LES NOUVEAUX CAHIERS

Mathématiques CAP

Groupements A et B

CORRIGÉ

40 fiches d'activités

6 CCF

14 fiches « Je m'évalue »

D. Laurent

I. Baudet
L. Breitbach
L. Druel-Lefebvre
S. Hamon

FOUCHER

LES NOUVEAUX CAHIERS

Mathématiques

Groupements A et B

CAP

40 fiches d'activités

6 CCF

14 fiches « Je m'évalue »

D. Laurent

I. Baudet
L. Breitbach
L. Druel-Lefebvre
S. Hamon

CORRIGÉ

FOUCHER

Crédits photographiques

p. 27 ph © Rainer W. Schlegelmilch/Getty images
p. 91 ph © Phovoir images
p. 132 ph © Roger-Viollet
p. 154 ph © Charbonneau/Eureka Slide-Reporters-REA
Autres photos : © Matton images

Conception graphique
Katy Lhaïk
Mise en page
Lasergraphie
Iconographie
Eliane Usai
Schémas et infographies
Lasergraphie
Illustrateurs
Vincent Landrin / Alfonso Recio
Relecture
Sylvain Tane

SOMMAIRE

Suite SOMMAIRE

Les compétences

Durant chaque évaluation, le professeur analyse votre travail à travers **cinq compétences** :

- **s'approprier ;**
- **analyser/raisonner ;**
- **réaliser ;**
- **valider ;**
- **communiquer**.

Quel est le sens de ces verbes ? Quel est le travail attendu ? Comment s'y prendre ?
Voici quelques **conseils** et **explications** pour travailler efficacement.

COMPÉTENCES	Que dois-je faire pour bien répondre ?	Qu'est-ce que le professeur attend de moi ?
S'approprier C'est prendre connaissance de la situation et la comprendre.	– Je **lis** bien la situation et la problématique. – Je **repère** les informations qui me semblent utiles, en les surlignant par exemple. – Je **m'interroge** : quel est le problème ? Que cherche-t-on ?	– J'**indique** les données ou informations demandées. – Je **classe** les informations si cela est demandé. – J'**explique** oralement ce qu'il faut chercher lors d'un appel si l'énoncé le demande.
Analyser Raisonner C'est proposer une méthode de résolution ou faire une proposition de réponse avec les éléments à disposition.	– Je **lis** avec attention la consigne qui me donne des indications sur l'hypothèse que je dois émettre. – J'**identifie** sur quelle partie du cours porte la situation. – J'**écris** les formules ou les propriétés qui peuvent m'être utiles.	– Je **propose** une méthode de résolution en nommant les outils mathématiques à utiliser. – Je **formule** une proposition qui permet de répondre à la question posée. – Je **détaille** les étapes de ma méthode de résolution.

Réaliser C'est effectuer des calculs, lire un graphique, utiliser une simulation.	– Je **mets en œuvre** la démarche validée par le professeur. – J'**effectue** les calculs nécessaires en étant très attentif à ce que je tape sur la calculatrice. – J'**utilise** la simulation informatique si elle m'est proposée. – Je **construis** ou je **complète** un tableau, un graphique si cela m'est demandé. J'utilise l'outil informatique si nécessaire.	– Je **donne l'unité** de mesure utilisée et/ou les symboles. – J'écris toutes les étapes des calculs. – Je **justifie** mes calculs par une formule, une propriété, … – Je **laisse les traits de lecture apparents** si je fais une lecture graphique.
Valider C'est vérifier la vraisemblance des résultats ou indiquer si une proposition de réponse est juste ou fausse.	– Je **compare** mes résultats avec les données pour en vérifier la cohérence. – Je **vérifie** si l'ordre de grandeur des résultats semble possible. – J'**analyse** les résultats trouvés aux différentes questions et je **réfléchis** à leur utilisation pour répondre à la problématique.	– Je **valide** (ou non) la proposition de réponse de départ. – Je **justifie** mes conclusions en utilisant mes résultats et/ou les données.
Communiquer C'est rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'écrit ou à l'oral.	– Je m'assure que je **réponds** bien à la question posée. – J'**organise** mes réponses. – Je **réfléchis** à ce que je vais dire au professeur pendant les appels oraux.	– Je **rédige** une conclusion qui répond bien à la problématique de départ. – J'**utilise** un vocabulaire mathématique adapté. – Je **présente** un travail soigné. – Je **m'exprime** clairement au cours des appels oraux.

