un côté** d'un triangle rectangle dès qu'on connaît la longueur d'un autre côté et la mesure d'un angle aigu. On utilise la définition du sinus, du cosinus ou de la tangente de l'angle donné suivant le côté connu et le côté cherché.

*Exemple*

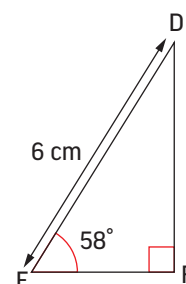
Dans le triangle rectangle DEF ci-contre, on donne  $DE = 6$  cm et  $\widehat{E} = 58^\circ$ .

On cherche la longueur DF.

Le côté DF est le côté opposé à l'angle  $\widehat{E}$ .

On connaît l'hypoténuse DE.

On peut donc utiliser le sinus de l'angle  $\widehat{E}$  :  $\sin \widehat{E} = \frac{DF}{DE} = \frac{DF}{6}$ . D'où  $DF = 6 \times \sin 58^\circ \approx 5,1$  cm.



## Je m'entraîne



QCM

# qcm

Un autre QCM en ligne

foucherconnect.fr/maths319

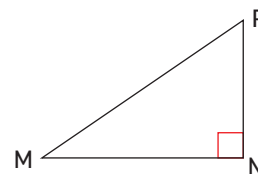
Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

Soit le triangle MNP rectangle en N ci-contre.

a. L'hypoténuse correspond au côté :

☐ MN

☐ NP

☒ MP


b. Le côté adjacent à l'angle  $\widehat{M}$  correspond au côté :

☒ MN

☐ NP

☐ MP

c. Le côté adjacent à l'angle  $\widehat{P}$  correspond au côté :

☐ MN

☒ NP

☐ MP

d. Le côté opposé à l'angle  $\widehat{M}$  correspond au côté :

☐ MN

☒ NP

☐ MP

e. Le côté opposé à l'angle  $\widehat{P}$  correspond au côté :

☒ MN

☐ NP

☐ MP

f. On peut appliquer la formule trigonométrique suivante :

☐  $\cos \widehat{M} = \frac{MN}{NP}$ 
☒  $\sin \widehat{P} = \frac{MN}{MP}$ 
☐  $\sin \widehat{M} = \frac{MN}{NP}$ 

g. On peut appliquer la formule trigonométrique suivante :

☐  $\tan \widehat{M} = \frac{MN}{MP}$ 
☒  $\tan \widehat{M} = \frac{NP}{MN}$ 
☐  $\tan \widehat{M} = \frac{NP}{MP}$ 

## Vrai - Faux

Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations et justifiez votre choix.

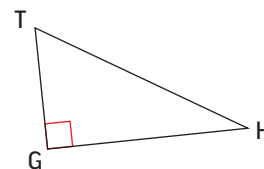
a. Le triangle GHT est rectangle en G. On donne  $GH = 3,7$  cm et  $GT = 2,5$  cm.

**Affirmation :** on peut utiliser  $\cos \widehat{H}$  comme rapport trigonométrique pour déterminer la mesure de l'angle  $\widehat{H}$ .

☐ Vrai

☒ Faux

Pour utiliser  $\cos \widehat{H}$ , il faudrait connaître l'hypoténuse TH.



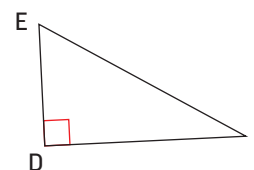
b. Le triangle CDE est rectangle en D. On donne  $CD = 3,5$  cm et  $\widehat{C} = 42^\circ$ .

**Affirmation :** on peut utiliser  $\cos \widehat{C}$  comme rapport trigonométrique de l'angle  $\widehat{C}$  pour déterminer la longueur CE.

☒ Vrai

☐ Faux

$\cos \widehat{C} = \frac{CD}{CE}$  soit  $\cos 42^\circ = \frac{3,5}{CE}$





## Utilisation de la calculatrice

## Exercice 1

Déterminez, à l'aide de la calculatrice, les rapports trigonométriques suivants. **Arrondissez** les valeurs au millième.

- a  $\cos 45^\circ \approx 0.707$  ;  $\cos 30^\circ \approx 0.866$  ;  $\cos 80^\circ \approx 0.174$   
 b  $\sin 45^\circ \approx 0.707$  ;  $\sin 30^\circ = 0.5$  ;  $\sin 80^\circ \approx 0.985$   
 c  $\tan 45^\circ = 1$  ;  $\tan 30^\circ \approx 0.577$  ;  $\tan 80^\circ \approx 5.671$

## Exercice 2

Déterminez, à l'aide de la calculatrice, la mesure des angles aigus suivants. **Arrondissez** au degré.

- a Si  $\cos \hat{A} = 0,31$ , alors  $\hat{A} \approx 72^\circ$  ; si  $\cos \hat{B} = 0,81$ , alors  $\hat{B} \approx 36^\circ$   
 b Si  $\sin \hat{C} = 0,4$ , alors  $\hat{C} \approx 24^\circ$  ; si  $\sin \hat{D} = 0,918$ , alors  $\hat{D} \approx 67^\circ$   
 c Si  $\tan \hat{E} = 1,5$ , alors  $\hat{E} \approx 56^\circ$  ; si  $\tan \hat{F} = 0,5$ , alors  $\hat{F} \approx 27^\circ$

## Exercice 3

$\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  et  $\hat{C}$  sont des angles aigus.

Utilisez la calculatrice pour trouver l'angle  $\hat{A}$  tel que  $\sin \hat{A} \approx 0,8324$ , l'angle  $\hat{B}$  tel que  $\cos \hat{B} \approx 0,4236$  et l'angle  $\hat{C}$  tel que  $\tan \hat{C} \approx 1,7119$ . **Arrondissez** à une décimale, puis **finissez** de compléter le tableau.

Angle	$\hat{A} = 56.3^\circ$	$\hat{B} = 64.9^\circ$	$\hat{C} = 59.7^\circ$
sin	0,8324	0.9056	0.8634
cos	0.5548	0,4236	0.5045
tan	1.4994	2.1348	1,7119

## Repérage des côtés d'un triangle rectangle

## Exercice 4

Le triangle BAM est rectangle en M.

**Complétez** les phrases suivantes par un des groupes de mots donnés ci-dessous : l'hypoténuse, le côté adjacent, le côté opposé.

- a Le côté [AB] est l'hypoténuse  
 b Le côté [AM] est le côté adjacent à l'angle  $\hat{A}$  et le côté opposé à l'angle  $\hat{B}$ .  
 c Le côté [BM] est le côté opposé à l'angle  $\hat{A}$  et le côté adjacent à l'angle  $\hat{B}$ .



Un conseil : faites une figure !

## Exercice 5

Le triangle RTF est rectangle en R.

- a Nommez son hypoténuse : TF  
 b Nommez le côté opposé à l'angle  $\hat{T}$  : RF  
 c Nommez le côté opposé à l'angle  $\hat{F}$  : TR  
 Nommez le côté adjacent à l'angle  $\hat{T}$  : TR  
 Nommez le côté adjacent à l'angle  $\hat{F}$  : RF



## Exercice 6

Le triangle PAS est rectangle en P.

**Complétez** les égalités suivantes, à l'aide des longueurs AP, AS et PS.

$$\cos \hat{A} = \frac{AP}{AS} ; \sin \hat{A} = \frac{PS}{AS} ; \tan \hat{A} = \frac{PS}{AP}$$

$$\cos \hat{S} = \frac{PS}{AS} ; \sin \hat{S} = \frac{AP}{AS} ; \tan \hat{S} = \frac{AP}{PS}$$

## Calcul d'un angle aigu d'un triangle rectangle

## Exercice 7

Soit le triangle MNP rectangle en N ci-contre.

**a** **Donnez** la mesure, en cm, des côtés du triangle MNP.

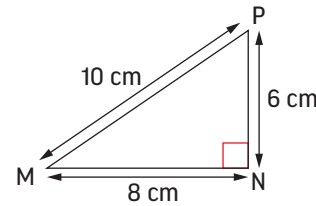
$$MN = 8 ; NP = 6 ; MP = 10$$

**b** **Appliquez** les formules des rapports trigonométriques.

$$\sin \hat{M} = \frac{6}{10} ; \cos \hat{M} = \frac{8}{10} ; \tan \hat{M} = \frac{6}{8}$$

**c** **Donnez** le sinus, le cosinus et la tangente de l'angle  $\hat{M}$ .

$$\sin \hat{M} = 0.6 ; \cos \hat{M} = 0.8 ; \tan \hat{M} = 0.75$$



## Exercice 8

Le triangle BCD est rectangle en C. On donne CD = 4,1 cm et BD = 6,5 cm.

**a** Quel rapport trigonométrique de l'angle  $\hat{B}$  peut-on calculer avec CD et BD ?

☒  $\sin \hat{B}$       ☐  $\cos \hat{B}$       ☐  $\tan \hat{B}$

**b** **Calculez** ce rapport.  $\sin \hat{B} = \frac{4,1}{6,5} \approx 0.631$

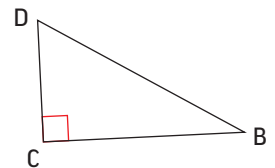
**c** **Déterminez** la mesure de l'angle  $\hat{B}$ .  $\hat{B} = \arcsin 0.631 \approx 39^\circ$

**d** **Déduisez-en** la mesure de l'angle  $\hat{D}$ .  $\hat{D} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 39^\circ = 51^\circ$

**e** **Déterminez**, avec la calculatrice,  $\cos \hat{D}$ .  $\cos \hat{D} \approx 0.629$

**f** **Vérifiez** que  $\sin \hat{B} = \cos \hat{D}$ .

On a bien  $\sin \hat{B} = \cos \hat{D}$  aux arrondis près.



## Exercice 9

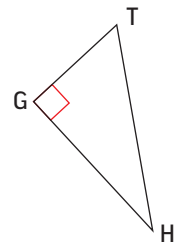
Le triangle GHT est rectangle en G. On donne GH = 4,8 cm et GT = 3,5 cm.

**a** Quel rapport trigonométrique de l'angle  $\hat{H}$  peut-on calculer avec GH et GT ?

☐  $\sin \hat{H}$       ☐  $\cos \hat{H}$       ☒  $\tan \hat{H}$

**b** **Calculez** ce rapport.  $\tan \hat{H} = \frac{3,5}{4,8} \approx 0.729$

**c** **Déterminez** la mesure de l'angle  $\hat{H}$ .  $\hat{H} = \arctan 0.729 \approx 36^\circ$





## Exercice 10

Le triangle MOT est rectangle en T. On donne  $MT = 13,4$  m et  $MO = 20$  m.

**a** Quel rapport trigonométrique de l'angle  $\widehat{M}$  peut-on calculer avec MT et MO ?

☐  $\sin \widehat{M}$     ☒  $\cos \widehat{M}$     ☐  $\tan \widehat{M}$

**b** Calculez ce rapport.  $\cos \widehat{M} = \frac{13,4}{20} = 0,67$

**c** Déterminez la mesure de l'angle  $\widehat{M}$ .  $\widehat{M} = \arccos 0,67 \approx 48^\circ$

## Calcul d'un côté d'un triangle rectangle

## Exercice 11

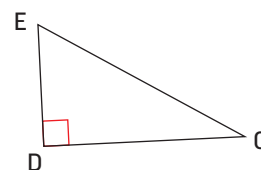
Le triangle CDE est rectangle en D. On donne  $CD = 2,7$  cm et  $\widehat{C} = 35^\circ$ .

**a** Quel rapport trigonométrique de l'angle  $\widehat{C}$  fait intervenir CD et CE ?

☐  $\sin \widehat{C}$     ☒  $\cos \widehat{C}$     ☐  $\tan \widehat{C}$

**b** Calculez CE.  $\cos 35^\circ = \frac{2,7}{CE}$  ; d'où  $CE = \frac{2,7}{\cos 35^\circ}$

$CE \approx 3,30$  cm



## Exercice 12

Le triangle BEG est rectangle en E. On donne  $GE = 5,7$  cm et  $\widehat{B} = 78^\circ$ .

**a** Quel rapport trigonométrique de l'angle  $\widehat{B}$  fait intervenir GE et BE ?

☐  $\sin \widehat{B}$     ☐  $\cos \widehat{B}$     ☒  $\tan \widehat{B}$

**b** Calculez BE.

$\tan 78^\circ = \frac{5,7}{BE}$  ; d'où  $BE = \frac{5,7}{\tan 78^\circ}$

$BE \approx 1,21$  cm

## Exercice 13

Le triangle CEP est rectangle en C. On donne  $EP = 7,9$  m et  $\widehat{P} = 55^\circ$ .

**a** Quel rapport trigonométrique de l'angle  $\widehat{P}$  fait intervenir EP et CP ?

☐  $\sin \widehat{P}$     ☒  $\cos \widehat{P}$     ☐  $\tan \widehat{P}$

**b** Calculez CP.

$\cos 55^\circ = \frac{CP}{7,9}$  ; d'où  $CP = 7,9 \times \cos 55^\circ$

$CP \approx 4,53$  cm

**c** Calculez CE.

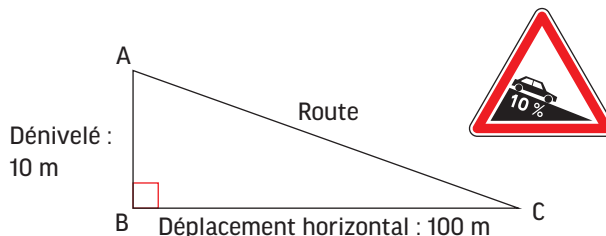
$CE = 7,9 \times \sin 55^\circ \approx 6,47$  cm ou  $CE = \sqrt{7,9^2 - 4,53^2} \approx 6,47$  cm

## Je vais plus loin

**Exercice 14** (D'après sujet de DNB)

Ce panneau routier indique une descente dont la pente est de 10 %. Cela signifie que pour un déplacement horizontal de 100 m, le dénivelé est de 10 m.

Le schéma ci-contre n'est pas à l'échelle.



**a** Déterminez la mesure de l'angle  $\widehat{BCA}$  que fait la route avec l'horizontale. Arrondissez la réponse au degré.

$$\tan \widehat{BCA} = \frac{AB}{BC} = \frac{10}{100} = 0,1$$

$$\text{D'où } \widehat{BCA} = \arctan 0,1 \approx 5,7 \quad \widehat{BCA} = 6^\circ$$

**b** Dans certains pays, il arrive parfois que la pente d'une route ne soit pas donnée par un pourcentage, mais par une indication telle que « 1 : 5 ». Cela veut alors dire que pour un déplacement horizontal de 5 m, le dénivelé est de 1 m.

Lequel des deux panneaux ci-contre indique la pente la plus forte ?

$$\text{Une pente de 1 : 5 correspond à } \frac{AB}{BC} = \frac{1}{5} = 0,2$$

Soit une pente de 20 %.

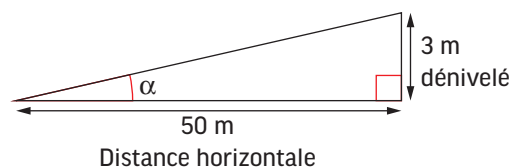
Donc le panneau avec l'indication 1 : 5 correspond à la pente la plus forte.

**Exercice 15**

On appelle **pente d'un plan incliné ayant une inclinaison  $\alpha$**   
le rapport  $\frac{\text{dénivelé}}{\text{distance horizontale}}$ .

Elle s'exprime souvent en pourcentage.

D'après l'exemple, pente =  $\frac{3}{50} = 0,06$ , soit une pente de 6 %.



**a** À quel rapport trigonométrique la pente correspond-elle ? À la tangente de l'angle  $\alpha$ .

Au pied d'une piste olympique, si on se déplace de 10 m horizontalement, la piste s'élève de 19 m.

**b** Calculez la pente de cette piste.

$$\frac{19}{10} = 1,9 \quad \text{La pente de cette piste est de 190 \%}$$

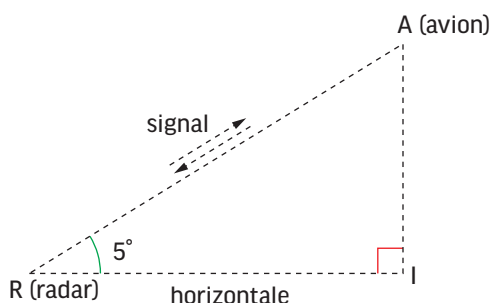
**c** Déterminez son inclinaison.

$$\arctan 1,9 \approx 62^\circ \quad \text{L'inclinaison de la piste est } 62^\circ$$

### Exercice 16 (D'après sujet de DNB)

Un avion arrive non loin d'un aéroport. Le radar de la tour de contrôle émet un signal bref en direction de l'avion.

Le signal atteint l'avion et revient au radar 0,000 3 seconde après son émission.



**a** Le signal est émis à la vitesse de 300 000 km par seconde. **Vérifiez** qu'à cet instant l'avion se trouve à 45 kilomètres du radar de la tour de contrôle.

0,000 3 seconde correspond à un aller-retour du signal. Le signal met la moitié du temps pour atteindre l'avion, soit 0,000 15 s.

$$d = v \times t \text{ soit } d = 300\,000 \times 0,000\,15 \quad d = 45 \text{ km}$$

**b** La direction radar-avion fait un angle de  $5^\circ$  avec l'horizontale.

**Calculez** alors l'altitude de l'avion à cet instant. **Arrondissez** à la centaine de mètres près.

On néglige la hauteur de la tour de contrôle.

$$\sin \hat{R} = \frac{IA}{AR} ; \text{ d'où } IA = AR \times \sin \hat{R}$$

$$IA = 45 \times \sin 5^\circ \approx 3,92$$

L'altitude de l'avion est 3,9 km.

### Exercice 17

PRISE d'initiative

Soit TLES le quadrilatère croisé ci-contre. Les points T, A et L sont alignés ainsi que les points E, A et S.

**Calculez** la distance TA. **Arrondissez** le résultat au cm.

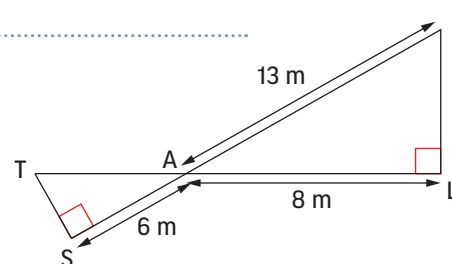
$$\cos \hat{EAL} = \frac{AL}{AE} = \frac{8}{13} \approx 0,615 ; \text{ d'où } \hat{EAL} = \arccos 0,615 \approx 52^\circ$$

$\hat{EAL} = \hat{TAS}$  car ce sont des angles opposés par le sommet.

$$\cos \hat{TAS} = \frac{AS}{TA} ; \text{ d'où } TA = \frac{AS}{\cos \hat{TAS}}$$

$$TA = \frac{6}{\cos 52^\circ} \approx 9,75$$

D'où la distance TA est 9,75 m.

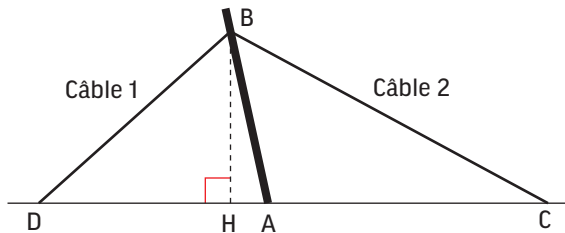




## Exercice 18

Les ponts à haubans sont constitués de nombreux câbles obliques partant d'un pylône qui supporte le tablier. Cela en fait des ponts légers que l'on peut construire sur de nombreux types de sols, notamment les sols meubles. L'un des principaux avantages réside dans la répartition des forces au niveau des piliers.

La figure ci-dessous est une schématisation d'un pont à haubans :



– le câble 1 est fixé sur le mât au point B et sur le tablier au point D ;

– le câble 2 est fixé sur le mât au point B et sur le tablier au point C.

Dans cette figure, les proportions ne sont pas respectées.

On donne les mesures suivantes :  $AD = 62$  ;  $AB = 33$  ;  $BH = 32$ .

Toutes les longueurs sont exprimées en mètres.

L'objectif de cet exercice est de déterminer les longueurs des câbles 1 et 2.

**a** Calculez AH, en mètres. Arrondissez au centième.

D'après le théorème de Pythagore,  $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{33^2 - 32^2}$  ;  $AH \approx 8,06$  m

**b** Déduisez-en que  $DH = 53,94$  m (valeur arrondie au centième).

$DH = AD - AH = 62 - 8,06$ . Soit  $DH = 53,94$  m.

**c** Calculez BD, en mètres. Arrondissez au centième.

À l'aide du théorème de Pythagore, on a  $BD = \sqrt{DH^2 + BH^2} = \sqrt{53,94^2 + 32^2}$

$BD \approx 62,72$  m

**d** Déterminez la mesure de l'angle  $\widehat{BAD}$  dans le triangle rectangle BAH. Arrondissez au degré.

$$\sin \widehat{BAD} = \frac{BH}{AB} = \frac{32}{33} \approx 0,970$$

d'où  $\widehat{BAD} = \arcsin 0,970$  ;  $\widehat{BAD} \approx 76^\circ$

On donne  $\widehat{BCD} = 18^\circ$ .

**e** Calculez BC, en mètres. Arrondissez au centième.

Dans le triangle BCH rectangle en H, on a  $\sin \widehat{BCD} = \frac{BH}{BC}$

$$\text{Soit } \sin 18^\circ = \frac{32}{BC} ; \text{ d'où } BC = \frac{32}{\sin 18^\circ}$$

$BC \approx 103,55$  m

**f** Donnez les longueurs des câbles 1 et 2.

Le câble 1 mesure 62,72 m et le câble 2 mesure 103,55 m.

## Exercice 19

Hugo, Léa et Slimane observent les trois figures suivantes et s'interrogent sur la possibilité de calculer le cosinus de l'angle  $\widehat{BAC}$ .

Hugo affirme : « on ne peut calculer  $\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$

que sur les figures (1) et (3) ».

Léa, elle, assure : « cela fonctionne dans ces trois figures ».

Quant à Slimane, il soutient : « on ne peut pas calculer  $\cos \widehat{BAC}$  pour les figures (1) et (2) ».