Deux exemples de situation pour bien comprendre ce qui est attendu

Situation 1

Violette aimerait s'acheter un scooter pour venir au lycée, ce qui lui ferait gagner beaucoup de temps.
Elle dispose de son argent de poche soit 142 € en monnaie et 553 € qu'elle a placés sur un compte épargne. Ses parents veulent bien participer en lui donnant 450 € et en lui payant son carburant, mais c'est à elle de payer son assurance pour l'année.
Violette a repéré un scooter qui lui conviendrait au prix de 905 €. Elle s'est renseignée sur les tarifs d'assurance.

Tarif de l'assurance A	Tarif de l'assurance B	Tarif de l'assurance C
25 €/mois	237 € à l'année	83 € par trimestre

Problématique

Violette dispose-t-elle d'une somme suffisante pour payer son scooter et régler son assurance pour une année ?

a S'approprier, Communiquer — **Expliquez** oralement au professeur quel est le problème à résoudre et quelles informations vous allez utiliser.

Communiquer — **Appelez** le professeur pour présenter votre réponse.

b Réaliser, Communiquer — **Répondez** à la problématique en détaillant toutes les étapes suivies.

Explication des compétences mises en jeu dans les différentes questions.

a **Expliquez** oralement au professeur quel est le problème à résoudre et quelles informations vous allez utiliser.

S'approprier

> Je **lis** bien la situation et la problématique.
> Je **repère** les informations qui me semblent utiles, en les surlignant.

Violette aimerait s'acheter un scooter pour venir au lycée, ce qui lui ferait gagner beaucoup de temps. Elle dispose de son argent de poche soit 142 € en monnaie et 553 € qu'elle a placés sur un compte épargne. Ses parents veulent bien participer en lui donnant 450 € et en lui payant son carburant, mais c'est à elle de payer son assurance pour l'année.
Violette a repéré un scooter qui lui conviendrait au prix de 905 €. Elle s'est renseignée sur les tarifs d'assurance.

Tarif de l'assurance A	Tarif de l'assurance B	Tarif de l'assurance C
25 €/mois	237 € à l'année	83 € par trimestre

Problématique

Violette dispose-t-elle d'une somme suffisante pour payer son scooter et régler son assurance pour une année ?

S'approprier

Je **m'interroge** : quel est le problème ? Que cherche-t-on ?

« Le problème est de savoir si Violette aura assez d'argent pour payer son scooter et l'assurance pour une année. Pour répondre, il faut connaître la somme d'argent dont elle dispose et le montant total à payer. »

Appel au professeur

Communiquer

Je **réfléchis** à ce que je vais dire au professeur lorsque je vais l'appeler.
Je **donne oralement** ma réponse au professeur comme cela est indiqué dans la consigne.
Au cours de l'appel oral, je m'**exprime** clairement.

Le professeur évalue la clarté et la précision de la réponse.

b **Répondez** à la problématique en détaillant toutes les étapes suivies.

Réaliser

J'**indique les étapes** de la démarche et je **donne le détail** des calculs.
J'**effectue les calculs** nécessaires en étant très attentif à ce que je tape sur la calculatrice.

Communiquer

Je **m'assure** que je réponds bien à la question posée.
J'**organise** mes réponses.
Je **rédige** une conclusion qui répond bien à la problématique de départ.
Je **présente** un travail soigné.

Le professeur évalue la justesse des réponses et la qualité de la rédaction.

Je calcule d'abord la somme d'argent dont Violette dispose en additionnant tous les montants :
$142 + 553 + 450 = 1\,145$
Violette dispose donc de 1 145 euros.

Je calcule ensuite le montant à payer avec chacune des assurances :
Avec l'assurance A :
$905 + 25 \times 12 = 1\,205$
Le total à payer serait 1 205 euros.

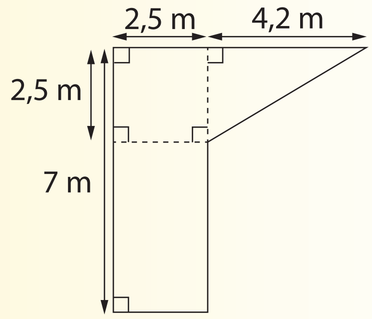
Avec l'assurance B :
$905 + 237 = 1\,142$
Le total à payer serait 1 142 euros.

Avec l'assurance C :
$905 + 83 \times 4 = 1\,237$
Le total à payer serait 1 237 euros.