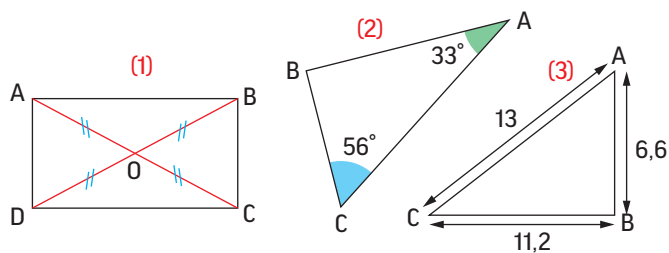
Qui de Hugo, Léa ou Slimane a raison ? **Justifiez** votre réponse.

La figure (1) est un rectangle. Le triangle ABC est donc rectangle en B. Mais on ne peut pas calculer  $\cos \widehat{BAC}$  car on ne connaît aucune longueur.

Le triangle de la figure (2) n'est pas rectangle ( $\widehat{B} = 91^\circ$ ). Donc on ne peut pas calculer  $\cos \widehat{BAC}$ .

Le triangle de la figure (3) est rectangle (réciproque du théorème de Pythagore). On connaît AB et AC. Donc on peut calculer  $\cos \widehat{BAC}$ .

C'est donc Slimane qui a raison.



## Exercice 20

PRISE  
d'initiative

PRO

Métiers  
des travaux publics

Le plan cadastral d'une ville donne, pour une parcelle rectangulaire, une aire de 4 000 m<sup>2</sup>.

Le centre de la parcelle est bien identifié. Avant de préparer le terrain pour y réaliser la construction d'un bâtiment, Sabrina doit vérifier que l'aire du terrain correspond bien à celle du cadastre. Pour cela, elle se place au centre O du terrain rectangulaire ABCD.

Elle prend deux mesures : AC = 90 m et  $\widehat{AOB} = 100^\circ$ .

Un écart de 0,5 % entre l'aire indiquée sur le cadastre et l'aire de la parcelle est acceptable.

Les mesures effectuées par Sabrina donnent-elles une aire conforme à la valeur indiquée par le cadastre ?

Faites apparaître la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte, même si le travail n'est pas complètement abouti.

$$AB = 2 \times AH ; AD = 2 \times OH ; AO = \frac{AC}{2} ; \widehat{AOH} = \frac{\widehat{AOB}}{2}$$

$$\sin \widehat{AOH} = \frac{AH}{AO} ; \text{d'où } AH = AO \times \sin \widehat{AOH} = 45 \times \sin 50^\circ. \text{ Soit } AH \approx 34,47$$

$$\cos \widehat{AOH} = \frac{OH}{AO} ; \text{d'où } OH = AO \times \cos \widehat{AOH} = 45 \times \cos 50^\circ. \text{ Soit } OH \approx 28,93$$

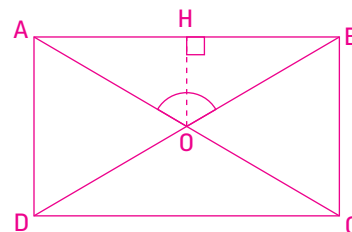
$$\text{On en déduit que } AB = 2 \times 34,47 = 68,94 \text{ m et } AD = 2 \times 28,93 = 57,86 \text{ m}$$

$$\text{aire}_{ABCD} = AB \times AD = 68,94 \times 57,86 \approx 3\,989 \text{ m}^2$$

$$\text{Soit un écart de } \frac{11}{4\,000} \times 100 \approx 0,275 \% \text{ Donc les valeurs sont conformes.}$$



Le cadastre est l'ensemble des documents sur lesquels est enregistré le découpage d'un territoire en parcelles.



Nom : .....

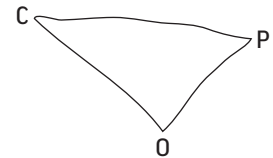
Prénom : .....

Date : ..... Classe : .....



## Exercice 1

Soit POC, un triangle tel que  $PO = 25$  cm,  $OC = 60$  cm et  $PC = 65$  cm.



**a** À l'aide de la réciproque du théorème de Pythagore, montrez que le triangle POC est rectangle.

$$PC^2 = 65^2 = 4\,225 ; PO^2 + OC^2 = 25^2 + 60^2 = 4\,225$$

On a bien  $PC^2 = PO^2 + OC^2$ . Donc le triangle POC est rectangle en O.

**b** Calculez  $\sin \hat{P}$  et  $\cos \hat{C}$ .

$$\sin \hat{P} = \frac{OC}{PC} = \frac{60}{65} \approx 0,923$$

$$\cos \hat{C} = \frac{OC}{PC} = \frac{60}{65} \approx 0,923$$

**c** Que constatez-vous ?

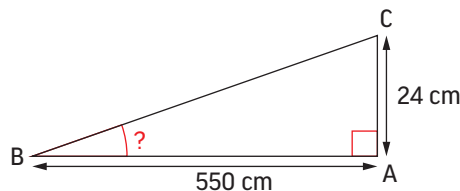
On constate que  $\sin \hat{P} = \cos \hat{C}$ .

## Exercice 2

Devant un bâtiment public, on aménage une rampe d'accès pour les personnes à mobilité réduite (PMR). La norme demande que les rampes d'accès PMR n'excèdent pas un angle de  $3^\circ$  avec le sol horizontal.

Cette rampe fait 550 cm de longueur horizontale et elle permet de franchir une marche de 24 cm de hauteur.

Voici une représentation schématisée de la vue de profil de la rampe d'accès.



L'inclinaison de la rampe respecte-t-elle la norme ?

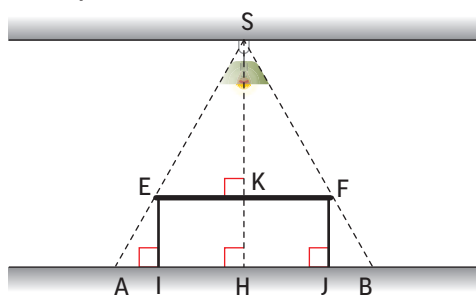
$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{24}{550} \approx 0,044$$

$$\hat{B} = \arctan 0,044 \approx 2,5^\circ$$

$2,5^\circ$  est inférieur à  $3^\circ$ , donc l'inclinaison de la rampe respecte la norme.

### Exercice 3

Le plateau d'une table est représenté sur le schéma ci-dessous par le segment [EF]. Elle est éclairée par un spot lumineux placé en S. La zone éclairée est représentée par le triangle SAB.



Le schéma n'est pas à l'échelle.

$$EI = 0,7 \text{ m} ; EF = 1,6 \text{ m}$$

$$AI = JB = 28 \text{ cm} ; SK = 2 \text{ m}$$

La caractéristique technique fournie avec le spot par le fabricant est la suivante : « angle du cône lumineux compris entre  $47^\circ$  et  $52^\circ$  ».

Le fabricant respecte-t-il la caractéristique technique ?

**a** Calculez, à partir des données, les longueurs AH et SH.

$$AH = AI + \frac{EF}{2} = 0,28 + \frac{1,6}{2} = 1,08 \text{ m} ; SH = SK + EI = 2 + 0,7 = 2,7 \text{ m}$$

**b** Calculez  $\widehat{ASH}$  dans le triangle rectangle ASH. Arrondissez la valeur au millièm.

$$\tan \widehat{ASH} = \frac{AH}{SH} = \frac{1,08}{2,7} \approx 0,4$$

**c** Déduisez de la question **b** la mesure, en degrés, de l'angle  $\widehat{ASH}$ . Arrondissez la valeur à l'unité.

$$\widehat{ASH} = \arctan 0,4 \approx 22^\circ$$

**d** Que représente la demi-droite [SH] pour l'angle  $\widehat{ASB}$  ? Pourquoi ?

La demi-droite [SH] représente l'axe de symétrie de l'angle  $\widehat{ASB}$  car c'est aussi la hauteur du triangle isocèle SEF de sommet S.

**e** Déduisez des questions **c** et **d** la mesure de l'angle  $\widehat{ASB}$ .  $\widehat{ASB} = 2 \times \widehat{ASH} = 2 \times 22^\circ = 44^\circ$

**f** Justifiez par une phrase si le fabricant a respecté la caractéristique technique.

Non, le fabricant n'a pas respecté la caractéristique technique car l'angle du cône lumineux n'est pas compris entre  $47^\circ$  et  $52^\circ$ .

## d'évaluation Chapitre 9 : Trigonométrie dans le triangle rectangle

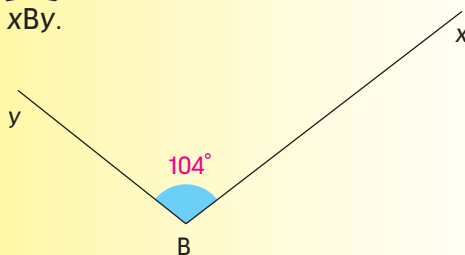
Compétences travaillées	Connaissances et compétences associées	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
<b>Chercher</b>	• <b>Trouver</b> les informations utiles pour résoudre l'exercice.	2			
<b>Raisonner</b>	• <b>Résoudre</b> l'exercice en impliquant des grandeurs variées.	3a 3d 3f 3e			
<b>Calculer</b>	• <b>Utiliser</b> la réciproque du théorème de Pythagore. • <b>Calculer</b> un rapport trigonométrique. • <b>Utiliser</b> les rapports trigonométriques pour calculer la mesure d'un angle.	1a 1b 3b 3c 2			
<b>Communiquer</b>	• <b>Exprimer</b> un résultat. • <b>Expliquer</b> par écrit la démarche employée.	1c 2			

# Triangles égaux

## Question FLASH

→ Mesurez au rapporteur l'angle  $\widehat{xBy}$ .

$\widehat{xBy} = 104^\circ$



## ACTIVITÉ 1 Reconnaître et construire des triangles égaux

Mona montre son travail à son amie Lisa : on lui demandait de dessiner deux triangles  $T_2$  et  $T_3$  égaux au triangle  $T_1$  qui est donné. Lisa pense que le dessin de Mona est faux.

**But de l'activité :** déterminer si le dessin de Mona est exact ou pas.

Voir la définition de deux triangles égaux dans la partie Je fais le point.

**a Mesurez**, au millimètre près, avec une règle graduée les côtés des triangles  $T_1$  et  $T_2$  et **reportez** ces mesures sur le dessin.

**b Dites** si les triangles  $T_1$  et  $T_2$  sont égaux. *Oui.*

**Justifiez.** *Ils ont leurs côtés deux à deux de même longueur.*

**c Vérifiez** de même si les triangles  $T_1$  et  $T_3$  sont égaux.

*Les côtés du triangle  $T_3$  ne sont pas égaux à ceux du triangle  $T_1$ .*

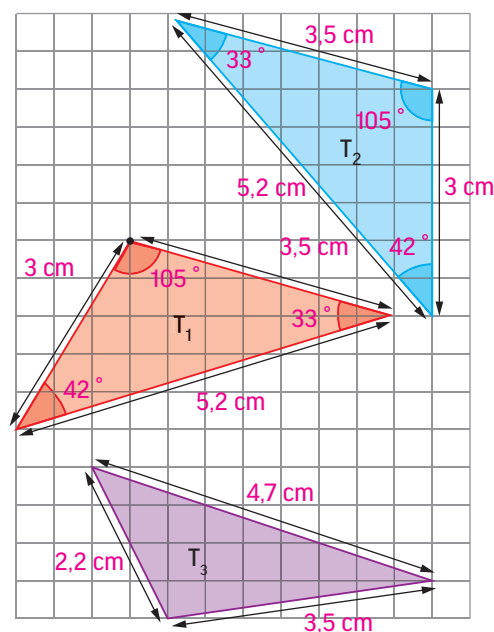
*Les deux triangles ne sont donc pas égaux.*

**d** Le dessin de Mona est-il exact ?

*Non, le triangle  $T_3$  est faux.*

**e Mesurez** les angles des triangles  $T_1$  et  $T_2$  et **reportez** ces mesures sur le dessin.

Que remarquez-vous ? *Leurs angles sont égaux deux à deux.*



## Je fais LE POINT

● **Deux triangles égaux** sont deux triangles qui ont leurs côtés deux à deux de même longueur.

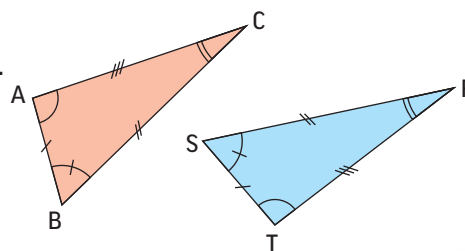
*Exemple*

Les triangles ABC et RST sont égaux car  $AB = ST$ ,  $AC = RT$ ,  $BC = SR$ .

● Si deux triangles sont égaux, alors leurs **angles** respectifs sont **égaux**.

*Exemple :* Les triangles ABC et RST sont égaux.

Donc  $\widehat{A} = \widehat{T}$ ;  $\widehat{B} = \widehat{S}$ ;  $\widehat{C} = \widehat{R}$ .



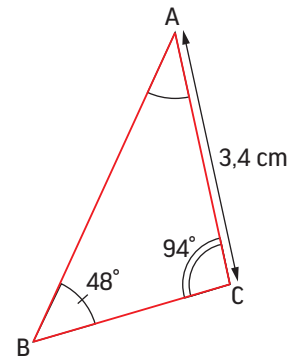
## ACTIVITÉ 2 Utiliser les propriétés des triangles égaux

Mona et Lisa doivent construire à la règle graduée et au rapporteur un triangle égal au triangle ABC, sachant que  $\widehat{B} = 48^\circ$ ,  $\widehat{C} = 94^\circ$  et  $AC = 3,4$  cm.

Mona : « Impossible, je ne connais pas la mesure du côté [BC] ! »

Lisa : « C'est possible : il suffit de calculer une mesure de plus, soit celle d'un côté, soit celle d'un angle. »

**But de l'activité :** construire à la règle et au rapporteur un triangle égal au triangle ABC.



**a** Mona propose : « Et si on calculait BC à l'aide du cosinus ou du sinus d'un des angles ? »

Lisa répond : « Mais non, on ne peut pas ! »

**Expliquez** pourquoi la proposition de Mona n'est pas correcte.

Le triangle ABC n'est pas rectangle. On ne peut donc pas calculer le sinus ou le cosinus d'un angle.

**b** Lisa a une meilleure idée et décide de calculer la mesure de l'angle  $\widehat{A}$ . Elle obtient  $38^\circ$  pour cette mesure.

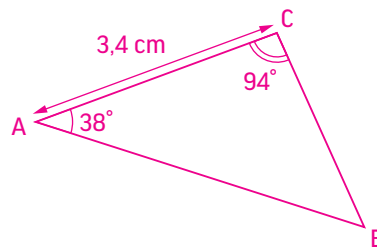
**Montrez** que ce résultat est exact en retrouvant le calcul effectué par Lisa.

$$\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{B} - \widehat{C} = 180^\circ - 48^\circ - 94^\circ = 38^\circ$$



La somme des trois angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$ .

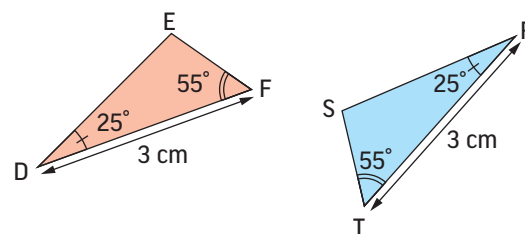
**c Construisez** le triangle ABC en utilisant la donnée supplémentaire  $\widehat{A} = 38^\circ$ .



## Je fais LE POINT

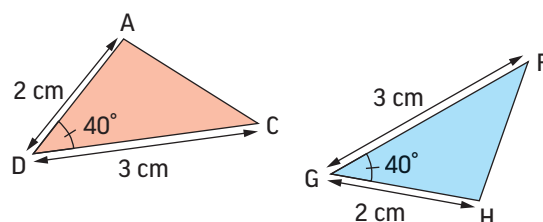
● **Propriété 1 :** si deux triangles ont **un côté de même longueur compris entre deux angles respectivement égaux**, alors ils sont égaux.

*Exemple :* les triangles DEF et RST sont égaux.



● **Propriété 2 :** si deux triangles ont **un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement égaux**, alors ils sont égaux.

*Exemple :* les triangles ADC et FGH sont égaux.



# Triangles semblables

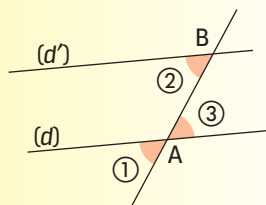
## Homothétie

### Question FLASH

Les droites parallèles  $(d)$  et  $(d')$  sont coupées par la sécante  $(AB)$ .

→ **Cochez** les réponses exactes :

- Les angles ① et ② sont des angles
  - ☐ alternes-internes    ☒ correspondants.
- Les angles ② et ③ sont des angles
  - ☒ alternes-internes    ☐ correspondants.



### ACTIVITÉ 1 Reconnaître des triangles semblables

Voici le schéma d'un voilier. Le dessin n'est pas à l'échelle.

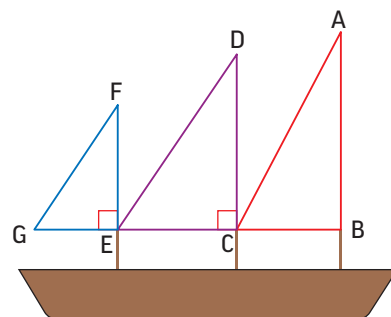
Il possède trois voiles représentées par les triangles FEG, DCE et ABC.

Les triangles EFG et DCE sont rectangles avec  $EG = 5$  m et  $CE = 6$  m.

Les droites  $(DE)$  et  $(FG)$  sont parallèles.

Le triangle ABC n'est pas rectangle.

**But de l'activité :** comparer la forme des trois triangles.



**a) Cochez et complétez :** les angles  $\widehat{FGE}$  et  $\widehat{DEC}$  sont égaux car ce sont des angles

☐ alternes-internes    ☒ correspondants formés par les parallèles  $(FG)$  et  $(DE)$ , coupées par la sécante  $(CG)$ .

**b) Justifiez** l'égalité  $\widehat{CDE} = \widehat{EFG}$ .

$\widehat{CDE} = 90^\circ - \widehat{DEC}$  ;  $\widehat{EFG} = 90^\circ - \widehat{FGE}$ . Or  $\widehat{DEC}$  et  $\widehat{FGE}$  sont égaux. Donc  $\widehat{CDE} = \widehat{EFG}$ .

**c) Expliquez** pourquoi on peut dire que les triangles DCE et EFG ont leurs trois angles égaux deux à deux.

$\widehat{FEG} = \widehat{DCE} = 90^\circ$  ;  $\widehat{FGE} = \widehat{DEC}$  d'après la question a ;  $\widehat{CDE} = \widehat{EFG}$  d'après la question b.

On dit que les triangles DCE et EFG sont des **triangles semblables**.

**d) Les triangles ABC et DCE sont-ils semblables ? Non.**

**Justifiez.**

Le triangle ABC n'est pas rectangle alors que le triangle DCE l'est. Leurs angles ne sont donc pas égaux

deux à deux.

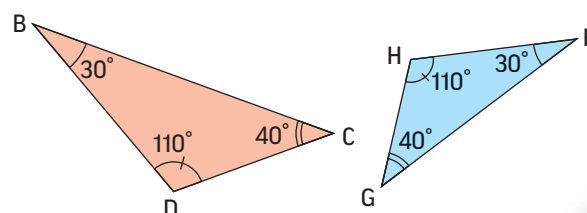
### Je fais LE POINT

- Dire que deux triangles sont **semblables ou de même forme** signifie que les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre.

*Exemple*

Les triangles BCD et FGH sont des triangles semblables :

$\widehat{B} = \widehat{F}$  ;  $\widehat{C} = \widehat{G}$  ;  $\widehat{D} = \widehat{H}$ .



## ACTIVITÉ 2 Construire avec une homothétie

Théo a représenté sur le dessin ci-dessous un massif ABC de forme triangulaire dans lequel il cultive des tulipes. Il projette de créer un second massif de même forme que le premier, mais deux fois plus grand.

**But de l'activité :** dessiner le second massif de Théo et comparer les deux triangles.



Plusieurs méthodes de construction sont possibles. Celle proposée ci-dessous utilise le point O donné.

**a** Sur la demi-droite [OA), **placez** le point A' tel que  $OA' = 2 \times OA$ .  
Sur la demi-droite [OB), **placez** le point B' tel que  $OB' = 2 \times OB$ .  
Sur la demi-droite [OC), **placez** le point C' tel que  $OC' = 2 \times OC$ .

**b** Tracez le triangle A'B'C'.  
Le triangle A'B'C' est un **agrandissement** du triangle ABC de rapport 2. On dit que c'est l'image du triangle ABC par l'**homothétie de centre O et de rapport 2**.

**c** Les triangles ABC et A'B'C' sont des triangles semblables. À l'aide du rapporteur, **vérifiez** cette affirmation.

$\widehat{A} = \widehat{A'} = 69^\circ$  ;  $\widehat{B} = \widehat{B'} = 27^\circ$  ;  $\widehat{C} = \widehat{C'} = 84^\circ$ .

**d** Mesurez les côtés des triangles ABC et A'B'C'.  
**Reportez** ces mesures sur le dessin.

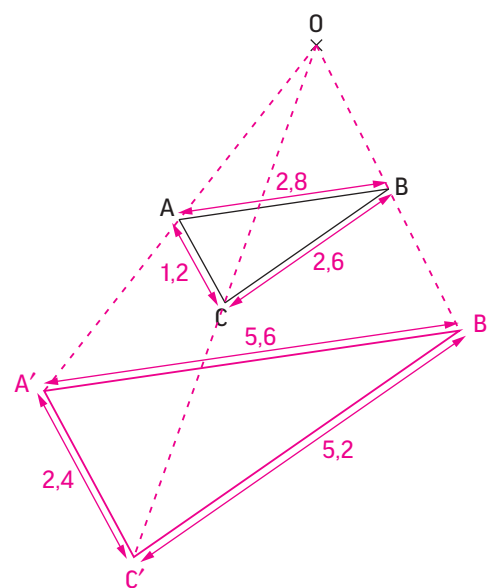
**e** Calculez les rapports  $\frac{B'A'}{BA}$ ,  $\frac{A'C'}{AC}$  et  $\frac{B'C'}{BC}$ .

$$\frac{B'A'}{BA} = \frac{5,6}{2,8} = 2 ; \frac{A'C'}{AC} = \frac{2,4}{1,2} = 2 ; \frac{B'C'}{BC} = \frac{5,2}{2,6} = 2$$

Les trois rapports sont égaux à 2, aux imprécisions de mesure près.

**f** Complétez.

(AB) // (A'B') ; (BC) // (B'C') ; (AC) // (A'C')



### Je fais LE POINT

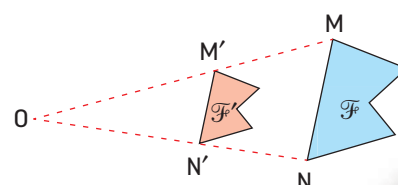
- Une **homothétie** permet d'agrandir ou de réduire une figure tout en gardant sa forme. Elle est définie par un point appelé **centre** et un nombre non nul appelé **rapport**.
- La figure initiale et son image sont des **figures semblables**. L'une est un agrandissement ou une réduction de l'autre.

*Exemple*

La figure ( $\mathcal{F}'$ ) est l'image de la figure ( $\mathcal{F}$ ) par l'homothétie de centre O et de rapport 0,6.

(M'N') est parallèle à (MN) et  $M'N' = 0,6 \times MN$ .

La figure ( $\mathcal{F}'$ ) est une réduction de la figure ( $\mathcal{F}$ ) de rapport 0,6.





# Agrandissement et réduction de figures

## ACTIVITÉ

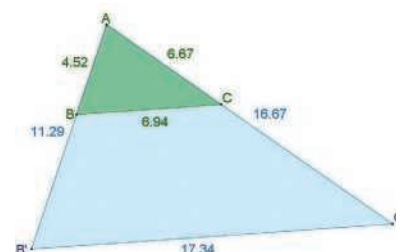
1



## Étudier un cas particulier de triangles semblables

Le triangle ABC étant donné, nous allons construire avec un logiciel de géométrie son image par une homothétie de centre A. Le centre de l'homothétie est donc un des sommets du triangle.

**But de l'activité :** faire le lien entre homothétie, théorème de Thalès et triangles semblables.



→ Ouvrez le fichier 10\_homothetie.ggb.

**a** Construisez l'image AB'C' du triangle ABC par l'homothétie de centre A et de rapport 2,5.

Pour cela, sélectionnez l'outil . Pour le corrigé, voir fichier 10\_homothetie\_C.ggb.

Puis cliquez successivement sur le triangle ABC, le point A, puis saisissez le rapport 2,5.

**b** Les droites (BC) et (B'C') sont parallèles.

La figure obtenue à l'écran est donc celle d'une configuration du théorème de Thalès.

Complétez :  $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

**c** Sur l'ordinateur, affichez les mesures des côtés du triangle AB'C' à l'aide de l'outil . Vérifiez l'égalité des rapports écrits à la question b.

Les rapports sont égaux à 2,5. Il peut y avoir un léger écart dû à l'arrondi des mesures par le logiciel.

**d** Les triangles ABC et AB'C' sont-ils semblables ? Oui.

Justifiez. Les angles des triangles sont égaux 2 à 2. L'angle  $\hat{A}$  est commun aux deux triangles.

$\hat{B} = \hat{B}'$  comme angles correspondants. Il en est de même pour les angles  $\hat{C}$  et  $\hat{C}'$ .

**e** Complétez les phrases suivantes par : une réduction ; un agrandissement ; 2,5 ; 0,4.

Le triangle AB'C' est un agrandissement du triangle ABC de rapport 2,5.

Le triangle ABC est une réduction du triangle AB'C' de rapport 0,4.



Si nécessaire, revoir le théorème de Thalès à la fiche 26.

## Je fais LE POINT

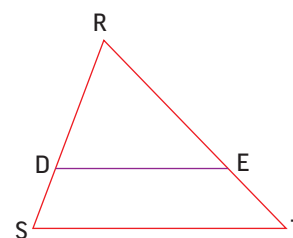
On considère le triangle RST, un point D du segment [RS] et un point E du segment [RT].

Si les droites (DE) et (ST) sont parallèles, alors :

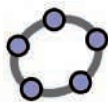
• les triangles RDE et RST sont semblables ;

•  $\frac{RD}{RS} = \frac{RE}{RT} = \frac{DE}{ST} = k$  (théorème de Thalès)

• le triangle RDE est l'image du triangle RST par l'homothétie de centre R et de rapport k.



## ACTIVITÉ 2



## Étudier les effets d'un agrandissement ou d'une réduction

Un atelier fabrique des plateaux de table en bois en forme de pentagone. Cet atelier fabrique trois sortes de plateaux :

- les plateaux « standard » dont les dimensions sont données dans le fichier **10\_plateau.ggb** ;
- les plateaux « maxi » dont les dimensions sont celles du plateau standard multipliées par 2,2 ;
- les plateaux « mini » dont les dimensions sont celles du plateau standard multipliées par 0,8.

La fabrication quotidienne de l'atelier est de 50 plateaux standard, 12 plateaux « maxi » et 10 plateaux « mini ».



**But de l'activité :** calculer l'aire de bois nécessaire à la production quotidienne de l'atelier. On ne tiendra pas compte des pertes dues au découpage.



→ Ouvrez le fichier **10\_plateau.ggb**.

**a Construisez** l'image du plateau standard par l'homothétie de centre F et de rapport 2,2. L'image obtenue représente le plateau « maxi ».

**b Construisez** l'image du plateau standard par l'homothétie de centre F et de rapport 0,4. L'image obtenue représente le plateau « mini ».

**c Affichez** à l'écran les aires des trois plateaux. *Pour le corrigé, voir fichier 10\_plateau\_C.ggb.*

**d**  $A_1$  est l'aire du plateau standard,  $A_2$  celle du plateau maxi et  $A_3$  celle du plateau mini.

**Complétez :**  $A_1 = 13 \dots \text{dm}^2$  ;  $A_2 = 62,92 \dots \text{dm}^2$  ;  $A_3 = 2,08 \dots \text{dm}^2$

**e Calculez :**  $\frac{A_2}{A_1} = 4,84 \dots$  ;  $\frac{A_3}{A_1} = 0,16 \dots$

Les rapports trouvés sont les carrés respectifs de 2,2 et 0,4.

On a donc :  $A_2 = 2,2^2 \times A_1$  et  $A_3 = 0,4^2 \times A_1$ .

**f Calculez**, en  $\text{dm}^2$ , l'aire de bois nécessaire par jour.

$13 \times 50 + 62,92 \times 12 + 2,08 \times 10 = 1\,425,84 \text{ dm}^2$

*Je fais*

**LE POINT**

- Lors d'un **agrandissement** ou d'une **réduction** de rapport  $k$ , les longueurs initiales sont multipliées par  $k$  ; l'aire initiale est multipliée par  $k^2$ .
- Si  $k > 1$ , il s'agit d'un **agrandissement**. Si  $0 < k < 1$ , il s'agit d'une **réduction**.

*Exemples*

$k = 1,4$ . La figure obtenue  $\mathcal{F}_2$  est plus grande que la figure initiale  $\mathcal{F}_1$ .



$k = 0,75$ . La figure obtenue  $\mathcal{F}_3$  est plus petite que la figure initiale  $\mathcal{F}_1$ .



## Je m'entraîne



QCM

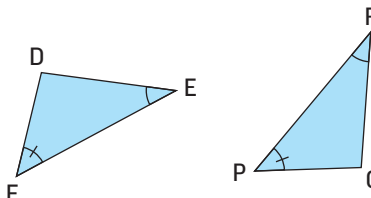
# qcm

Un autre QCM en ligne

foucherconnect.fr/maths321

Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. Les triangles DEF et RPC sont égaux.



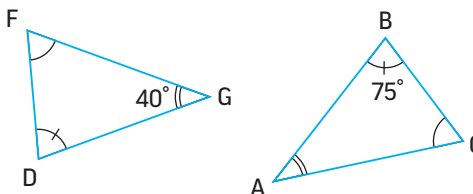
Alors DF est égal à :

☒ CP

☐ RC

☐ PR

b. Les triangles DFG et ABC sont semblables.



Alors  $\widehat{BCA}$  est égal à :

☐ 75°

☐ 70°

☒ 65°

c. On fait un agrandissement de rapport 2,5 d'une figure dont l'aire mesure 40 cm<sup>2</sup>.

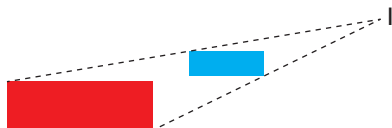
L'aire de la figure agrandie est égale à :

☐ 200 cm<sup>2</sup>
☒ 250 cm<sup>2</sup>
☐ 100 cm<sup>2</sup>

## Vrai - Faux

Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations et justifiez votre choix.

a. **Affirmation:** la figure rouge est l'image de la figure bleue par l'homothétie de centre I et de rapport 0,5.


☐ Vrai

☒ Faux

C'est la figure bleue qui est l'image de la figure rouge par l'homothétie de centre I et de rapport 0,5.

b. On divise la longueur et la largeur d'un rectangle par 3.

**Affirmation:** l'aire du rectangle est divisée par 3.

☐ Vrai

☒ Faux

L'aire du rectangle est divisée par 3<sup>2</sup>, donc par 9.

## Triangles égaux

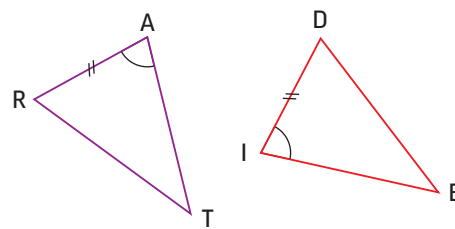
### Exercice 1

Les triangles ART et IDE sont égaux.

**Complétez** les égalités en utilisant les lettres de la figure, sans mesurer ni les angles, ni les longueurs.

**a**  $AR = ID$  ;  $RT = DE$  ;  $AT = IE$

**b**  $\widehat{A} = \widehat{I}$  ;  $\widehat{R} = \widehat{D}$  ;  $\widehat{T} = \widehat{E}$

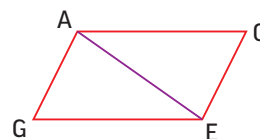


### Exercice 2

Le quadrilatère ACEG est un parallélogramme.

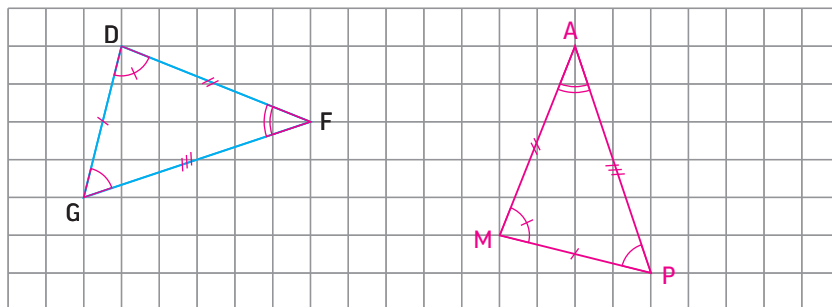
Les triangles ACE et AEG sont-ils égaux ? **Oui** Justifiez.

Les deux triangles ont le côté [AE] en commun.  $AC = GE$  et  $AG = CE$  comme côtés opposés du parallélogramme ACEG. Les triangles ACE et AEG ont leurs côtés égaux 2 à 2, ils sont égaux.



### Exercice 3

**a** **Construisez** un triangle AMP égal au triangle DFG. Vous pouvez vous aider du quadrillage.

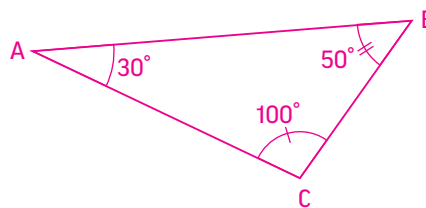
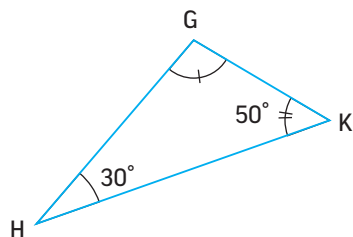


**b** **Mettez** le même symbole sur les côtés égaux des deux triangles. **Faites** de même pour les angles égaux.

## Triangles semblables

### Exercice 4

**a** **Construisez** un triangle ABC semblable au triangle HGK.



**b** **Indiquez** sur le dessin la mesure des angles du triangle ABC.

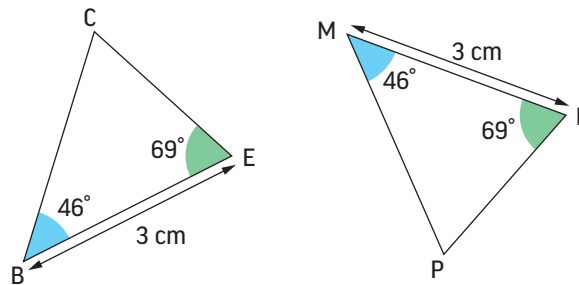
## Je vais plus loin



## Exercice 5

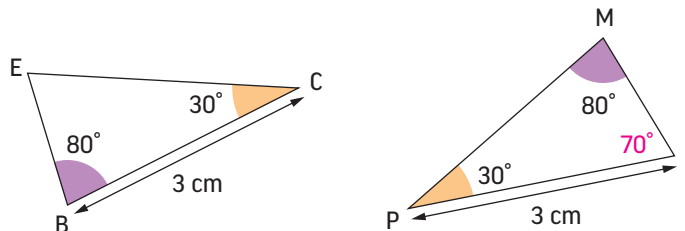
Dites si les triangles BCE et LMP sont égaux. Justifiez.

a



Les triangles BCE et LMP ont un côté de même mesure compris entre deux angles respectivement égaux. D'après la propriété 1 de la page 144, ils sont égaux.

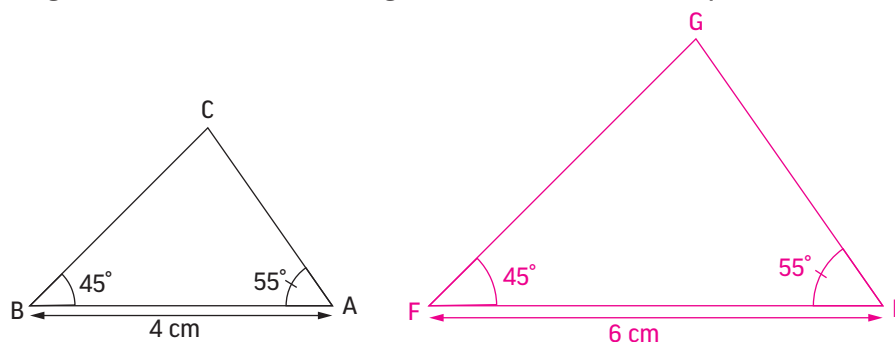
b



Dans le triangle BCE, les angles adjacents au côté de 3 cm mesurent 80° et 30°, alors que dans le triangle LMP, ils mesurent 70° et 30°. Les triangles BCE et LMP ne sont donc pas égaux.

## Exercice 6

Construisez un triangle EFG semblable au triangle ABC ci-dessous et tel que  $\widehat{E} = \widehat{A}$ ,  $\widehat{G} = \widehat{C}$  et  $EF = 6$  cm.



## Exercice 7

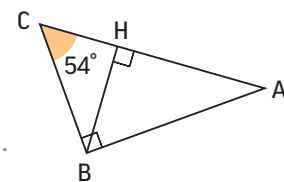
Le triangle ABC est rectangle en B. (BH) est la hauteur issue de B.

Montrez que les triangles ABC et BCH sont semblables.

Triangle ABC :  $\widehat{ABC} = 90^\circ$  ;  $\widehat{ACB} = 54^\circ$  ;  $\widehat{BAC} = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$

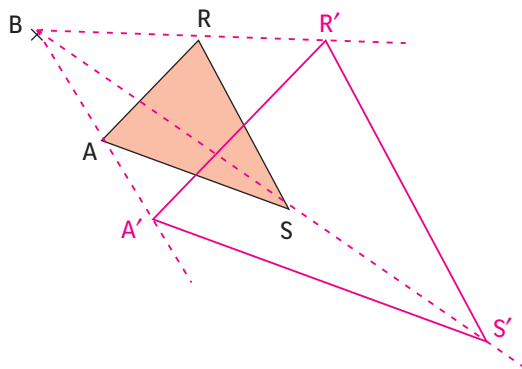
Triangle BCH :  $\widehat{BHC} = 90^\circ$  ;  $\widehat{HCB} = 54^\circ$  ;  $\widehat{HBC} = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$

Les triangles ABC et BCH ont leurs angles deux à deux égaux. Ils sont donc semblables.



## Exercice 8

**Construisez** l'image du triangle RAS par l'homothétie de centre B et de rapport 1,8.  
Laissez les traits de construction.



## Exercice 9

**a** Tracez un triangle EDF rectangle en D et tel que  $DE = 3$  cm et  $DF = 4$  cm.

**b** Calculez, en cm, le périmètre du triangle EDF.

$$\text{Périmètre} = DE + DF + EF = 3 + 4 + EF$$

D'après le théorème de Pythagore,

$$EF^2 = ED^2 + FD^2 = 3^2 + 4^2 = 25. \text{ D'où } EF = 5 \text{ cm.}$$

$$\text{Périmètre} = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ cm}$$

**c** Calculez, en  $\text{cm}^2$ , l'aire du triangle EDF.

$$\text{Aire du triangle EDF} = \frac{ED \times DF}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

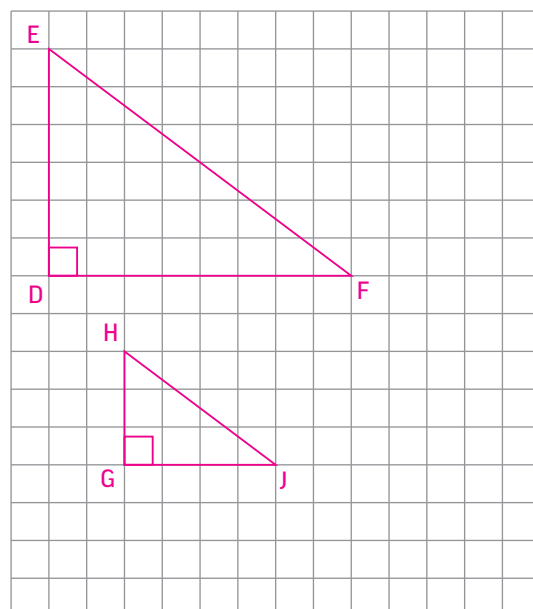
**d** Construisez, par la méthode de votre choix, un triangle GHJ qui soit une réduction du triangle EDF de rapport 0,5.

**e** Déduisez de la question b le périmètre du triangle GHJ.

$$\text{Périmètre du triangle GHJ} = 0,5 \times \text{périmètre du triangle EDF} = 0,5 \times 12 = 6 \text{ cm}$$

**f** Déduisez de la question d l'aire du triangle GHJ.

$$\text{Aire du triangle GHJ} = 0,5^2 \times \text{aire du triangle EDF} = 0,25 \times 6 = 1,5 \text{ cm}^2$$



## Exercice 10

PRISE d'initiative

Florine affirme : deux triangles équilatéraux sont toujours semblables.

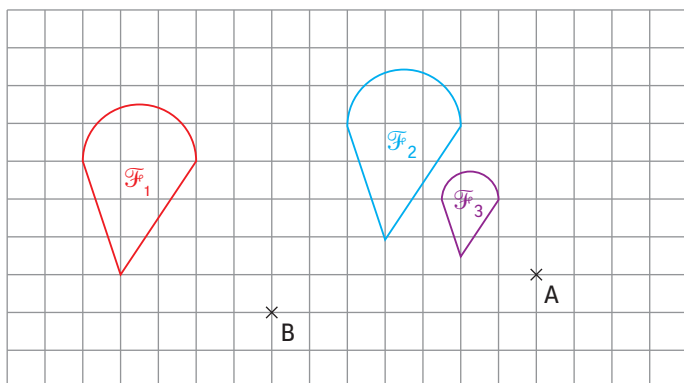
Samir dit : c'est vrai aussi pour deux triangles isocèles, ils sont toujours semblables.

Qui a tort ? Qui a raison ? **Justifiez** votre réponse.

Florine a raison et Samir a tort. Deux triangles équilatéraux sont toujours semblables car ils ont tous leurs angles égaux à  $60^\circ$ . Deux triangles isocèles ne sont pas toujours semblables car ils n'ont pas toujours leurs angles 2 à 2 égaux.



## Exercice 11



Si nécessaire, voir méthode 5 page 187 sur les translations et méthode 6 page 188 sur les rotations.

**a** La figure  $\mathcal{F}_2$  a été obtenue à partir de la figure  $\mathcal{F}_1$ .

**Cochez** le nom de la transformation qui a été appliquée à  $\mathcal{F}_1$ .

☐ Une homothétie de centre A.

☒ La translation de vecteur  $\overrightarrow{BA}$ .

☐ Une rotation de centre B.

**b** La figure  $\mathcal{F}_3$  a été obtenue à partir de la figure  $\mathcal{F}_2$ .

**Cochez** le nom de la transformation qui a été appliquée à  $\mathcal{F}_2$ .

☒ Une homothétie de centre A.

☐ La translation de vecteur  $\overrightarrow{BA}$ .

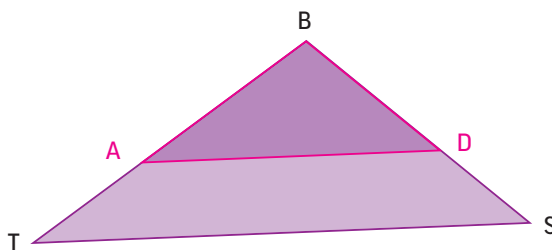
☐ Une rotation de centre B.

## Exercice 12

On considère le triangle BTS tel que  $BS = 3,8$  cm,  $BT = 4,6$  cm et  $ST = 6,6$  cm.

**Construisez** l'image du triangle BTS par l'homothétie de centre B et de rapport 0,6. On nomme A l'image de T et D l'image de S par cette homothétie.

**Indiquez** ci-dessous les calculs qui permettent de placer les points A et D.



Calcul de la longueur BA :  $BA = BT \times 0,6 = 4,6 \times 0,6 = 2,76 \text{ cm} \approx 2,8 \text{ cm}$  (arrondi au mm).

Calcul de la longueur BD :  $BD = BS \times 0,6 = 3,8 \times 0,6 = 2,28 \text{ cm} \approx 2,3 \text{ cm}$  (arrondi au mm).

## Exercice 13

PRISE d'initiative

Soit ABCD un parallélogramme, I le point d'intersection de ses diagonales. Une droite (d) passant par I coupe [AB] en E et [DC] en G. **Montrez** que les triangles IEA et IGC sont égaux.