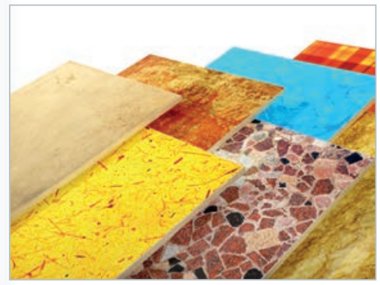
Je constate que Violette ne peut s'acheter son scooter et payer son assurance que si elle choisit l'assurance B car c'est la seule qui lui permet de ne pas dépasser son budget.

Situation 2

Lucas qui travaille dans le bâtiment doit recouvrir de carrelage le sol d'une pièce. Le plan de cette pièce est donné ci-contre.



Carrelage



12,95 €/m²
Paquet de 1 m²
Prévoir 10 % de surface supplémentaire pour les coupes.

Problématique

Combien de paquets de carrelage Lucas devra-t-il acheter ?

Pour acheter la quantité de carrelage nécessaire, Lucas doit déterminer l'aire de la pièce.

a S'approprier / Analyser — En observant le schéma, **estimez** l'aire de la pièce :
❒ moins de 10 m² ❒ entre 10 et 50 m² ❒ plus de 50 m².

b Analyser / Communiquer — **Proposez** une démarche permettant de calculer l'aire de la pièce.

Communiquer — **Appelez** le professeur pour justifier oralement les réponses **a.** et **b.**

c Réaliser — **Mettez en œuvre** la méthode validée par le professeur.

d Valider — Le résultat trouvé en **c.** est-il en accord avec la réponse donnée à la question **a.** ?

e Réaliser / Communiquer — **Répondez** à la problématique en justifiant la réponse.

Explication des compétences mises en jeu dans les différentes questions.

a En observant le schéma, **estimez** l'aire de la pièce :
❒ moins de 10 m² ☒ entre 10 et 50 m² ❒ plus de 50 m².

S'approprier — Je **lis** bien la situation et la problématique.
J'**observe** le schéma proposé avec attention, je repère les figures géométriques que je connais.

Analyser — Je **réfléchis** aux parties de cours que j'ai déjà traitées, aux méthodes que je connais pour identifier celles qui pourraient éventuellement servir à la résolution.
Je **détaille** le raisonnement suivi pour faire mon estimation.

Lors de l'appel oral, je justifie la réponse ***a.*** *:*
« J'observe que la pièce est composée d'un rectangle de dimensions 7 m sur 2,5 m, l'aire de ce rectangle à elle seule dépasse 10 m², donc la première proposition n'est pas valable.

Le rectangle qui pourrait contenir l'ensemble de la pièce aurait pour dimensions 7 m sur 6,7 m, son aire est inférieure à 50 m². Donc la dernière proposition ne convient pas.
J'en ai déduit que l'aire de la pièce est comprise entre 10 et 50 m². »

b **Proposez** une démarche permettant de calculer l'aire de la pièce.

Analyser

Je **propose** une méthode de résolution en expliquant les différentes étapes et en donnant les formules qui permettent d'effectuer les calculs.

« Pour trouver l'aire totale de la pièce, je vais la décomposer en deux figures simples dont je sais calculer l'aire : un rectangle et un triangle rectangle.

Ensuite je fais la somme de ces deux aires pour trouver l'aire totale.

Je sais que l'aire d'un rectangle est longueur × largeur et que l'aire d'un triangle est côté × hauteur associée ÷ 2. »

Le professeur vérifie que ma proposition permet bien d'aboutir à la solution.

Communiquer

Je **réfléchis** à ce que je vais dire au professeur lorsque je vais l'appeler.
J'**explique** oralement les différentes étapes que j'ai suivies au professeur.
Au cours de l'appel oral, je **m'exprime** clairement : je fais des phrases simples et courtes, j'utilise un vocabulaire précis.

c **Mettez en œuvre** la méthode validée par le professeur.

Réaliser

J'**écris** toutes les étapes des calculs.
J'**effectue** les calculs nécessaires en étant très attentif à ce que je tape sur la calculatrice.

Je calcule l'aire du rectangle : $2{,}5 \times 7 = 17{,}5$ soit $17{,}5\ m^2$.
Je calcule l'aire du triangle soit : $2{,}5 \times 4{,}2 \div 2 = 5{,}25$ soit $5{,}25\ m^2$.
Je calcule l'aire totale de la pièce : $17{,}5 + 5{,}25 = 22{,}75$.
L'aire totale de la pièce est donc $22{,}75\ m^2$.

d Le résultat trouvé en **c.** est-il en accord avec la réponse donnée à la question **a.** ?