$AI = IC$  car les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

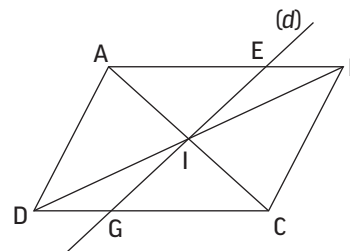
$\widehat{EAI} = \widehat{IGC}$  comme angles alternes-internes.

$\widehat{AIE} = \widehat{CIG}$  comme angles opposés par le sommet.

Les triangles IEA et IGC sont égaux car ils ont un côté de

même longueur compris entre deux angles respectivement

égaux.



$\widehat{AIE}$  et  $\widehat{CIG}$  sont des angles opposés par le sommet. Ils sont donc égaux.

## Exercice 14

Scratch



→ Ouvrez le fichier 10\_exo14.sb2.

**a** Exécutez le programme. On obtient le dessin de deux carrés de même centre.

**b** Donnez la mesure du côté de  $C_1$ , le carré le plus grand : 120...

**c** Pour le côté du carré  $C_2$ , le plus petit, l'écran affiche 108.  
Retrouvez ce résultat par le calcul.

$$120 \times 0,9 = 108$$

**d** Complétez la phrase.

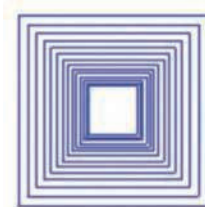
Le carré  $C_2$ ... est une réduction du carré  $C_1$ ... de coefficient 0,9.

**e** Modifiez le programme pour obtenir 14 carrés, chacun étant une réduction du précédent de coefficient 0,9. Voici la figure que vous devez obtenir.  
Pourquoi chaque carré est-il plus petit que le précédent ?

Le coefficient 0,9 est inférieur à 1, c'est pour cela qu'il y a réduction d'un carré à l'autre. Pour le corrigé, voir fichier 10\_exo14\_C.sb2.



Lisez attentivement le script pour répondre aux questions b et c.



## Exercice 15

Scratch



→ Ouvrez le fichier 10\_exo15.sb2.

**a** Exécutez le programme.

Les triangles rouges et bleus dessinés à l'écran sont des triangles équilatéraux.

**b** Complétez par « égaux » ou « semblables ».

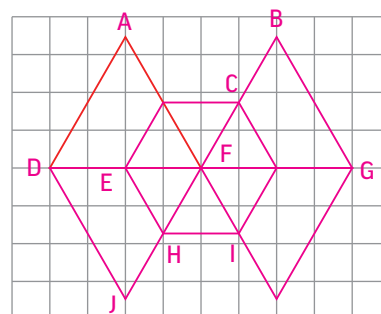
- Deux triangles rouges sont égaux.
- Deux triangles bleus sont égaux.
- Un triangle rouge et un triangle bleu sont semblables.

**c** Reproduisez sur le quadrillage le dessin obtenu à l'écran.

Nommez quelques points de la figure afin de répondre à la question d.

**d** Complétez en utilisant des points de la figure.

- Le triangle BFG est l'image du triangle ADF par la translation de vecteur  $\overrightarrow{DF}$ .
- Le triangle FHI est l'image du triangle FEH par la rotation de centre F et d'angle  $+60^\circ$ .
- Le triangle FDJ est l'image du triangle FEH par l'homothétie de centre F et de rapport 2.



Nom : .....

Prénom : .....

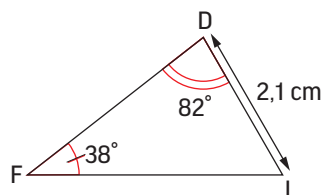
Date : ..... Classe : .....



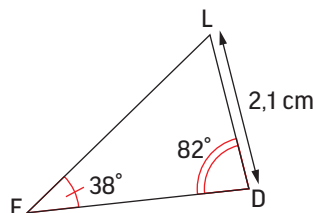
## Exercice 1

Audrey, Harry et Maïna ont chacun construit un triangle DFL tel que  $DL = 2,1$  cm,  $\widehat{F} = 38^\circ$  et  $\widehat{D} = 82^\circ$ .

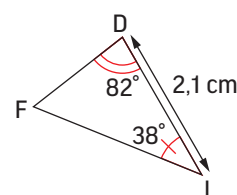
Dessin d'Audrey



Dessin d'Harry



Dessin de Maïna



**a** Un des trois dessins est faux. Lequel ? Le dessin de Maïna.

Justifiez. L'angle  $\widehat{F}$  n'est pas égal à  $38^\circ$ .

**b** Les deux autres triangles sont-ils égaux ? ☒ Oui. ☐ Non.

Justifiez.

$\widehat{D} = \widehat{L} = 180^\circ - 82^\circ - 38^\circ = 60^\circ$ . Les deux triangles des dessins d'Audrey et Harry ont donc un côté de même longueur compris entre deux angles respectivement égaux. Par conséquent, ils sont égaux.

## Exercice 2

Les triangles ARC et TLM sont isocèles.

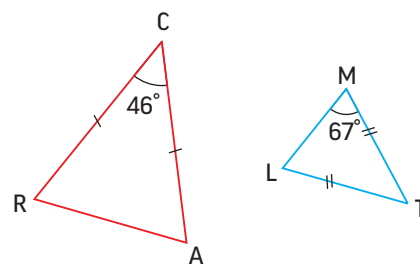
Ces deux triangles sont-ils des triangles semblables ? Oui.

Justifiez.

$$\widehat{R} = \widehat{A} = (180 - 46) \div 2 = 67^\circ$$

$$\widehat{L} = 67^\circ ; \widehat{T} = 180 - 2 \times 67 = 46^\circ$$

Les triangles ARC et TLM ont leurs angles égaux 2 à 2. Ils sont donc semblables.



## Exercice 3

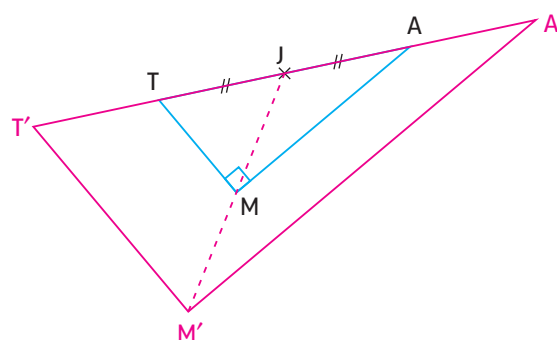
Le triangle MAT est rectangle en M.

On note J le milieu du segment [AT].

**a** Construisez l'image  $M'A'T'$  du triangle MAT par l'homothétie de centre J et de rapport 2. Laissez les traits de construction.

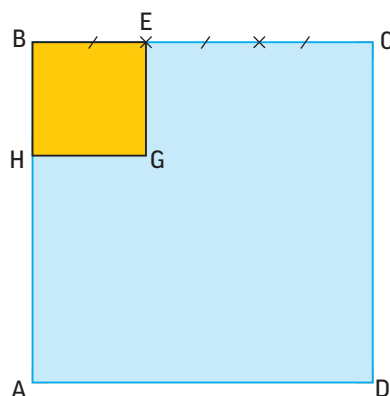
**b** Barrez les réponses fausses.

Le triangle MAT est ☒ un agrandissement ☐ une réduction  
du triangle  $M'A'T'$  de rapport ☐ 2 ☒ 0,8 ☐ 0,5.



### Exercice 4

Sur la figure ci-dessous, les quadrilatères BCDA et BEGH sont des carrés. Les points B, E, C sont alignés.



**a** Le carré BCDA est l'image du carré BEGH par une homothétie. Précisez le centre et le rapport de cette homothétie en cochant la réponse exacte.

- ☐ Centre D, rapport  $\frac{2}{3}$ 
☐ Centre B, rapport  $\frac{1}{3}$   
☐ Centre G, rapport  $\frac{2}{3}$ 
☒ Centre B, rapport 3

**b** L'aire du carré ABCD est égale à  $900 \text{ m}^2$ .  
Calculez la mesure du côté BE.

Faites apparaître la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte même si le travail n'est pas complètement abouti.

Aire du carré BCDA =  $3^2 \times$  aire du carré BEGH

Aire du carré BEGH =  $900 \div 9 = 100 \text{ m}^2$

BE = côté du carré BEGH =  $\sqrt{100} = 10 \text{ m}$

Il y a d'autres méthodes de résolution.

## GRILLE d'évaluation Chapitre 10 : Triangles égaux – Triangles semblables

Compétences travaillées	Connaissances et compétences associées	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
<b>Chercher</b>	• Essayer, tester plusieurs pistes de résolution.	4b			
<b>Modéliser</b>	• Reconnaître un agrandissement ou une réduction. • Donner les éléments caractéristiques d'une homothétie.	3b			
		4a			
<b>Raisonner</b>	• Comparer des triangles.  • Justifier un résultat.	1a			
		2			
		1a			
		1b			
		2			
<b>Calculer</b>	• Calculer la mesure du côté d'un carré.	4b			
<b>Représenter</b>	• Tracer l'image d'un triangle par une homothétie.	3a			
<b>Communiquer</b>	• Expliquer par écrit la démarche utilisée.	4b			

# Volumes de solides usuels

## Question FLASH

→ Complétez :

$$12 \text{ m}^3 = 12\,000 \text{ dm}^3; \quad 1,2 \text{ L} = 1\,200 \text{ cm}^3; \quad 0,014 \text{ dm}^3 = 1,4 \text{ cL}$$

Méthode 2 page 184

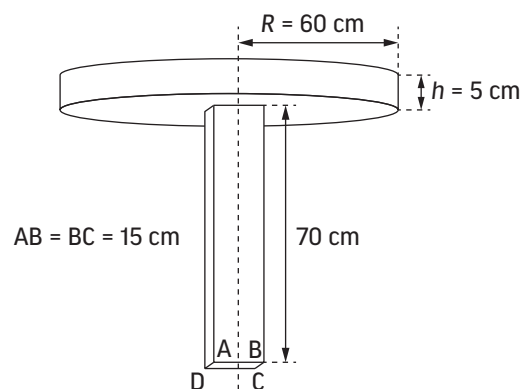
## ACTIVITÉ 1 Calculer le volume d'un solide

Sur une aire de pique-nique, on souhaite installer une table en béton représentée ci-contre.

Le pied de la table est un parallélépipède rectangle. Sa base ABCD est un carré. Le plateau de la table est un cylindre de rayon  $R$  et de hauteur  $h$ .

Les ouvriers chargés de la construction de la table ont prévu  $100 \text{ dm}^3$  de béton.

**But de l'activité :** déterminer si le volume de béton prévu est suffisant.



**a** Calculez, en  $\text{cm}^3$ , le volume du pied de la table.

$$15 \times 15 \times 70 = 15\,750 \text{ cm}^3$$

**b** Calculez, en  $\text{cm}^3$ , le volume du plateau de la table. Arrondissez le résultat à l'unité.

$$\pi \times 60^2 \times 5 \approx 56\,549 \text{ cm}^3$$

**c** Calculez, en  $\text{dm}^3$ , le volume total de béton nécessaire à la fabrication de la table.

$$15\,750 + 56\,549 = 72\,299 \text{ cm}^3 = 72,299 \text{ dm}^3$$

**d** Le volume de béton prévu est-il suffisant ? Justifiez.

$$\text{Oui, car } 72,299 \text{ dm}^3 < 100 \text{ dm}^3$$



Utilisez les formules données dans la partie Je fais le point.

## Je fais LE POINT

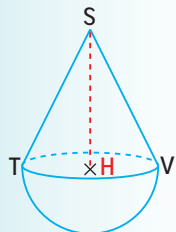
Dans les formules suivantes,  $V$  désigne le volume du solide.

Solide	Formule	Exemple
<b>Parallélépipède rectangle</b> 	$V = L \times \ell \times h$	Le volume d'un parallélépipède rectangle de dimensions 10 m, 7 m et 5 m est : $10 \times 7 \times 5 = 350 \text{ m}^3$ .
<b>Cylindre</b> 	$V = \pi R^2 \times h$	Le volume d'un cylindre dont le rayon de la base mesure 14 mm et la hauteur 6 mm est : $\pi \times 14^2 \times 6 = 1\,176\pi \text{ mm}^3 \approx 3\,695 \text{ mm}^3$ .

## ACTIVITÉ 2 Comparer des volumes

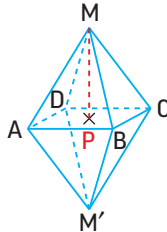
Dans une boutique de bijouterie fantaisie, Audrey hésite entre deux paires de boucles d'oreille en ambre (résine fossile). Elle les souhaite les plus légères possibles. Les boucles « Goutte d'or » sont constituées d'une demi-boule et d'un cône de même rayon. Les boucles « Égypte » sont formées de deux pyramides identiques accolées par leur base.

Boucle Goutte d'or



[SH] est la hauteur du cône.  
SH = 2 cm  
TV = 2 cm

Boucle Égypte



ABCD est un carré.  
[MP] est la hauteur de la pyramide MABCD.  
AB = 2 cm  
MP = 2 cm



**But de l'activité :** déterminer quelles sont les boucles les plus légères.

**a** Calculez, en  $\text{cm}^3$ , le volume du cône. Arrondissez au dixième.

Rayon =  $2 \div 2 = 1 \text{ cm}$ . Volume du cône =  $\pi \times 1^2 \times 2 \div 3 \approx 2,1 \text{ cm}^3$

**b** Calculez, en  $\text{cm}^3$ , le volume de la demi-boule. Arrondissez au dixième.

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 1^3 \approx 2,1 \text{ cm}^3$$

**c** Calculez le volume d'une boucle Goutte d'or.  $2,1 + 2,1 = 4,2 \text{ cm}^3$

**d** Calculez le volume d'une boucle Égypte. Détaillez votre calcul.

$$2 \times (2^2 \times 2 \div 3) \approx 5,3 \text{ cm}^3$$

**e** Quel sera le choix d'Audrey ? Justifiez.

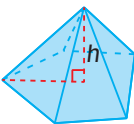
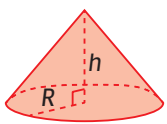

$4,2 \text{ cm}^3 < 5,3 \text{ cm}^3$ . Les boucles Goutte d'or sont donc les plus légères. Ce sera le choix d'Audrey.



Les boucles dont le volume est le plus petit sont les plus légères.

### Je fais LE POINT

V désigne le volume du solide dans les formules suivantes.

Solide	Formule	Exemple
<b>Pyramide</b> 	$\mathcal{B}$ est l'aire de la base. $V = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$	Le volume d'une pyramide dont l'aire de la base mesure $49 \text{ m}^2$ et de hauteur $9 \text{ m}$ est : $\frac{1}{3} \times 49 \times 9 = 147 \text{ m}^3.$
<b>Cône de révolution</b> 	$V = \frac{1}{3} \times \pi R^2 \times h$	Le volume d'un cône de révolution dont le rayon de la base mesure $14 \text{ mm}$ et la hauteur $6 \text{ mm}$ est : $\frac{1}{3} \times \pi \times 14^2 \times 6 = 392\pi \text{ mm}^3 \approx 1\,232 \text{ mm}^3.$
<b>Boule</b> 	$V = \frac{4}{3} \times \pi R^3$	Le volume d'une boule de rayon $1,2 \text{ cm}$ est : $\frac{4}{3} \times \pi \times 1,2^3 \approx 7,2 \text{ cm}^3.$

# Calculs de mesures dans l'espace

## Question FLASH

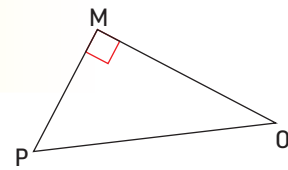
→ Le triangle OMP est rectangle en M. **Cochez** la réponse exacte.

☐  $OM^2 = OP^2 + MP^2$

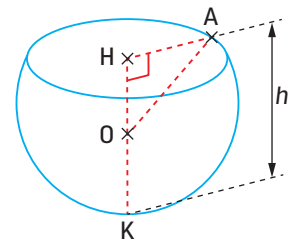
☒  $OM^2 = OP^2 - MP^2$

☐  $OP^2 = MP^2 - OM^2$

Fiche 25 si nécessaire



Une calotte sphérique est un solide obtenu en sectionnant une sphère par un plan.



## ACTIVITÉ 1 Calculer une longueur

Un aquarium, représenté ci-contre, a la forme d'une calotte sphérique de centre O et de rayon 18 cm. L'ouverture de l'aquarium est délimitée par le cercle de centre H et de rayon 15 cm.

Pour que l'aquarium puisse être posé sur l'étagère d'un meuble sur un socle adapté, sa hauteur totale ne doit pas dépasser 25 cm.

**But de l'activité : déterminer si on peut poser l'aquarium sur l'étagère.**

**a** Cochez la réponse exacte.

Le triangle AOH est rectangle : ☐ en A ☐ en O ☒ en H.

**b** Complétez à l'aide des données de l'énoncé.

OA = 18 cm ; AH = 15 cm.

**c** Calculez OH. Arrondissez à l'unité.

D'après le théorème de Pythagore,  $OH^2 = OA^2 - AH^2 = 99$  ;  $OH = \sqrt{99} \approx 10$  cm

**d** Calculez la hauteur totale de l'aquarium.

$HK = 10 + 18 = 28$  cm

**e** Peut-on poser l'aquarium sur l'étagère ?

$28 \text{ cm} > 25 \text{ cm}$ . On ne peut pas poser l'aquarium sur l'étagère.

## Je fais LE POINT

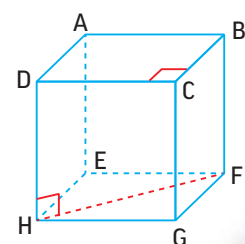
- En géométrie dans l'espace, on peut appliquer certaines propriétés de géométrie plane, le **théorème de Pythagore** par exemple, à condition de s'assurer de l'existence d'un triangle rectangle.
- La représentation d'un solide en **perspective cavalière** déforme les angles droits. Il faut donc bien analyser la figure pour les reconnaître.

Exemple

ABCDEFGH est un cube.

L'angle  $\widehat{BCD}$  est un angle droit car la face ABCD est un carré.

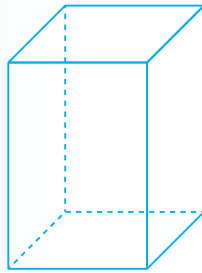
L'angle  $\widehat{DHF}$  est un angle droit car la droite (DH) est perpendiculaire à la face EFGH ; elle est donc perpendiculaire à (HF).



## ACTIVITÉ 2 Calculer une aire

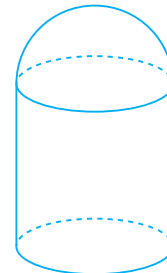
Une commune veut renouveler ses conteneurs à déchets. Elle doit choisir entre deux modèles, A ou B. Les deux modèles sont fabriqués dans le même matériau qui a partout la même épaisseur.

Conteneur A



Le conteneur A est un pavé droit à base carrée de côté 1 m et de hauteur 2 m.

Conteneur B



Le conteneur B est constitué d'une demi-sphère de rayon 0,64 m et d'un cylindre de même rayon et de hauteur 1,13 m.

Les conteneurs sont complètement fermés. La commune veut savoir quel est le modèle le plus économique à fabriquer, en considérant que c'est celui dont l'aire totale est la plus petite.

**But de l'activité :** déterminer le modèle le plus économique à fabriquer.

**a Vérifiez** que les deux conteneurs ont pratiquement le même volume (en vous aidant de *Je fais le point*).

$$V_A = 1 \times 1 \times 2 = 2 \text{ m}^3$$

$$V_B = \pi \times 0,64^2 \times 1,13 + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 0,64^3 \approx 2,003 \text{ m}^3$$

**b Calculez** l'aire totale des six faces du conteneur A.

$$2 \times (1 \times 1) + 4 \times (1 \times 2) = 10 \text{ m}^2$$

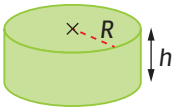
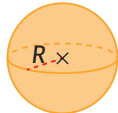
**c Montrez** que, pour le conteneur B, l'aire totale est 8,4 m<sup>2</sup> (valeur arrondie au dixième).

$$2 \times \pi \times 0,64 \times 1,13 + \pi \times 0,64^2 + \frac{1}{2} \times 4 \times \pi \times 0,64^2 \approx 4,54 + 1,29 + 2,57 \approx 8,4 \text{ m}^2$$

**d Quel** est le conteneur le plus économique à fabriquer ? **Justifiez.**

C'est le conteneur B car  $8,4 \text{ m}^2 < 10 \text{ m}^2$ .

### Je fais LE POINT

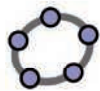
Solide	Formule	Exemple
<b>Cylindre de révolution</b> 	Aire latérale = $2\pi R \times h$ Aire d'une base = $\pi R^2$ Aire totale = $2\pi R \times h + 2\pi R^2$	L'aire latérale d'un cylindre de rayon 6 m et de hauteur 5 m est : $2\pi \times 6 \times 5 = 60\pi \text{ m}^2 \approx 188,5 \text{ m}^2$ .
<b>Sphère</b> 	Aire = $4\pi R^2$	L'aire d'une sphère de rayon 7 cm est : $4\pi \times 7^2 = 196\pi \text{ cm}^2 \approx 615,7 \text{ cm}^2$ .



# Agrandissement et réduction de solides

## ACTIVITÉ

1



## Agrandir et réduire un cube



→ Ouvrez le fichier 11\_cube.ggb

Le cube rose représenté à l'écran est un cube d'arête 2 cm.

Le déplacement du curseur situé en bas de l'écran permet d'obtenir un autre cube, de couleur verte, qui est un agrandissement ou une réduction du cube rose.

Le nombre  $k$  donné par le curseur est le **coefficient d'agrandissement ou de réduction** du cube rose.



**But de l'activité :** déterminer l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur l'aire totale et le volume d'un cube.

**a** Donnez différentes valeurs au nombre  $k$  en déplaçant le curseur. **Cochez** les réponses exactes.

- Si  $k > 1$ , le cube vert est : ☐ plus petit ☒ plus grand que le cube rose.
- Le cube vert est alors : ☐ une réduction ☒ un agrandissement du cube rose.
- Si  $0 < k < 1$ , le cube vert est : ☒ plus petit ☐ plus grand que le cube rose.
- Le cube vert est alors : ☒ une réduction ☐ un agrandissement du cube rose.

**b** Faites varier  $k$  avec le curseur. **Cochez** les réponses exactes en observant les valeurs obtenues dans le tableau à l'écran.

	Pour $k = 1,8$	Pour $k = 0,7$
$\frac{\text{aire du cube vert}}{\text{aire du cube rose}} =$	<input type="checkbox"/> 1,8 <input checked="" type="checkbox"/> $1,8^2$ <input type="checkbox"/> $1,8^3$	<input type="checkbox"/> 0,7 <input checked="" type="checkbox"/> $0,7^2$ <input type="checkbox"/> $0,7^3$
$\frac{\text{volume du cube vert}}{\text{volume du cube rose}} =$	<input type="checkbox"/> 1,8 <input type="checkbox"/> $1,8^2$ <input checked="" type="checkbox"/> $1,8^3$	<input type="checkbox"/> 0,7 <input type="checkbox"/> $0,7^2$ <input checked="" type="checkbox"/> $0,7^3$

Pour le corrigé, voir fichier 11\_cube\_C.ggb.

## Je fais LE POINT

- Si toutes les dimensions d'un solide sont multipliées par un même nombre  $k$  positif, alors l'aire du solide est multipliée par  $k^2$  et le volume du solide est multiplié par  $k^3$ .
- Si  $0 < k < 1$ , on a une **réduction** du solide ; si  $k > 1$ , on a un **agrandissement** du solide.

### Exemple

Agrandissement de coefficient 1,3 et réduction de coefficient 0,8 d'un parallélépipède rectangle

Dimensions multipliées par 0,8

Dimensions multipliées par 1,3



Aire de la face avant =  $6 \times 0,8^2 = 3,84 \text{ m}^2$   
Volume =  $42 \times 0,8^3 = 21,504 \text{ m}^3$

Aire de la face avant =  $6 \text{ m}^2$   
Volume =  $42 \text{ m}^3$

Aire de la face avant =  $6 \times 1,3^2 = 10,14 \text{ m}^2$   
Volume =  $42 \times 1,3^3 = 92,274 \text{ m}^3$

## ACTIVITÉ

2



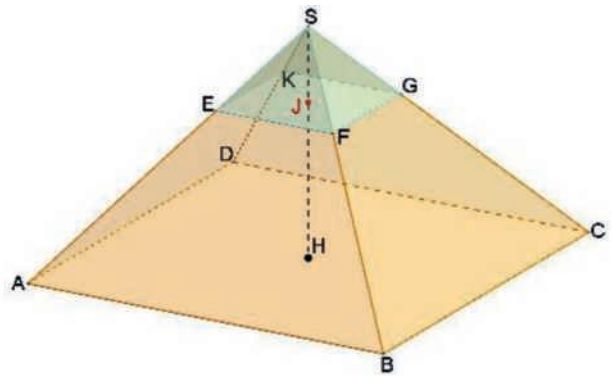
## Couper une pyramide

La pyramide SABCD de sommet S, de base carrée ABCD, représente une boîte de chocolats. [SH] est sa hauteur. Le point noté J est un point du segment [SH].

On coupe la pyramide par le plan parallèle à sa base et qui passe par le point J. La petite pyramide obtenue, SEFGK, représente le couvercle de la boîte. Le volume de ce couvercle est 8 fois plus petit que celui de la boîte.

On donne  $AB = 30 \text{ cm}$  ;  $SH = 18 \text{ cm}$ .

**But de l'activité :** calculer la hauteur du couvercle et les dimensions de sa base.



→ Ouvrez le fichier 11\_pyramide.ggb.

**a** Retrouvez par le calcul le résultat donné à l'écran : volume pyramide SABCD =  $5\,400 \text{ cm}^3$

$$\frac{1}{3} \times 30^2 \times 18 = 5\,400 \text{ cm}^3$$

**b** Déduisez-en le volume du couvercle.

$$5\,400 \div 8 = 675 \text{ cm}^3$$

**c** Déplacez le point J sur le segment [SH] à l'aide du curseur h jusqu'à obtenir à l'écran :

$$\text{volume pyramide SEFGK} = 675 \text{ cm}^3.$$

**d** relevez alors la mesure de SJ :  $SJ = 9 \text{ cm}$ . Pour le corrigé, voir fichier 11\_pyramide\_C.ggb

**e** Complétez.

La pyramide SEFGH est une réduction de la pyramide SABCD de coefficient  $\frac{SJ}{SH} = \frac{9}{18} = 0.5$

**f** Cochez la réponse exacte.

La base de la pyramide SEFGK est : ☐ un hexagone ☒ un carré ☐ un triangle isocèle.

**g** Calculez FG en utilisant le résultat de la question e.

$$FG = 0.5 \times BC = 0.5 \times 30 = 15 \text{ cm}$$

**h** Complétez.

Le couvercle de la boîte est une pyramide de hauteur 9 cm, dont la base est un carré dont le côté mesure 15 cm.

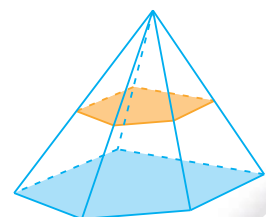
Je fais

LE POINT

● Lorsqu'on coupe une pyramide par un plan parallèle à sa base, on obtient une nouvelle pyramide. Les deux pyramides ont des bases de même nature (deux triangles, ou deux carrés, etc.).

Exemple

On sectionne la pyramide bleue par un plan parallèle à sa base. On obtient une pyramide qui est une réduction de la première. Les deux pyramides ont pour base un pentagone.



## Je m'entraîne



QCM

# qcm

Un autre QCM en ligne

foucherconnect.fr/maths323

Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. Le volume d'un parallélépipède rectangle de dimensions 3 m, 3,5 m et 4 m est :

☐ 14 m<sup>3</sup>☐ 21 m<sup>3</sup>☒ 42 m<sup>3</sup>

b. Le volume  $V$  d'un cube d'arête  $a$  est donné par la formule :

☒  $V = a^3$ ☐  $V = 6a^2$ ☐  $V = 6a^3$ 

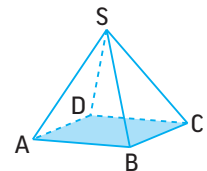
c. Le volume exact, en cm<sup>3</sup>, d'une boule de rayon 3 cm est :

☐  $27\pi$ ☐  $32\pi$ ☒  $36\pi$ 

d. Le volume d'un cube est 180 cm<sup>3</sup>. Si on divise par 2 son arête, son volume est égal à :

☒ 22,5 cm<sup>3</sup>☐ 45 cm<sup>3</sup>☐ 90 cm<sup>3</sup>

e. Le dessin ci-contre représente en perspective une pyramide à base carrée de sommet  $S$ . Quelle est la nature du triangle  $ABC$  ?

☐ ni rectangle, ni isocèle☒ rectangle et isocèle☐ isocèle mais non rectangle

## Vrai - Faux

Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations et justifiez votre choix.

a. On triple le rayon d'une boule.

**Affirmation:** son volume est alors triplé.

☐ Vrai☒ Faux

Le volume de la boule est multiplié par 3<sup>3</sup>, donc par 27.

b. Un cône de révolution a la même base et la même hauteur qu'un cylindre. Le volume de ce cylindre est 18 cm<sup>3</sup>.

**Affirmation:** le volume du cône de révolution est 6 cm<sup>3</sup>.

☒ Vrai☐ Faux

Le volume d'un cône est le tiers du volume d'un cylindre de même rayon de base et de même hauteur.

Donc volume du cône =  $18 \div 3 = 6$  cm<sup>3</sup>.

c. Les dimensions d'un récipient parallélépipédique vide sont : longueur 20 cm, largeur 15 cm, hauteur 25 cm. On verse 6 000 cm<sup>3</sup> d'eau dans ce récipient.

**Affirmation:** on obtient une hauteur d'eau de 2 cm.

☐ Vrai☒ Faux

Aire de la base du parallélépipède rectangle :  $20 \times 15 = 300$  cm<sup>2</sup>

Hauteur d'eau :  $6\,000 \div 300 = 20$  cm



### Exercice 1

Le jardin de Dorothée a une aire de  $240 \text{ m}^2$ . Le pluviomètre placé dans le jardin indique qu'il est tombé  $45 \text{ mm}$  de pluie au cours d'un gros orage.

**Calculez**, en mètres cubes, puis en litres, le volume d'eau tombé sur le jardin de Dorothée.

$$45 \text{ mm} = 0,045 \text{ m} ; 240 \times 0,045 = 10,8 \text{ m}^3 = 10\,800 \text{ litres}$$

### Exercice 2

Le Comté est un fromage fabriqué en Franche-Comté sous forme de meule.

Une meule complète est un cylindre de diamètre  $63 \text{ cm}$  et de hauteur  $15 \text{ cm}$ .

**a** **Calculez**, en  $\text{cm}^3$ , le volume d'une meule complète. **Arrondissez** à l'unité.

$$\text{Rayon} = 31,5 \text{ cm} ; \text{volume} = \pi \times 31,5^2 \times 15 \approx 46\,759 \text{ cm}^3$$

**b** **Calculez**, en  $\text{kg}$ , la masse d'une meule complète sachant que la masse volumique du Comté est de  $898,5 \text{ kg/m}^3$ . **Arrondissez** à l'unité.

$$\text{Volume} = 0,046759 \text{ m}^3 ; \text{masse} = 898,5 \times 0,046759 \approx 42 \text{ kg}$$



### Exercice 3

Un tas de sel a la forme d'un cône de révolution.

Ce cône est représenté ci-contre en perspective cavalière, le point  $H$  est le centre du disque de base,  $[SH]$  est la hauteur du cône. Le rayon de la base mesure  $5 \text{ m}$  et le segment  $[SA]$   $7 \text{ m}$ .

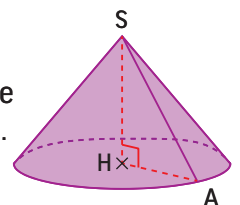
**a** **Calculez**, en  $\text{cm}$ , la hauteur  $SH$  du tas de sel. **Arrondissez** au dixième.

Le triangle  $SHA$  est rectangle en  $H$ . On applique le théorème de Pythagore.

$$SH^2 = 7^2 - 5^2 = 24 ; SH = \sqrt{24} \approx 4,9 \text{ m}$$

**b** **Calculez**, en  $\text{cm}^3$ , le volume du tas de sel. **Arrondissez** au dixième.

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 4,9 \approx 128,3 \text{ m}^3$$



### Exercice 4

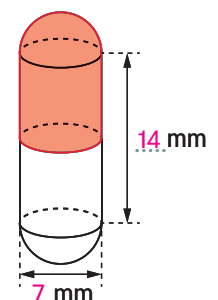
Un laboratoire pharmaceutique produit des gélules de paracétamol.

Une gélule est constituée de deux demi-sphères de  $7 \text{ mm}$  de diamètre et d'un cylindre de hauteur  $14 \text{ mm}$ .

**a** **Indiquez** sur le schéma les dimensions données dans l'énoncé.

**b** **Calculez** le volume d'une gélule. Vous arrondirez le résultat au millimètre cube.

$$\pi \times 3,5^2 \times 14 + \frac{4}{3} \times \pi \times 3,5^3 \approx 718 \text{ mm}^3$$



## Je vais plus loin

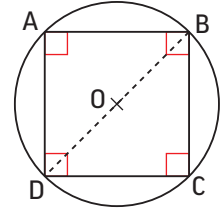


## Exercice 5

La base au sol de la tour Eiffel est un carré ABCD de côté 125 m. Sa hauteur, sans antenne, est environ 315 m.

Gustave Eiffel affirmait que la masse totale de la tour était inférieure à la masse d'air contenu dans un cylindre qui enfermerait complètement la tour. La masse de  $1 \text{ m}^3$  d'air est 1,3 kg.

La masse de la tour Eiffel est estimée à 10 000 tonnes.



**a** Calculez, en mètres, à l'aide du théorème de Pythagore, la longueur BD. Arrondissez à l'unité.

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABD rectangle en A.

$$BD^2 = 2 \times 125^2 = 31\,250 ; BD = \sqrt{31\,250} \approx 177 \text{ m}$$

**b** Calculez, en m, la longueur OB.

$$OB = BD \div 2 = 88,5 \text{ m}$$

**c** Calculez le volume, en  $\text{m}^3$ , du cylindre de rayon OB et de hauteur 315 m. Arrondissez à l'unité.

$$\pi \times 88,5^2 \times 315 \approx 7\,750\,808 \text{ m}^3$$

**d** Calculez, en kilogrammes, puis en tonnes, la masse d'air contenu dans ce cylindre.

$$1,3 \times 7\,750\,808 \approx 10\,076\,050 \text{ kg} \approx 10\,076 \text{ tonnes}$$

**e** L'affirmation de Gustave Eiffel est-elle exacte ? ☒ Oui ☐ Non

Justifiez.  $10\,000 \text{ t} < 10\,076 \text{ t}$ . Donc Gustave Eiffel avait raison.

## Exercice 6

PRISE d'initiative

Le coffre d'une voiture ne peut pas toujours être assimilé à un volume usuel.

Pour mesurer le volume intérieur du coffre, on le remplit alors de boules de polystyrène, puis on mesure la masse de polystyrène injectée. On néglige les espaces entre les boules.

Chaque boule a un diamètre de 0,5 cm. La masse volumique du polystyrène est  $1,8 \text{ kg/m}^3$ .

On a utilisé 0,55 kg de polystyrène pour remplir le coffre d'une voiture.

Calculez le volume intérieur du coffre et le nombre de boules utilisées.



$$\text{Volume du coffre} : 0,55 \div 1,8 \approx 0,3056 \text{ m}^3 = 3,056 \times 10^5 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume d'une boule} : \frac{4}{3} \times \pi \times 0,25^3 \approx 0,06545 \text{ cm}^3 = 6,545 \times 10^{-2} \text{ cm}^3$$

$$\text{Nombre de boules} : (3,056 \times 10^5) \div (6,545 \times 10^{-2}) \approx 4\,669\,213 \text{ boules, soit environ 4,7 millions de boules.}$$

## Exercice 7

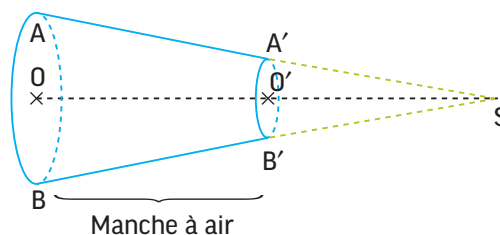
Sur l'altiport (aérodrome d'altitude) d'une station de ski se trouve une manche à air qui permet de vérifier la direction et la puissance du vent.

Quand il y a du vent, cette manche à air a la forme d'un tronc de cône de révolution. Il est obtenu à partir d'un cône auquel on enlève la partie vers le sommet, après section par un plan parallèle à la base.

On donne :  $AB = 60$  cm ;  $A'B' = 30$  cm ;  $BB' = 240$  cm.

O est le centre du disque de la base du grand cône de sommet S.

O', milieu de [OS], est le centre de la section de ce cône par un plan parallèle à la base. B' appartient au segment [SB] et A' appartient au segment [SA].



**a** Montrez que la longueur SB est égale à 480 cm.

Les deux disques sont dans des plans parallèles et O' est le milieu

de [SO]. Donc le petit cône est la réduction de coefficient 0,5 du grand cône.

On en conclut que B' est le milieu de [SB]. On a donc :  $SB = 2 \times BB' = 2 \times 240 = 480$  cm.

**b** Calculez la longueur SO. Arrondissez le résultat au cm.

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle SOB rectangle en O.

$$SO^2 = SB^2 - OB^2 = 480^2 - 30^2 = 229\,500 ; SO \approx 479 \text{ cm}$$

**c** Calculez, en  $\text{dm}^3$ , le volume d'air qui se trouve dans la manche à air. Arrondissez à l'unité.

$$\text{Volume du grand cône} : \frac{1}{3} \times \pi \times 30^2 \times 479 \approx 451\,447 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume du petit cône} = \text{volume du grand cône} \times 0,5^3 \approx 56\,431 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume d'air dans la manche à air} : 451\,447 - 56\,431 = 395\,016 \text{ cm}^3 \approx 395 \text{ dm}^3$$

## Exercice 8

SCRATCH



→ Ouvrez le fichier 11\_boule.sb2.

**a** Lancez le programme en cliquant sur le drapeau vert.

Notez les résultats obtenus dans le tableau « Liste rayons » : 7 ; 8 ; 9 ; 10

**b** Voici deux énoncés d'exercice.

• **Énoncé 1** : le rayon d'une boule, exprimé en cm, est un nombre entier. Le volume de la boule doit être compris entre  $1\,000 \text{ cm}^3$  et  $5\,000 \text{ cm}^3$ . Donnez tous les rayons possibles.

• **Énoncé 2** : le rayon d'une boule, exprimé en cm, est un nombre entier. Le volume de la boule doit être inférieur à  $1\,000 \text{ cm}^3$  ou supérieur à  $5\,000 \text{ cm}^3$ . Donnez tous les rayons possibles.

Cochez lequel de ces énoncés correspond au programme Scratch du fichier.

☒ Énoncé 1. ☐ Énoncé 2.

**c** Complétez l'algorithme suivant qui correspond au programme Scratch du fichier.

```
Saisir R (nombre entier), saisir V
R prend la valeur 0, V prend la valeur 0
Tant que V < 5 000
  R prend la valeur R + 1
  V prend la valeur 4*3.14*R*R*R÷3
Si V > 1 000, afficher R
```



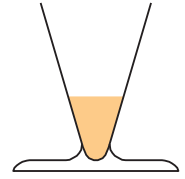
## Exercice 9

PRISE d'initiative

Un verre de forme conique est rempli au tiers de sa hauteur.

Le volume de liquide qu'il contient est-il égal au tiers du volume du verre ? Justifiez.

Faites apparaître la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte même si le travail n'est pas complètement abouti.



Non, le volume de liquide n'est pas égal au tiers du volume du verre. En effet, le liquide a la forme d'un cône qui est la réduction de coefficient  $\frac{1}{3}$  du cône formé par l'intérieur du verre. Le volume du liquide est égal à  $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$  du volume du verre.

## Exercice 10

PRISE d'initiative

Un tipi est une tente de forme conique qui était utilisée par certaines tribus amérindiennes d'Amérique du Nord.

Victor construit un petit tipi dans son jardin.

Le diamètre de la base mesure 1,80 m.

La hauteur du tipi doit être de 1,50 m.

Le point H, pied de la hauteur du cône, est le milieu de [AB].

Au moment de la construction du tipi, Victor s'interroge sur

la mesure à donner à l'angle au sommet du cône  $\widehat{ASB}$  pour que la hauteur du tipi soit de 1,50 m.

Calculez la mesure de l'angle  $\widehat{ASB}$ . Arrondissez au degré.

Dans le triangle ASH rectangle en H,

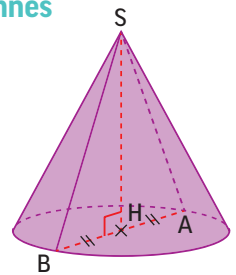
$$\text{on a } \tan \widehat{ASH} = \frac{AH}{SH} = \frac{0,9}{1,5} = 0,6$$

$$\text{D'où } \widehat{ASH} \approx 31^\circ$$

La droite (SH) est l'axe de symétrie du triangle isocèle ASB.

$$\text{Donc } \widehat{ASH} = \frac{1}{2} \times \widehat{ASB}$$

$$\text{On en conclut que } \widehat{ASB} = 2 \times 31 = 62^\circ$$



## Exercice 11

PRISE d'initiative

PRO Métiers du bois

Un tronc d'arbre a la forme d'un cylindre de 5 m de hauteur, dont la base est un disque de centre O et de 20 cm de rayon.

Dans ce tronc, Paulo taille une poutre parallélépipédique de 5 m de hauteur dont la base est un carré ABCD de centre O et de 40 cm de diagonale.

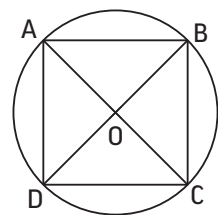
Calculez le pourcentage de bois qui n'a pas été utilisé.

$$\text{Volume du tronc : } \pi \times 0,2^2 \times 5 \approx 0,6283 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume de la poutre : } (0,4 \times 0,2) \times 5 = 0,4 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume de bois non utilisé : } 0,6283 - 0,4 = 0,2283 \text{ m}^3$$

$$\text{Pourcentage de bois non utilisé : } \frac{0,2283}{0,6283} \approx 0,363, \text{ soit } 36,3 \%$$



## Exercice 12

PRO

Métiers de la production

La tour Eiffel a une hauteur d'environ 300 m pour une masse d'environ 10 000 tonnes.

On veut fabriquer un modèle réduit de hauteur 1 m utilisant le même matériau.

**a Déterminez** le coefficient de réduction.

C'est  $\frac{1}{300}$

**b Déterminez** le coefficient qui permet de passer du volume de la tour Eiffel au volume du modèle réduit.

C'est  $\left(\frac{1}{300}\right)^3$  soit  $\frac{1}{27\,000\,000}$

**c Calculez**, en kg, la masse du modèle réduit.

Donnez une valeur arrondie au gramme.

1 tonne =  $10^3$  kg =  $10^6$  g

$10\,000\text{ t} = 1 \times 10^4 \times 10^3 = 10^7$  kg. Le coefficient de réduction est le même pour la masse que pour le volume, car le matériau est le même.

Masse du modèle réduit :  $10^7 \times \left(\frac{1}{300}\right)^3 \approx 0.37$  kg.



## Exercice 13

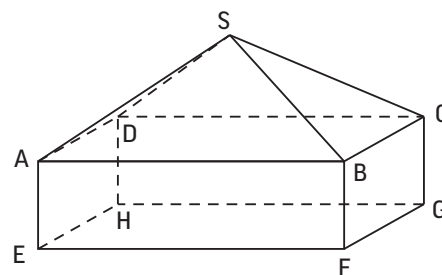
Le dessin ci-contre représente un solide.

Celui-ci se compose d'un parallélépipède rectangle ABCDEFGH surmonté d'une pyramide de base ABCD et de sommet S.

Les dimensions du parallélépipède rectangle sont :

AB = 32 cm ; BC = 22 cm ; AE = 5 cm.

La hauteur de la pyramide est 6 cm.



**a Calculez** le volume de ce solide.

Volume du parallélépipède rectangle :  $32 \times 22 \times 5 = 3\,520\text{ cm}^3$

Volume de la pyramide :  $\frac{1}{3} \times (32 \times 22) \times 6 = 1\,408\text{ cm}^3$

Volume du solide :  $3\,520 + 1\,408 = 4\,928\text{ cm}^3$

Le dessin précédent représente la maquette à l'échelle  $\frac{1}{50}$  d'une maison.