Valider

Je **valide** (ou non) l'estimation faite au départ.
Je **justifie** mes conclusions en utilisant mes résultats et/ou les données.

Le résultat obtenu à la question c est bien compris entre 10 et 50 m^2, ce qui est en accord avec la réponse de la question ***a.***

Le professeur s'assure que la comparaison est faite.

e **Répondez** à la problématique en justifiant la réponse.

Réaliser

J'**écris** toutes les étapes des calculs.

Communiquer

Je **rédige** une conclusion qui répond bien à la problématique de départ.
Je **présente** un travail soigné.

Il faut compter 10 % de surface supplémentaire pour tenir compte des coupes :
$22{,}75 + 22{,}75 \times 10 \div 100 = 22{,}75 + 2{,}275 = 25{,}025$

On compte donc 25 m^2 de surface à carreler. Comme une boîte de carrelage permet de recouvrir 1 m^2, il faudra donc 25 boîtes.

Lucas devra donc acheter 25 boîtes pour carreler la pièce.

Repérage sur un axe

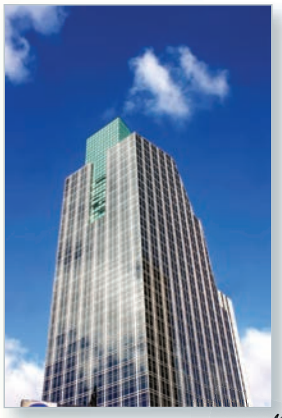
1

CAPACITÉ

→ Utiliser une graduation sur un axe pour repérer des points : connaissant l'abscisse, placer le point ; le point étant placé, donner son abscisse.

ACTIVITÉ 1 Se repérer sur un axe à l'aide de nombres positifs et négatifs

Situation



Lucas est agent technique dans un immeuble de 13 étages. En arrivant, il prend l'ascenseur au rez-de-chaussée (niveau 0) et se rend à son local technique au premier étage (niveau 1) où il récupère son matériel et son planning.

Aujourd'hui, il a quatre interventions dans son programme :

– 1re intervention : se rendre au 13e étage ;

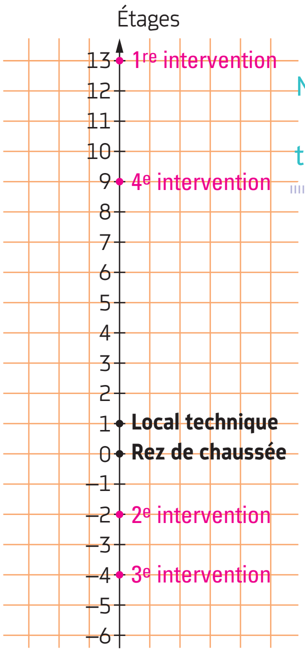
– 2e intervention : descendre au deuxième sous-sol (niveau – 2) ;

– 3e intervention : descendre deux sous-sols plus bas puis, retourner au local technique après l'intervention pour récupérer du matériel ;

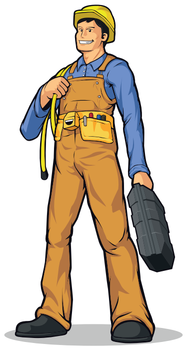
– 4e intervention : monter 8 étages.

Problématique : À quel étage a lieu la dernière intervention de Lucas ?

Vous placerez, sur l'axe ci-contre, la position de chaque intervention.



N'oubliez pas de positionner les interventions sur le graphique.



a S'approprier — **Indiquez** le nombre d'étages que Lucas doit monter pour effectuer sa première intervention : 12 .

b S'approprier — **Indiquez** le nombre d'étages qu'il doit descendre pour atteindre le deuxième sous-sol : 15 .

c S'approprier — **Déterminez** à quel niveau se situe sa troisième intervention : – 4 .

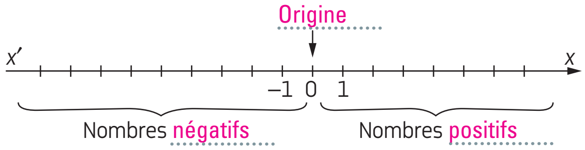
d S'approprier — Pour retourner à son local, **calculez** le nombre d'étages qu'il doit remonter : 5 .

e S'approprier / Communiquer — **Répondez** à la problématique posée en justifiant.

La dernière intervention se déroule au 9e étage car il repart du local technique situé au 1er étage soit $1 + 8 = 9$.