**b Calculez**, en m, la hauteur totale réelle de la maison.

$(5 + 6) \times 50 = 550\text{ cm} = 5.5\text{ m}$

**c Calculez**, en  $\text{m}^3$ , le volume réel de la maison.

$4\,928 \times 50^3 = 616\,000\,000\text{ cm}^3 = 616\text{ m}^3$

Nom : .....

Prénom : .....

Date : ..... Classe : .....



## Exercice 1

Une entreprise fabrique des saladiers ayant la forme d'une demi-sphère de rayon interne 12 cm.

**a** Vérifiez que, en  $\text{cm}^3$ , la valeur exacte du volume du saladier est  $1\,152\pi$ .

Rappel : volume  $V$  d'une sphère de rayon  $R$  :  $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$

Volume du saladier :  $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 12^3 \approx 1\,152\pi \text{ cm}^3$

**b** Alice a besoin de 1,5 litre de lait pour faire des crêpes.

Pourra-t-elle utiliser ce type de saladier pour les préparer ? **Oui**... Justifiez.

Rappel : 1 litre = 1 000  $\text{cm}^3$ .

Volume du saladier  $\approx 3\,619 \text{ cm}^3$ , soit environ 3,6 litres.

1,5 litre < 3,6 litres. Donc Alice peut utiliser ce saladier.



## Exercice 2

Un vase a la forme d'un parallélépipède rectangle dont les dimensions intérieures sont : longueur 10 cm, largeur 8 cm, hauteur 21 cm. On introduit dans le vase vide 200 billes de rayon 0,9 cm.

**a** Calculez, en  $\text{cm}^3$ , le volume intérieur du vase.

$10 \times 8 \times 21 = 1\,680 \text{ cm}^3$

**b** Calculez, en  $\text{cm}^3$ , le volume des 200 billes. Arrondissez à l'unité.

$\frac{4}{3} \times \pi \times 0,9^3 \times 200 \approx 611 \text{ cm}^3$

**c** Peut-on verser 1 litre d'eau dans le vase sans risquer le débordement ? **Oui**... Justifiez.

$1\,680 - 611 = 1\,069 \text{ cm}^3 = 1,069 \text{ litre} > 1 \text{ litre}$ . On peut donc verser 1 litre d'eau dans le vase.

## Exercice 3

La Pyramide du Louvre est une pyramide régulière dont la base est un carré de côté 35,50 mètres et dont les quatre arêtes qui partent du sommet mesurent toutes 33,14 mètres.

La Pyramide du Louvre est schématisée ci-contre.

**a** Montrez que  $BH \approx 25,10 \text{ m}$  (valeur arrondie au centimètre).

Dans le triangle ABD rectangle en A, on a :  $BD^2 = 2 \times 35,5^2 = 2\,520,5$  ;

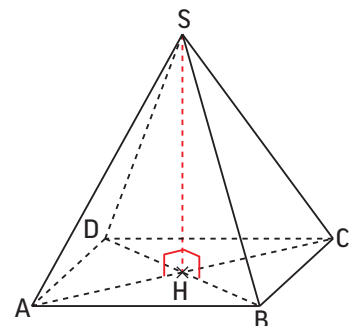
d'où  $BD = \sqrt{2\,520,5} \approx 50,20 \text{ m}$ .

$BH = BD \div 2 = 25,10 \text{ m}$

**b** Calculez la hauteur réelle de la Pyramide du Louvre. Arrondissez le résultat au centimètre.

Dans le triangle SHB rectangle en H, on a :  $SH^2 = 33,14^2 - 25,1^2 = 468,2496$ .

D'où  $SH = \sqrt{468,2496} \approx 21,64 \text{ m}$ .





Nom : .....  
Prénom : .....  
Date : ..... Classe : .....



# Sujet de BREVET

1

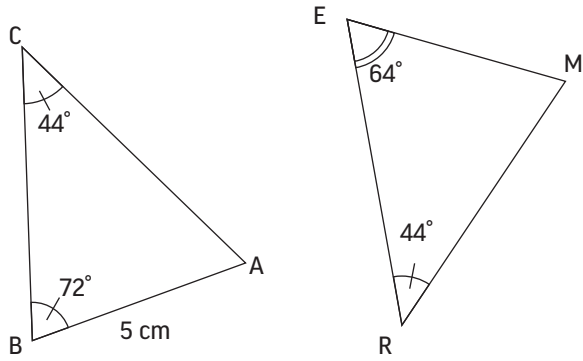
2 heures - 50 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche, elle sera prise en compte dans la notation.

Une note sur 5 points est affectée à la rédaction, la présentation et le soin apporté à la copie.

## Exercice 1

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiple). Pour chaque ligne du tableau, une seule réponse est juste. Vous devez l'entourer. On ne demande pas de justifier.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1 L'expression développée de $(2x - 5)(x + 4)$ est :	$-3x - 1$	$2x^2 + 3x - 20$	$3x^2 + 3x - 20$
2 Les triangles ABC et MER sont égaux. Alors : 	MR = 5 cm	ER = 5 cm	ME = 5 cm
3 Dans une urne, il y a 5 boules vertes et 15 boules blanches. La probabilité de tirer une boule verte est :	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

Les exercices 2 à 8 traitent du même thème : « les biscuits sucrés », mais sont indépendants.

La pâtisserie « Mes délices » propose de nombreuses préparations, en particulier le pavé aux noisettes et le canelé bordelais.

## Exercice 2

Répondre par « vrai » ou « faux » aux affirmations suivantes et justifier les réponses.

1 La pâtisserie « Mes délices » utilise en moyenne 20 kg de farine par jour.

**Affirmation :** elle utilisera donc environ  $7,3 \times 10^6$  grammes de farine en une année.

Vrai.  $20 \times 365 \times 1\,000 = 7\,300\,000 \text{ g} = 7,3 \times 10^6 \text{ g}$

2 La camionnette de livraison de la pâtisserie « Mes délices » a parcouru 15 km en 20 minutes.

**Affirmation :** sa vitesse moyenne est de 40 km/h.

Faux. La camionnette parcourt  $15 \times 3 = 45 \text{ km}$  en 1 heure, ce qui correspond à une vitesse moyenne de 45 km/h.

- ③ Le prix d'une boîte de pavés aux noisettes augmente : il passe de 12 € à 12,60 €.

**Affirmation:** le pourcentage d'augmentation est donc de 5 %.

Vrai.  $\frac{12,60 - 12}{12} = 0,05$ , soit 5 %.

## Exercice 3

- ① Le tableau ci-dessous donne le nombre de boîtes de pavés aux noisettes vendues au cours des six derniers mois de l'année.

Mois	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
Nombre de boîtes vendues	83	62	95	110	102	192

Calculer le nombre moyen de boîtes vendues par mois. Détailler le calcul.

$\frac{83 + 62 + 95 + 110 + 102 + 192}{6} = \frac{644}{6} \approx 107$  (valeur arrondie à l'unité)

Le nombre moyen de boîtes est 107.

- ② Les canelés ne se conservent pas très longtemps et sont vendus à l'unité. On a relevé les ventes des canelés pendant une semaine.

Nombre de canelés vendus par client	1	2	3	4	5
Nombre de clients	8	15	12	8	6

Par exemple, on lit dans le tableau que 8 clients ont acheté chacun 4 canelés.

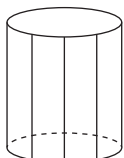
Déterminer le nombre médian de canelés vendus par client pendant cette semaine. Interpréter ce résultat.

Le nombre total de clients est 49. La médiane est la 25<sup>e</sup> valeur car  $49 = 24 + 1 + 24$ . La 25<sup>e</sup> valeur est un 3 car  $8 + 15 = 23 < 25$  et  $8 + 15 + 12 = 35 > 25$ . Le nombre médian de canelés par client est 3.

Cette valeur, la 25<sup>e</sup>, partage la série en deux parties de même effectif.

## Exercice 4

- ① Le canelé bordelais est une pâtisserie parfumée à la vanille. Sa forme peut être assimilée à un cylindre de hauteur 5 cm et de diamètre de base 5 cm.



Calculer, en cm<sup>3</sup>, le volume d'un canelé bordelais. Arrondir au dixième.

$\pi \times 2,5^2 \times 5 \approx 98,2$

Le volume d'un canelé bordelais est 98,2 cm<sup>3</sup>.

- ② Un mini-canelé est une réduction de coefficient 0,4 d'un canelé bordelais. Le volume d'un canelé bordelais est estimé à 100 cm<sup>3</sup> environ.

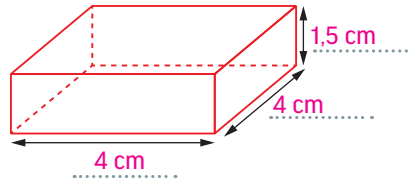
En déduire le volume, en cm<sup>3</sup>, d'un mini-canelé.

$100 \times 0,4^3 = 6,4$

Le volume d'un mini-canelé est 6,4 cm<sup>3</sup>.

## Exercice 5

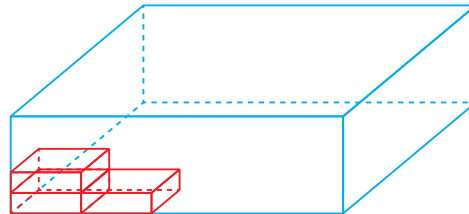
Le pavé aux noisettes est un biscuit en forme de parallélépipède rectangle. Sa base est un carré de côté 4 cm et sa hauteur mesure 1,5 cm.



- 1 Indiquer sur le dessin les dimensions du biscuit.
- 2 La pâtisserie « Mes délices » dispose de trois types de boîtes A, B et C de forme parallélépipédique pour vendre ses pavés aux noisettes.

	Boîte A	Boîte B	Boîte C
Longueur $L$ (en cm)	20	20	16
Largeur $\ell$ (en cm)	20	18	16
Hauteur $h$ (en cm)	4	5	6

Dans quel type de boîtes peut-on ranger le plus de biscuits ? Justifier la réponse.



Ce dessin n'est pas à l'échelle.

Dans la boîte A :  $5 \times 5 \times 2 = 50$  biscuits.

Dans la boîte B :  $5 \times 4 \times 3 = 60$  biscuits.

Dans la boîte C :  $4 \times 4 \times 4 = 64$  biscuits.

C'est dans la boîte C que l'on peut ranger le plus de biscuits.

## Exercice 6

Audrey, Bridget et Coralie sont gourmandes et achètent une boîte de 50 pavés aux noisettes qu'elles mangent à l'occasion d'une excursion.

À la fin de la journée, Audrey en a mangé deux fois plus que Bridget et Coralie en a mangé deux de plus que Bridget. Il reste 16 biscuits dans la boîte.

Calculer le nombre de biscuits que chacune d'elles a mangés.

Soit  $x$  le nombre de biscuits mangés par Bridget.

L'énoncé se traduit par l'équation :  $2x + x + x + 2 + 16 = 50$ .

$$4x + 18 = 50$$

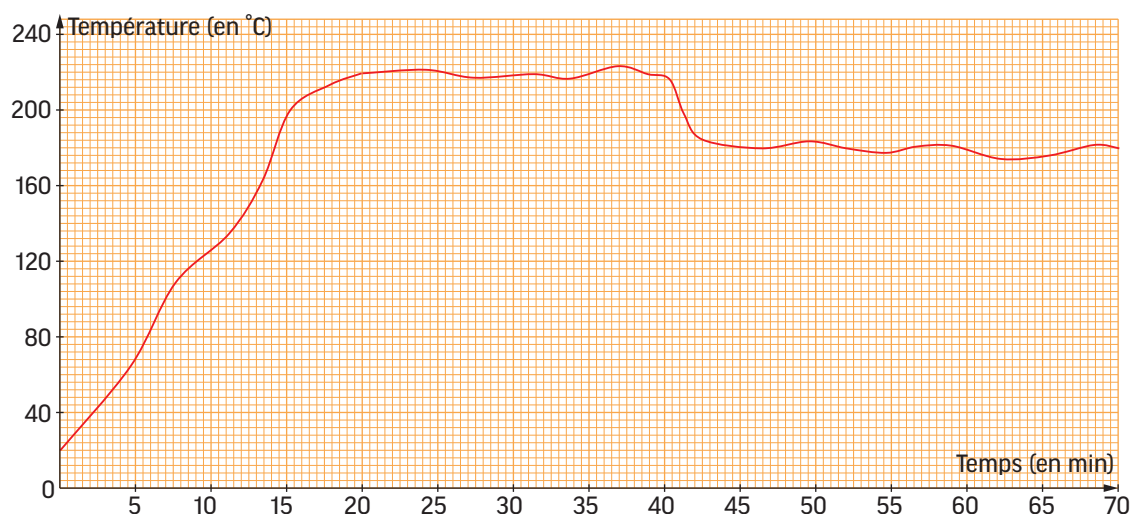
$$4x = 32$$

$$x = 8$$

Bridget a mangé 8 biscuits, Audrey 16 et Coralie 10.

## Exercice 7

1 Les canelés se cuisent dans un four. La température doit être forte en début de cuisson pour que l'extérieur du gâteau soit croustillant, puis plus modérée pour cuire le cœur du canelé. Voici la courbe représentative de la température du four en fonction de la durée de chauffage.



a. Quelle est la température du four lorsqu'on commence à le chauffer ? **20 °C**

b. Quelle est la température du four au bout de 15 minutes de chauffage ? **200 °C**

c. On met les canelés à cuire lorsque la température du four atteint 220 °C.

Au bout de combien de temps de chauffage cette température est-elle obtenue ? **Environ 20 minutes.**

d. Pendant combien de temps la température du four est-elle proche de 220 °C ?

**40 - 20 = 20 minutes. C'est une lecture graphique, la réponse peut être légèrement différente.**

e. Après 45 minutes de chauffage, autour de quelle valeur la température du four se stabilise-t-elle ? **180 °C.**

2 On fait un relevé de température dans un autre four pendant les 10 premières minutes de chauffage. On considère alors que la température du four en fonction du temps peut être modélisée par la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 18x + 20$  pour  $x$  variant de 0 à 10.

$x$  est la durée de chauffage exprimée en minutes et  $f(x)$  la température exprimée en °C.

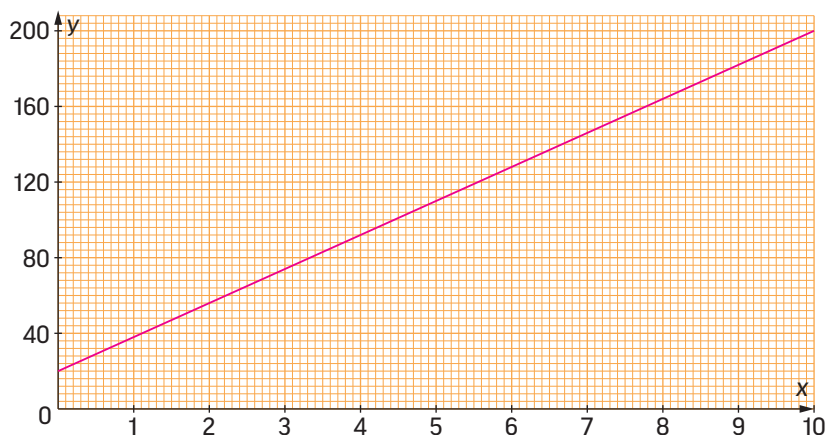
a. La fonction  $f$  est-elle une fonction linéaire ? **Non.**

Justifier.  **$f$  n'est pas une fonction linéaire car  $f(x)$  n'est pas de la forme  $a \times x$ .**

b. La fonction  $f$  est-elle une fonction affine ? **Oui.**

Justifier.  **$f$  est une fonction affine car  $f(x)$  est de la forme  $ax + b$  avec  $a = 18$  et  $b = 20$ .**

c. Représenter graphiquement la fonction  $f$  dans le repère ci-dessous pour  $x$  variant de 0 à 10.



- 3 Lequel des deux fours atteint la température la plus élevée au bout de 10 minutes ? **Le 2<sup>e</sup> four.**  
Justifier. **Au bout de 10 minutes, le 2<sup>e</sup> four atteint 200 °C, tandis que le premier dépasse à peine 120 °C.**

## Exercice 8

- 1 Les mini-canelés peuvent être rangés dans une petite boîte métallique dont le couvercle est un carré de côté 6 cm. Il est représenté par le carré ABCD de centre O ci-contre. Pour obtenir un dessin au centre du couvercle, on place les points E, F, G, H milieux respectifs des segments [OA], [OB], [OC], [OD].

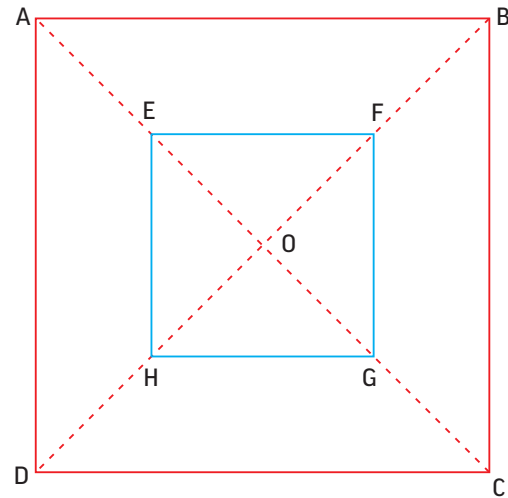
a. Calculer, en cm, la mesure de la diagonale [BD]. Arrondir au dixième.

**On applique le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABD.**

$$BD^2 = BA^2 + AD^2 = 2 \times 6^2 = 72 ; \text{ d'où } BD = \sqrt{72} \approx 8,5 \text{ cm.}$$

b. Calculer EF. Détailler le raisonnement.

**E étant le milieu de [OA] et F le milieu de [OB], le triangle OEF est une réduction du triangle OAB de coefficient 0.5. Donc  $EF = 0,5 \times AB = 0,5 \times 6 = 3 \text{ cm}$ .**



- 2 Au centre du couvercle, on place le dessin stylisé d'un canelé bordelais. On fait un dessin avec le logiciel Scratch.

a. Pour réaliser ce dessin, on commence par construire le motif ci-contre.



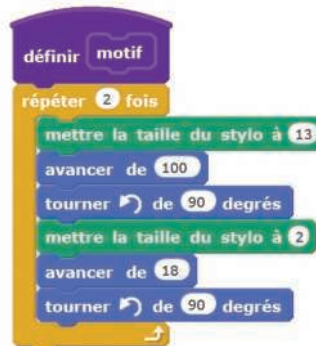
Motif

Il a été obtenu avec un des deux scripts suivants.

Script A



Script B



Quel est le script qui permet de dessiner ce motif ? **Script B.** Justifier ce choix.

**Les traits verticaux du motif sont beaucoup plus épais que les traits horizontaux. C'est ce qu'on retrouve dans le script B : taille 13 et taille 2 du stylo et pas dans le script A.**

b. Voici le programme Scratch qui permet de faire le dessin complet.

Programme Scratch



Dessin obtenu



Si on supprime dans le programme l'instruction , quelle sera la conséquence sur le dessin ?

Au début de la boucle, le stylo ne se déplacera pas et le motif se dessinera 4 fois au même endroit.

Nom : .....  
 Prénom : .....  
 Date : ..... Classe : .....



# Sujet de BREVET 2

2 heures - 50 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche, elle sera prise en compte dans la notation.

Une note sur 5 points est affectée à la rédaction, la présentation et le soin apporté à la copie.

## Exercice 1

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiple). Pour chaque ligne du tableau, une seule réponse est juste. Vous devez l'entourer. On ne demande pas de justifier.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1 Un article coûte 50 €. Une fois soldé, il coûte 30 €. Le pourcentage de réduction est :	20 %	40 %	80 %
2 On considère l'agrandissement de coefficient 2 d'un rectangle ayant pour aire 40 cm <sup>2</sup> . L'aire du rectangle obtenu est :	20 cm <sup>2</sup>	80 cm <sup>2</sup>	160 cm <sup>2</sup>
3 La médiane de la série de valeurs 7 ; 8 ; 8 ; 12 ; 12 ; 14 ; 15 ; 15 ; 41 :	est supérieure à la moyenne de cette série.	est inférieure à la moyenne de cette série.	est égale à la moyenne de cette série.

Les exercices 2 à 7 traitent du même thème « La mini-entreprise », mais sont indépendants.

Une mini-entreprise est un dispositif innovant qui permet de découvrir très concrètement la vie en entreprise. Durant une année scolaire, les élèves d'une classe de 3<sup>e</sup> prépa pro, accompagnés par un enseignant et un entrepreneur, se sont mobilisés pour créer, fabriquer et vendre 45 porte-crayons. En fin d'année scolaire, les élèves vont soutenir leur projet devant un jury.



## Exercice 2

Répondre par « vrai » ou « faux » aux affirmations suivantes et justifier les réponses.

1 Les porte-crayons sont vendus 6,50 € l'unité. La fabrication et la matière première des porte-crayons ont coûté 200 €.

**Affirmation :** le nombre minimum de porte-crayons vendus doit être de 40 pour que la mini-entreprise gagne de l'argent.

**Faux :** le nombre minimum de porte-crayons vendus pour que la mini-entreprise gagne de l'argent est .....

200 ÷ 6,50 ≈ 31 et non 40. ....

- ② On range, dans une boîte opaque, 10 porte-crayons rouges et 20 porte-crayons noirs. On tire au hasard un porte-crayon.

**Affirmation :** la probabilité de tirer un porte-crayon rouge est  $\frac{1}{3}$ .

Vrai : la probabilité de tirer un porte-crayon rouge est  $\frac{10}{10+20} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ .

- ③ En informatique, on utilise comme unités de mesure les multiples suivants de l'octet : 1 Mo =  $10^6$  octets, 1 Go =  $10^9$  octets, où Mo est l'abréviation de mégaoctet et Go celle de gigaoctet.

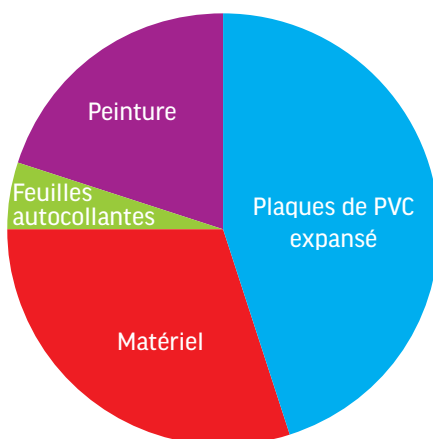
**Affirmation :** les élèves de la mini-entreprise ont pu stocker 50 fichiers de 80 Mo chacun sur une clé USB de 2 Go.

Faux :  $2 \text{ Go} = 2 \times 10^9 \text{ octets}$       $50 \times 80 \text{ Mo} = 50 \times 80 \times 10^6 \text{ octets} = 4\,000 \times 10^6 = 4 \times 10^9 \text{ octets}$ .

$4 \times 10^9 > 2 \times 10^9 \text{ octets}$ . Les 50 fichiers n'ont pas pu être stockés sur la clé USB de 2 Go.

### Exercice 3

La répartition des produits intervenant dans le coût de fabrication des 45 porte-crayons de la mini-entreprise est donnée par le diagramme circulaire ci-contre. Le coût de fabrication total est de 200 €.



- ① Calculer le coût de fabrication moyen d'un porte-crayon. Arrondir au centime d'euro.

$200 \div 45 \approx 4,44$ . Le coût de fabrication moyen d'un porte-crayon est 4,44 €.

- ② Après avoir utilisé un rapporteur pour mesurer l'angle du secteur angulaire des plaques de PVC expansé, calculer la somme utilisée pour l'achat des plaques de PVC expansé.

La mesure du secteur angulaire correspondant aux plaques de PVC expansé est  $162^\circ$ .

La somme utilisée pour l'achat des plaques de PVC expansé est égal à  $200 \times 162 \div 360 = 90$  €.

- ③ Justifier l'affirmation suivante : « la peinture a coûté plus de 30 € ».

La mesure du secteur angulaire correspondant à la peinture est  $72^\circ$ .

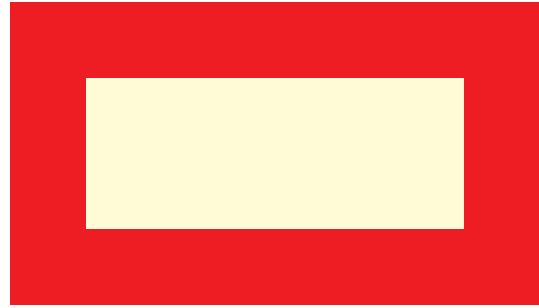
Le prix de la peinture est égal à  $200 \times 72 \div 360 = 40$  €.

40 € est bien supérieur à 30 €. La peinture a coûté plus de 30 €.

## Exercice 4

Les élèves veulent réaliser une mosaïque rectangulaire de largeur 120 cm et de longueur 180 cm pour décorer la salle dédiée à la mini-entreprise.

Ils souhaitent la recouvrir avec des carrés jaunes et rouges, tous de même taille, posés bord à bord sans découpe.



❶ Les élèves peuvent-ils réaliser la mosaïque avec des carrés de : 10 cm de côté ? 13 cm de côté ? 15 cm de côté ? Justifier les réponses.

120 = 12 × 10 et 180 = 18 × 10. Donc 10 est un diviseur de 120 et 180. La mosaïque peut être réalisée avec des carrés de 10 cm de côté.

13 n'est pas un diviseur de 120, ni de 180. La mosaïque ne peut pas être réalisée avec des carrés de 13 cm de côté.

120 = 8 × 15 et 180 = 12 × 15. Donc 15 est un diviseur de 120 et 180. La mosaïque peut être réalisée avec des carrés de 15 cm de côté.

❷ Préciser toutes les tailles possibles de carrés comprises entre 5 et 15 cm qui peuvent être utilisées.

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$  et  $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

5 ; 6 ; 10 ; 12 et 15 conviennent car ils sont tous des diviseurs communs à 120 et 180 et sont compris entre 5 et 15 cm.

Les élèves choisissent des carrés de 12 cm de côté. Ils posent une rangée de carrés rouges sur le pourtour et des carrés jaunes ailleurs.

❸ Calculer le nombre de carrés rouges et le nombre de carrés jaunes nécessaires pour réaliser la mosaïque.

Nombre de carrés posés dans la largeur =  $120 \div 12 = 10$ .

Nombre de carrés posés dans la longueur =  $180 \div 12 = 15$ .

Il y a en tout  $10 \times 15 = 150$  carrés posés.

Nombre de carrés rouges posés sur le pourtour =  $2 \times 15 + 2 \times (10 - 2) = 30 + 2 \times 8 = 46$

Nombre de carrés jaunes posés au centre de la mosaïque =  $150 - 46 = 104$

(Autre méthode : nombre de carrés jaunes posés au centre de la mosaïque =  $13 \times 8 = 104$ )

## Exercice 5

Les élèves et leurs accompagnateurs ont rendez-vous à 14 h pour présenter leur projet devant un jury. Ils s'y rendent en car à partir de leur établissement scolaire. La durée du trajet est de 1 h 10. Par sécurité, les accompagnateurs prévoient d'arriver un quart d'heure avant l'heure de passage devant le jury.

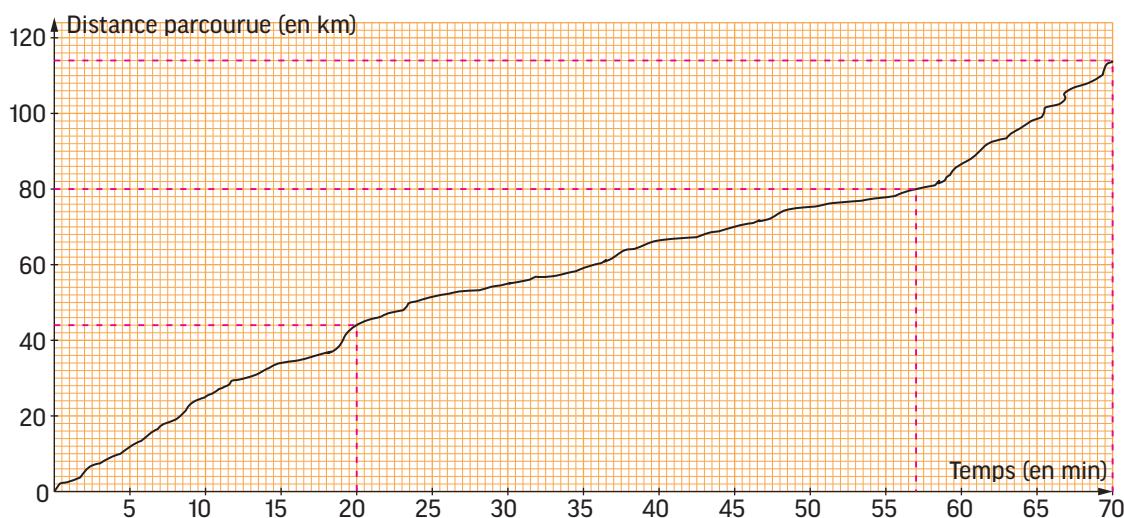


1 Déterminer l'heure de départ de l'autocar.

Temps de sécurité + durée du trajet = 0 h 15 + 1 h 10 = 1 h 25

Heure de départ = 14 h 00 - 1 h 25 = 12 h 35.

2 L'ordinateur de bord du car donne des indications sur la distance parcourue durant les 1 h 10 du trajet. Le graphique représente la distance parcourue en fonction du temps.



Vous laisserez apparents les traits utiles à la lecture pour répondre aux trois questions suivantes.

a. Quelle est la distance parcourue, en km, au bout de 20 minutes de trajet ? 44 km.

b. Au bout de combien de minutes le car a-t-il parcouru une distance de 80 km ? 57 minutes.

c. Quelle est la distance totale du trajet ? 114 km.

3 Calculer la vitesse moyenne en km/h du trajet en car. Arrondir le résultat à l'unité.

La vitesse moyenne (en km/h) est donnée par le rapport  $\frac{\text{distance (en km)}}{\text{temps (en h)}}$

Temps (en h) = 1 h 10 min = 1 h +  $\frac{10}{60}$  h  $\approx 1,167$  h

Vitesse moyenne (en km/h) =  $\frac{\text{distance (en km)}}{\text{temps (en h)}} = \frac{114}{1,167} \approx 98$  km/h

## Exercice 6

Les élèves veulent savoir s'ils ont vendu assez de porte-crayons à 6,50 € pièce pour couvrir le coût de fabrication de 200 € et réaliser un bénéfice.

Ils proposent 2 scripts avec le logiciel Scratch.

Script 1



Script 2



1 Que représente la variable  $n$  dans ces scripts ?

La variable  $n$  est le nombre de porte-crayons vendus.

2 Quel est le script qui permet de savoir s'ils ont vendu assez de porte-crayons ? Script 2.

Justifier ce choix.

Le prix de vente total des  $n$  porte-crayons,  $n \times 6,5$ , doit être supérieur au coût de fabrication, c'est-à-dire à 200 euros. Le script 2 avec l'inéquation  $n \times 6,5 > 200$  convient.

3 Dans le cas où suffisamment de porte-crayons ont été vendus, les élèves veulent connaître le montant du bénéfice.

Cochez le bloc à ajouter au script choisi à la question 1.

☐ dire regroupe Le bénéfice est de regroupe  $n \times 6,5$  euros.

☒ dire regroupe Le bénéfice est de regroupe  $n \times 6,5 - 200$  euros.

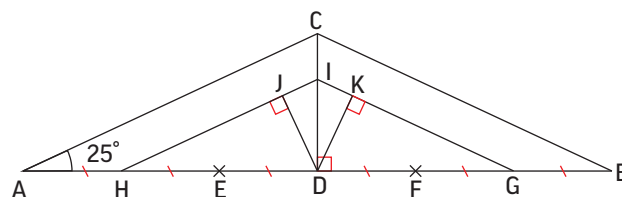
☐ dire regroupe Le bénéfice est de regroupe  $n \times 6,5 + 200$  euros.

## Exercice 7

Le logo de la mini-entreprise est schématisé par la figure ci-dessous. Les élèves doivent le tracer mais ils ne connaissent pas pour le moment toutes les dimensions.

Ils savent que :

- $AB = 9$  cm ;
- $AH = HE = ED$  ;
- le logo est symétrique par rapport à la droite  $(CD)$  ;
- les droites  $(AC)$  et  $(HI)$  sont parallèles.



1 Les triangles ACD et BCD sont-ils égaux ? Justifier.

Deux triangles sont égaux s'ils ont leurs côtés deux à deux de même longueur.

Les triangles ACD et BCD sont égaux car la symétrie axiale conserve les longueurs (et les angles).

On a  $AC = CB$ ,  $AD = DB$  et  $CD = CD$ .

2 Nommer deux triangles semblables. On ne demande pas de justification.

Deux triangles sont semblables si les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre.

ACD et HID sont semblables. BCD et GID sont semblables.

3 Cocher le rapport trigonométrique qui permet de calculer la hauteur CD du logo lorsqu'on connaît la longueur AD et l'angle  $\hat{A}$ .

☐  $\sin \hat{A} = \frac{CD}{AC}$

☐  $\cos \hat{A} = \frac{AD}{AC}$

☒  $\tan \hat{A} = \frac{CD}{AD}$

4 En utilisant la réponse cochée à la question 3, montrer que la hauteur CD du logo, arrondie au dixième, est égale à 2,1 cm.

$AD = AB \div 2 = 9 \div 2 = 4,5$  cm

$\tan \hat{A} = \frac{CD}{AD}$      $\tan 25^\circ = \frac{CD}{4,5}$      $CD = \tan 25^\circ \times 4,5$      $CD \approx 2,1$  cm

5 Montrer, en utilisant le théorème de Pythagore, que la longueur AC, arrondie à l'unité, est égale à 5 cm. Justifier la réponse.

Le théorème de Pythagore dans le triangle ADC rectangle en D s'écrit  $AC^2 = AD^2 + DC^2$ .

$AC^2 = 4,5^2 + 2,1^2$      $AC^2 = 24,66$      $AC = \sqrt{24,66}$      $AC \approx 5$

La longueur AC est bien égale à 5 cm.

6 Montrer, en utilisant le théorème de Thalès dans le triangle ADC, que la longueur DI est égale à 1,4 cm. Justifier la réponse.

Comme les droites  $(AC)$  et  $(HI)$  sont parallèles, on écrit le théorème de Thalès dans le triangle ADC :

$\frac{DI}{DC} = \frac{DH}{DA}$  avec  $DH = \frac{2}{3} \times DA = 3$  cm.     $\frac{DI}{2,1} = \frac{3}{4,5}$      $DI \times 4,5 = 2,1 \times 3$

$DI = \frac{2,1 \times 3}{4,5}$      $DI = 1,4$  cm

# Convertir des unités d'aire

Pour effectuer un changement d'unité d'aire, on peut utiliser le tableau de conversion ci-dessous.

km <sup>2</sup>	hm <sup>2</sup>	dam <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	dm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>

## Exemple

**Exprimer** 54,68 m<sup>2</sup> en hm<sup>2</sup>, puis en dm<sup>2</sup>.

Le chiffre des unités est **4**.

km <sup>2</sup>	hm <sup>2</sup>	dam <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	dm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>
			5	4	6	8

km <sup>2</sup>	hm <sup>2</sup>	dam <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	dm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>
	0	0	5	4	6	8
			5	4	6	8

$$54,68 \text{ m}^2 = 0,005\,468 \text{ hm}^2$$

$$54,68 \text{ m}^2 = 5\,468 \text{ dm}^2$$

## Méthode

- **Repérer** le chiffre des unités du nombre dans l'unité d'aire initiale. Pour un nombre décimal, c'est le chiffre immédiatement à gauche de la virgule.
- **Placer** ce chiffre dans la colonne de l'unité de mesure donnée.
- **Placer** les autres chiffres du nombre, deux par unité de mesure, sans recopier la virgule.
- **Compléter**, si nécessaire, les colonnes vides par des **0** jusqu'à la colonne de l'unité d'aire demandée.
- **Mettre** une virgule « , » à droite du chiffre de l'unité d'aire demandée.
- **Donner** la réponse dans l'unité d'aire souhaitée.

## Exercice 1

**Complétez.**

**a**  $33 \text{ cm}^2 = 0,0033 \text{ m}^2 = 3\,300 \text{ mm}^2$  ;  $53,9 \text{ dam}^2 = 0,539 \text{ hm}^2 = 5\,390 \text{ m}^2$ .

**b**  $4,52 \text{ m}^2 = 452 \text{ dm}^2 = 0,0452 \text{ dam}^2$  ;  $153 \text{ hm}^2 = 1,53 \text{ km}^2 = 1\,530\,000 \text{ m}^2$ .

## Exercice 2

**a** **Convertissez** en cm<sup>2</sup>.

$$2,56 \text{ m}^2 = 25\,600 \text{ cm}^2 ; 0,74 \text{ dm}^2 = 74 \text{ cm}^2 ; 470 \text{ mm}^2 = 4,7 \text{ cm}^2$$

**b** **Convertissez** en m<sup>2</sup>.

$$8\,000 \text{ mm}^2 = 0,008 \text{ m}^2 ; 24 \text{ dam}^2 = 2\,400 \text{ m}^2 ; 68,2 \text{ hm}^2 = 682\,000 \text{ m}^2$$

## Exercice 3

**a** **Calculez** en m<sup>2</sup>.

$$30 \text{ cm}^2 + 8 \text{ dam}^2 = 0,0030 \text{ m}^2 + 800 \text{ m}^2 = 800,003 \text{ m}^2$$

**b** **Calculez** en km<sup>2</sup>.

$$51 \text{ hm}^2 + 6 \text{ dam}^2 = 0,51 \text{ km}^2 + 0,0006 \text{ km}^2 = 0,5106 \text{ km}^2$$

# Convertir des unités de volume et de capacité

Pour effectuer un changement d'unité de volume, on peut utiliser le tableau de conversion ci-dessous.

km <sup>3</sup>	hm <sup>3</sup>	dam <sup>3</sup>	m <sup>3</sup>	dm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	mm <sup>3</sup>

Pour effectuer un changement d'unité de volume avec des multiples ou sous-multiples du litre, on peut utiliser le tableau de conversion ci-dessous.

m <sup>3</sup>	dm <sup>3</sup>			cm <sup>3</sup>			mm <sup>3</sup>
	hL	daL	L	dL	cL	mL	

## Exemple

**Exprimer** 2,36 m<sup>3</sup> en cm<sup>3</sup>, puis en litres.  
Le chiffre des unités est 2.

km <sup>3</sup>	hm <sup>3</sup>	dam <sup>3</sup>	m <sup>3</sup>	dm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	mm <sup>3</sup>
			2	3	6	0 0 0 0

$$2,36 \text{ m}^3 = 2\,360\,000 \text{ cm}^3$$

m <sup>3</sup>	dm <sup>3</sup>			cm <sup>3</sup>			mm <sup>3</sup>
	hL	daL	L	dL	cL	mL	
			2	3	6	0	

$$2,36 \text{ m}^3 = 2\,360 \text{ L}$$

## Méthode

• **Placer** le chiffre des unités dans la colonne de l'unité de mesure donnée.

• **Placer** les autres chiffres du nombre, trois par unité de mesure, sans recopier la virgule.

• **Compléter**, si nécessaire, les colonnes vides par des 0 jusqu'à la colonne de l'unité de volume demandée.

• **Mettre** une virgule « , » à droite du chiffre de l'unité de volume demandée.

• **Donner** la réponse dans l'unité de volume souhaitée.

• **Procéder** de même que ci-dessus en ne plaçant qu'un chiffre par colonne pour les multiples et sous-multiples du litre.

## Exercice 1

Complétez.

a  $6 \text{ mm}^3 = 0,006 \text{ cm}^3$  ;  $3 \text{ dm}^3 = 3\,000 \text{ cm}^3$  ;  $18 \text{ dm}^3 = 18\,000\,000 \text{ mm}^3$ .

b  $0,45 \text{ dam}^3 = 450 \text{ m}^3$  ;  $97,4 \text{ cm}^3 = 97\,400 \text{ mm}^3$  ;  $1\,375 \text{ m}^3 = 1,375 \text{ dam}^3$ .

## Exercice 2

Complétez.

a  $12 \text{ dm}^3 = 12 \text{ L}$  ;  $5,8 \text{ cm}^3 = 0,58 \text{ cL}$  ;  $53\,204 \text{ mm}^3 = 53,204 \text{ mL}$ .

b  $23,6 \text{ L} = 23,6 \text{ dm}^3$  ;  $44 \text{ dL} = 4\,400 \text{ cm}^3$  ;  $711 \text{ mL} = 711\,000 \text{ mm}^3$ .

## Exercice 3

Calculez en m<sup>3</sup>.  $550 \text{ cm}^3 + 0,8 \text{ dam}^3 = 0,000\,55 \text{ m}^3 + 800 \text{ m}^3 = 800,000\,55 \text{ m}^3$ .

# Calculer une quatrième proportionnelle

Soit quatre nombres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$ , tous non nuls. Si  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , alors  $a \times d = b \times c$ .

On dit que les produits en croix sont égaux.

## Exemple

37 g de glucides apportent au corps humain 148 kilocalories. Le nombre de kilocalories est proportionnel à la masse de glucides. Calculer le nombre de kilocalories apportées par 50 g de glucides.

On appelle  $x$  le nombre cherché.

Masse de glucides (en g)	37	↔	50
Nombre de kilocalories	148	↔	$x$

$$\frac{148}{37} = \frac{x}{50}$$

$$37 \times x = 148 \times 50$$

$$x = \frac{148 \times 50}{37} = 200$$

50 g de glucides apportent 200 kilocalories.

## Méthode

• **S'aider**, si nécessaire, d'un tableau de proportionnalité.

• **Traduire** la proportionnalité par l'égalité de rapports.

• **Écrire** l'égalité des produits en croix.

• **Diviser** les deux membres de l'égalité par le coefficient de  $x$ .

## Exercice 1

On peut lire sur un pot de peinture l'information suivante : « 2,5 L couvre 30 m<sup>2</sup> ».

**a** Calculez la quantité de peinture nécessaire pour couvrir 54 m<sup>2</sup>.

2,5	$x$
30	54

$$30 \times x = 2,5 \times 54 \text{ d'où } x = 4,5$$

Il faut 4,5 L de peinture.

**b** Calculez la surface que l'on peut couvrir avec 12 L de peinture.

2,5	12
30	$x$

$$30 \times 12 = 2,5 \times x \text{ d'où } x = 144$$

12 L de peinture permet de couvrir 144 m<sup>2</sup>.

## Exercice 2

Pour faire de la confiture, il faut mélanger 1,1 kg de sucre avec 1,5 kg de fruits.

**a** Calculez la quantité de sucre à mélanger avec 2,7 kg de fruits.

1,1	$x$
1,5	2,7

$$1,1 \times 2,7 = 1,5 \times x \text{ d'où } x = 1,98$$

Il faut 1,98 kg de sucre pour 2,7 kg de fruits.

**b** Calculez la quantité de fruits que l'on peut mélanger à 3,85 kg de sucre.

1,1	3,85
1,5	$x$

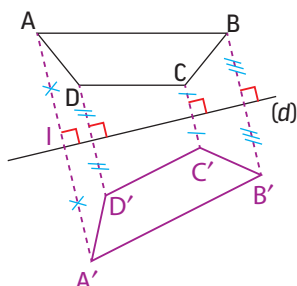
$$1,1 \times x = 1,5 \times 3,85 \text{ d'où } x = 5,25$$

On peut mélanger 5,25 kg de fruits à 3,85 kg de sucre.

# Construire le symétrique d'une figure

## Exemple 1

Construire le symétrique du trapèze ABCD par rapport à la droite  $(d)$ .

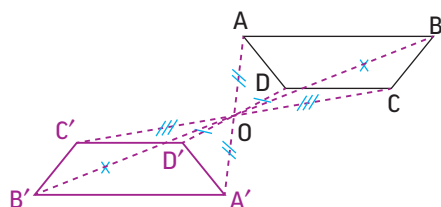


## Méthode

- **Construire** l'image  $A'$  du point A. Pour ce faire, tracer la perpendiculaire à la droite  $(d)$  passant par A. Elle coupe la droite  $(d)$  en I. Placer le point  $A'$  tel que  $IA' = IA$ .
- **Construire** de même les images  $B'$ ,  $C'$  et  $D'$  des points B, C et D.
- **Tracer** le trapèze  $A'B'C'D'$ .

## Exemple 2

Construire le symétrique du trapèze ABCD par rapport au point O.

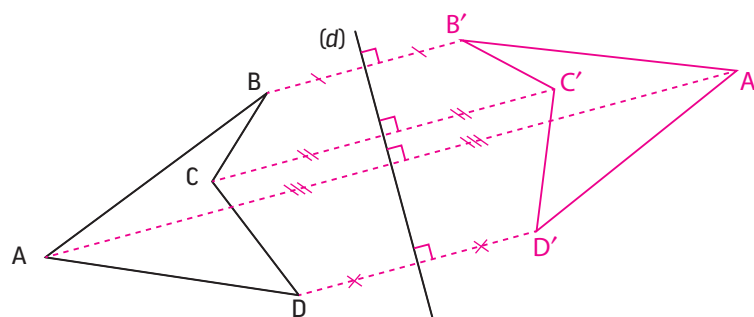


## Méthode

- **Construire** l'image  $A'$  du point A. Pour ce faire, tracer la droite  $(AO)$ . Placer sur cette droite le point  $A'$  tel que  $OA' = OA$ .
- **Construire** de même les images  $B'$ ,  $C'$  et  $D'$  des points B, C et D.
- **Tracer** le trapèze  $A'B'C'D'$ .

## Exercice 1

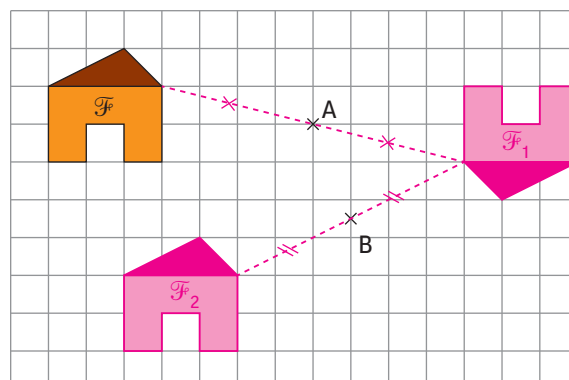
**Construisez** le symétrique du quadrilatère ABCD par rapport à la droite  $(d)$ .



## Exercice 2

**a** Construisez  $\mathcal{F}_1$  l'image de la figure  $\mathcal{F}$  par la symétrie de centre A.

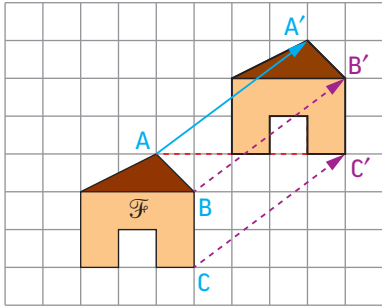
**b** Construisez  $\mathcal{F}_2$  l'image de la figure  $\mathcal{F}_1$  par la symétrie de centre B.



# Construire l'image d'une figure par translation

## Exemple 1

Construire l'image de la figure  $\mathcal{F}$  par la translation qui transforme le point A en A'.

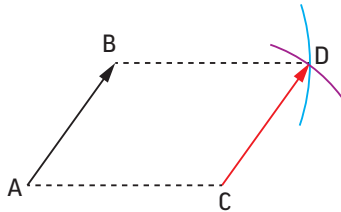


## Méthode

- **Compter** les carreaux, dans le sens horizontal, puis dans le sens vertical, pour aller du point A au point A'. Voir pointillés rouges.
- **Construire** de même les images B' et C' des points B et C.
- **Compléter** en construisant une figure superposable à  $\mathcal{F}$ .

## Exemple 2

Construire au compas l'image du point C par la translation qui transforme A en B.

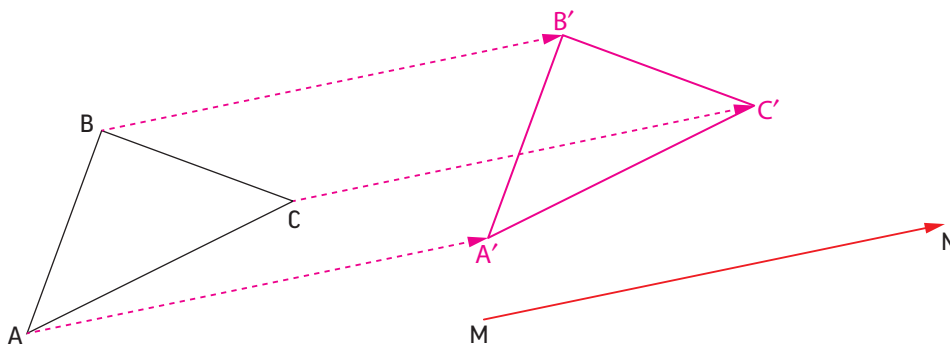


## Méthode

- **Tracer** un arc de cercle de centre C et de rayon AB.
  - **Tracer** un arc de cercle de centre B et de rayon AC.
- Les deux arcs de cercles se coupent en D.  
Le point D est l'image du point C par la translation qui transforme A en B
- **Tracer** le segment [CD].

## Exercice 1

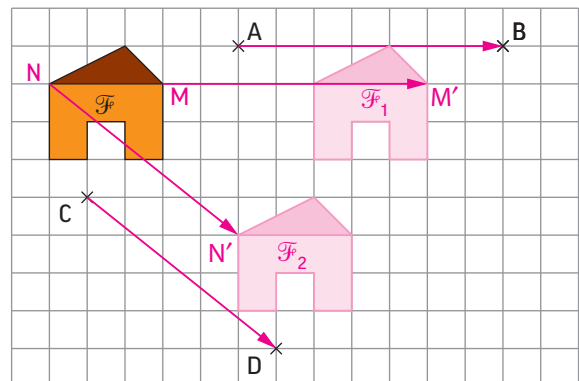
Construisez l'image du triangle ABC par la translation qui transforme M en N.



## Exercice 2

**a** Construisez  $\mathcal{F}_1$  l'image de la figure  $\mathcal{F}$  par la translation qui transforme A en B.

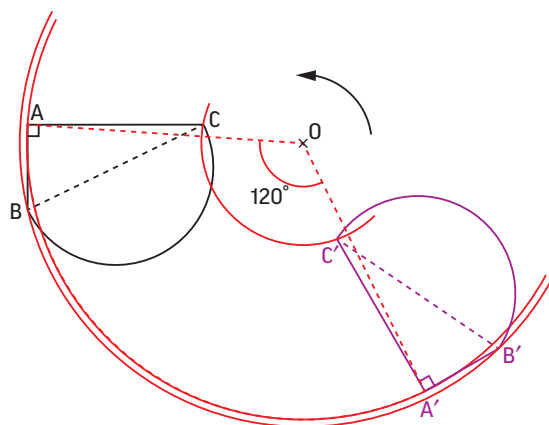
**b** Construisez  $\mathcal{F}_2$  l'image de la figure  $\mathcal{F}$  par la translation qui transforme C en D.



# Construire l'image d'une figure par rotation

## Exemple

Construire l'image de la figure ci-dessous, composée d'un triangle rectangle ABC et d'un demi-cercle de diamètre [BC], par la rotation de centre O et d'angle  $120^\circ$  dans le sens indiqué.

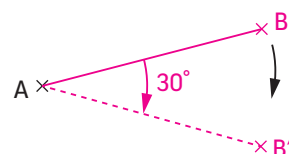


## Méthode

- **Construire** l'image  $A'$  du point A.  
Pour ce faire, tracer un arc de cercle de centre O et de rayon OA. Puis, à l'aide d'un rapporteur, placer le point  $A'$  sur l'arc de cercle tel que  $\widehat{AOA'} = 120^\circ$ .
- **Construire** de même les images  $B'$  et  $C'$  des points B et C.
- **Tracer** les segments  $[A'B']$  et  $[A'C']$ .
- **Tracer** le demi-cercle de diamètre  $[B'C']$ .

## Exercice 1

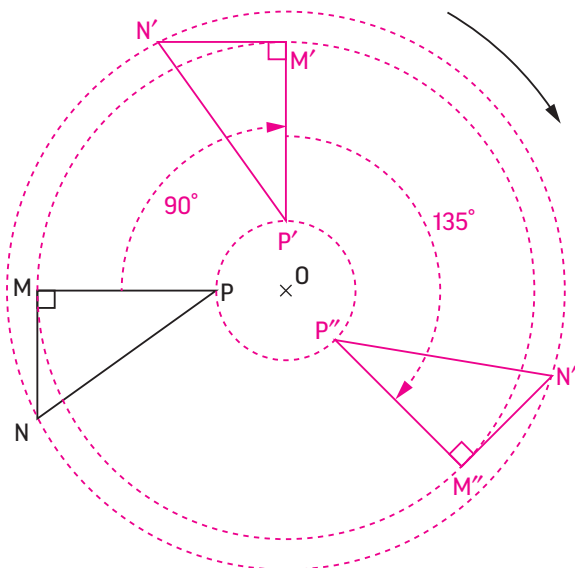
- Tracez** un segment  $[AB]$  tel que  $AB = 3$  cm.
- Construisez**  $[AB']$  l'image du segment  $[AB]$  par la rotation de centre A et d'angle  $30^\circ$  dans le sens indiqué par la flèche.



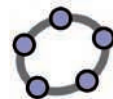
## Exercice 2

On considère le triangle MNP rectangle en M suivant.

- Construisez** l'image  $M'N'P'$  de ce triangle MNP par la rotation de centre O et d'angle  $90^\circ$  dans le sens indiqué par la flèche.
- Construisez** maintenant l'image  $M''N''P''$  du triangle  $M'N'P'$  par la rotation de centre O et d'angle  $135^\circ$  dans le sens indiqué par la flèche.



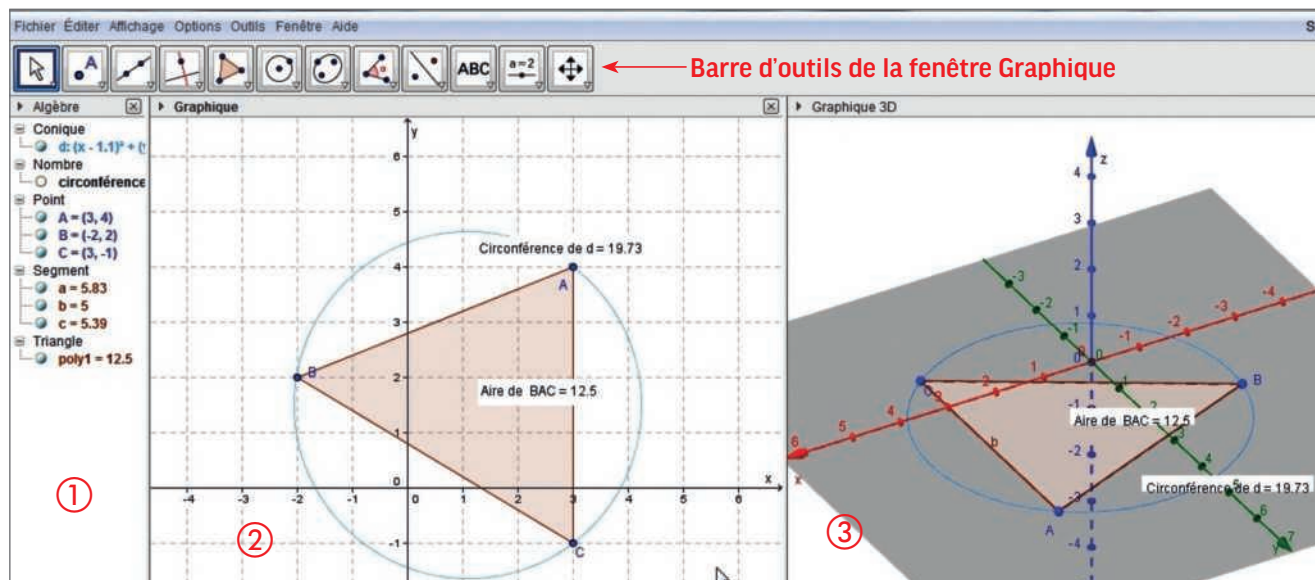
# Utilisation du logiciel GeoGebra



## Les principaux éléments du logiciel

Trois fenêtres d'affichage peuvent être utilisées, ensemble ou deux par deux ou isolément.

- ① La fenêtre Algèbre donne la liste des objets et leur étiquette (nom et valeur).
- ② La fenêtre Graphique permet de construire des graphiques et de dessiner dans le plan.
- ③ La fenêtre Graphique 3D permet des constructions dans l'espace.



En bas de l'écran, le champ de saisie permet de créer des objets sans utiliser la barre d'outils.

## Fonctions

→ Pour remplir le tableau de valeurs d'une fonction définie sur un intervalle :

- Choisir [Tableur] dans le menu [Affichage].
  - Éditer la fonction dans le champ de saisie.
- Syntaxe à utiliser : **Fonction[<f(x)>, <x mini>, <x maxi>]**. Utiliser un point dans l'écriture des nombres décimaux, et non une virgule.
- Entrer les valeurs de x dans les cellules de la ligne 1.
  - Entrer la formule **=f(A1)** dans la cellule B1.
  - Recopier cette formule vers la droite.

→ Pour tracer la représentation graphique d'une fonction :

- Sélectionner [Graphique] dans le menu [Affichage].
- Le graphique se trace immédiatement.
- Ajuster la fenêtre graphique à l'aide de la molette de la souris et de l'outil du logiciel.
  - Modifier le repère si nécessaire. Pour cela :
    - Choisir [Aspect] dans le menu [Affichage].
    - Cliquer sur la deuxième icône pour accéder à la fenêtre [Préférences].
    - Faire les réglages nécessaires en parcourant les différents onglets.

## Exemple

Soit la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 3]$  par  $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ .

Saisie: **Fonction[2x^2-4x+3,0,3]**

Algèbre

Fonction

$f(x) = 2x^2 - 4x + 3$

Tableur

	A	B	C	D	E
1	0	0.6	1.8	2.2	3
2	3	1.32	2.28	3.88	9

Préférences - préférences.ggb

Basique axeX axeY Grille

Dimensions

xMin: -0.1128 xMax: 3.01946

yMin: -0.30095 yMax: 9.39905

axeX: axeY

1 4.00221

Axes

☒ Afficher axes ☒ Gras

Couleur: Style du trait:

## Géométrie dans le plan

### → Pour construire une figure dans le plan :

- Sélectionner [Graphique] dans Affichage.
- Utiliser une ou plusieurs icônes de dessin de la barre d'outils.



### Barre d'outils de la fenêtre Graphique

### → Pour mesurer :

- Utiliser l'icône qui permet de donner la mesure d'un angle ou d'une longueur ou d'une aire .

On passe d'une icône à l'autre en cliquant sur la flèche en bas à droite.

### → Pour appliquer une transformation :

- Utiliser une des icônes de transformation :

symétrie axiale ou symétrie centrale

ou rotation ou translation ou

homothétie .

## Géométrie dans l'espace

### → Pour construire une figure dans l'espace :

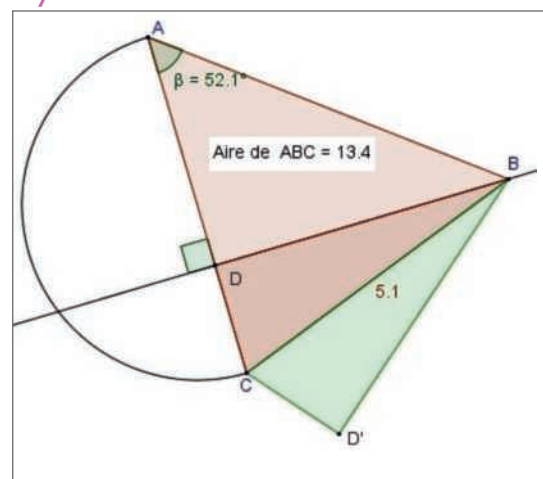
- Sélectionner [Graphique 3D] dans Affichage.
- Utiliser une ou plusieurs icônes de la barre d'outils.



### → Pour obtenir différentes vues d'une figure de l'espace :

- Cliquer sur l'icône .
- Placer la flèche de la souris au-dessus de la figure, maintenir le bouton gauche de la souris appuyé tout en déplaçant la souris. La figure pivote.
- Relâcher le bouton gauche de la souris pour arrêter le pivotement.
- Visualiser la section du solide par le plan (Ox, Oy) en ouvrant la fenêtre Graphique.

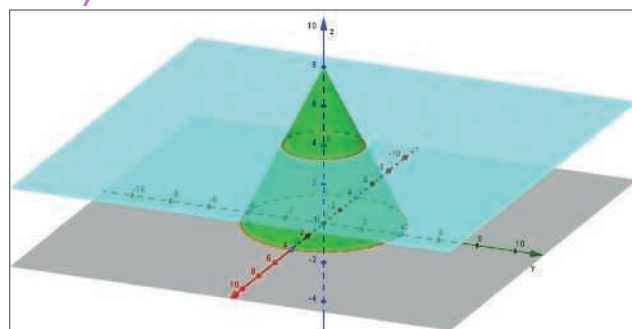
### Exemple



Pour obtenir la figure ci-dessus, on a construit successivement :

- le triangle ABC ;
- la perpendiculaire à la droite (AC) passant par B ;
- un demi-cercle de diamètre [AC] ;
- le symétrique du triangle BDC par rapport à la droite (BC).

### Exemple



Pour obtenir la figure ci-dessus, on a construit successivement :

- le cercle de centre O, d'axe vertical et de rayon 4 ;
- le cône ayant pour base le disque précédent et de hauteur 8, avec l'outil Extrusion Pyramide/Cône ;
- le plan parallèle au plan (Ox ; Oy) passant par le point (0 ; 0 ; 4) ;
- l'intersection de ce plan avec la surface du cône.

# Utilisation du tableur-grapheur Excel

## Statistiques à une variable

### → Pour représenter une série statistique :

- Saisir les données dans un tableau de deux lignes.
- Sélectionner les deux lignes du tableau.
- Cliquer sur [Insertion].
- Choisir la forme de représentation souhaitée dans [Graphique].
- Utiliser les différentes options du logiciel (format de la zone de graphique, afficher les données, changer les couleurs...) pour compléter le graphique.

### → Pour comparer deux séries statistiques :

- Saisir les données dans un tableau de trois lignes.
- Sélectionner les trois lignes du tableau.
- Cliquer sur [Insertion].
- Choisir dans [Graphique] la forme de représentation qui permet la meilleure comparaison.
- Utiliser les différentes options du logiciel pour compléter le graphique.

### → Pour calculer un indicateur statistique :

- Saisir toutes les données de la série étudiée, en ne mettant qu'une donnée par cellule.  
Les cellules peuvent être disposées en ligne, en colonne ou en tableau.
- Saisir, dans une cellule libre quelconque, une des formules suivantes pour obtenir l'indicateur souhaité :

Moyenne =MOYENNE(plage)

Médiane =MEDIANE(plage)

Plus petite valeur =MIN(plage)

Plus grande valeur =MAX(plage)

Remplacer (plage) par (nom de la 1<sup>re</sup> cellule : nom de la dernière cellule).

### Exemple

	A	B	C	D	E
1	Type d'appartement	T2	T3	T4	T5
2	Effectif	12	18	14	6

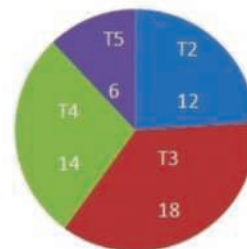
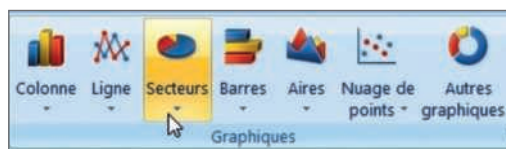


Diagramme circulaire des effectifs

### Exemple

	A	B	C	D	E
1	Type d'appartement	T2	T3	T4	T5
2	Résidence A	12	18	14	6
3	Résidence B	22	18	10	0

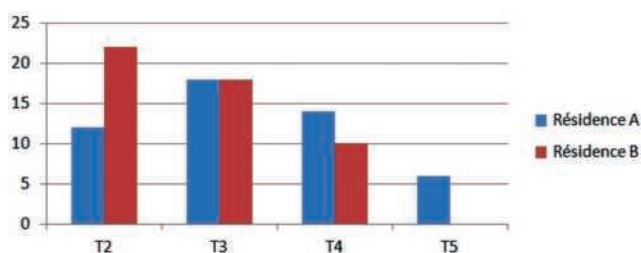
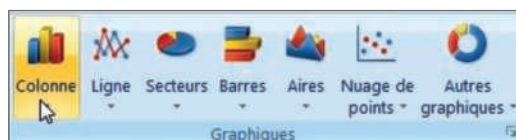


Diagramme en bâtons des effectifs

### Exemple

On donne les masses, en grammes, de 30 pommes de terre non calibrées.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	98	101	120	83	70	95	111	123	89	65
2	74	100	73	121	84	91	94	108	112	80
3	96	105	117	110	92	88	71	110	119	78

Masse moyenne	=MOYENNE(A1:J3)
Masse médiane	=MEDIANE(A1:J3)
Plus petite masse	=MIN(A1:J3)
Plus grande masse	=MAX(A1:J3)

Masse moyenne en grammes	95,9
Masse médiane en grammes	95,5
Plus petite masse en grammes	65
Plus grande masse en grammes	123

## Probabilités

### → Pour afficher un nombre aléatoire :

- Sélectionner la cellule où le nombre doit apparaître.
- Saisir dans cette cellule la formule =ALEA() pour obtenir un nombre décimal compris entre 0 et 1.
- Saisir dans cette cellule la formule =ALEA.ENTRE.BORNES(X;Y) pour obtenir un nombre entier compris entre X et Y.
- Appuyer sur la touche F9 pour obtenir un nouveau nombre aléatoire.

### Exemple

Afficher un nombre aléatoire décimal compris entre 0 et 1 dans la cellule A1 et un nombre aléatoire entier compris entre 2,5 et 45,8 dans la cellule A2.

	A
1	=ALEA()
2	=ALEA.ENTRE.BORNES(2,5;45,8)

	A
1	0,034036831
2	34

## Fonctions

### → Pour remplir le tableau de valeurs d'une fonction définie sur un intervalle :

- Saisir les valeurs de x dans les cellules de la ligne 1.
- Dans la cellule B2, saisir comme formule l'expression de  $f(x)$  obtenue en remplaçant x par B1.
- Recopier cette formule vers la droite en utilisant la poignée de remplissage de la cellule B2 (c'est la croix noire en bas de la cellule à droite).



### → Pour tracer la représentation graphique d'une fonction :

- Sélectionner les deux lignes du tableau de valeurs.
- Cliquer sur Insertion.
- Choisir Nuages de points avec Courbe lissée.

### Exemple

Soit la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 3]$  par  $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ .

B2		$f_x$		=2*B1^2-4*B1+3		
	A	B	C	D	E	F
1	x	0	0,6	1,8	2,2	3
2	f(x)	3				

B2		 =2*B1^2-4*B1+3				
	A	B	C	D	E	F
1	x	0	0,6	1,8	2,2	3
2	f(x)	3	1,32	2,28	3,88	9