Je fais le point

- Une droite graduée munie d'une origine, d'une unité de longueur et d'un sens s'appelle un axe .



ACTIVITÉ 2 Positionner un point sur un axe

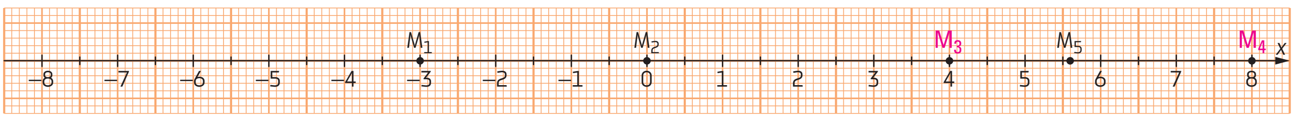
Situation

Wilson a été chargé par son professeur de sciences de relever la température extérieure toutes les deux heures pendant deux journées d'hiver consécutives.
Voici les mesures effectuées.

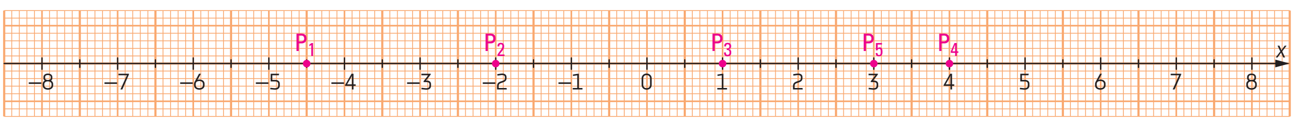
Premier jour			Deuxième jour		
Heure	**Température relevée**	**Point**	**Heure**	**Température relevée**	**Point**
8 h 00	– 3°C	M_1	8 h 00	– 4,5°C	P_1
10 h 00	0°C	M_2	10 h 00	– 2°C	P_2
12 h 00	4°C	M_3	12 h 00	1°C	P_3
14 h 00	8°C	M_4	14 h 00	4°C	P_4
16 h 00	5,6°C	M_5	16 h 00	3°C	P_5

Problématique : **Quel jour l'écart entre la température la plus basse et la température la plus haute a-t-il été le plus grand ?**

a *S'approprier* Wilson a placé les points correspondant aux mesures du premier jour sur la droite ci-dessous. Il a placé les points M_3 et M_4 mais a oublié de mettre leur nom. **Indiquez** M_3 et M_4 sur l'axe.



b *Réaliser* **Placez** les points correspondant aux mesures du deuxième jour sur la droite ci-dessous.



c *Réaliser* Le nombre qui repère la position d'un point sur l'axe est son **abscisse**.
Donnez l'abscisse des points M_1 et M_4 qui correspondent à la plus basse et à la plus haute température le premier jour.

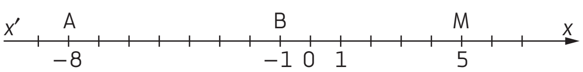
abscisse du point M_1 : – 3 abscisse du point M_4 : 8

d *Communiquer* **Répondez** à la problématique en justifiant.

C'est le premier jour que l'écart entre la plus basse température et la plus haute est le plus important car il est de 11 °C alors que le deuxième jour il est de 8,5 °C.

Je fais le point

- Un point M situé sur un axe gradué est repéré par un nombre appelé abscisse.



Exemple

Le point M est repéré par le nombre 5. On dit que 5 est l'abscisse du point M, on peut aussi noter $x_M = 5$ ou M(5). L'abscisse du point A est (– 8) et l'abscisse du point B est (– 1).

Repérage dans un plan

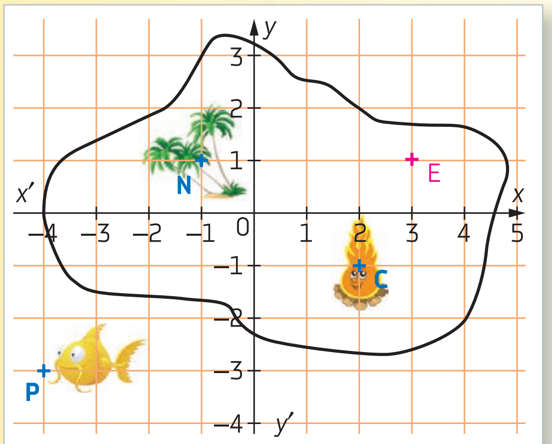
2

CAPACITÉS

Dans un plan muni d'un repère orthogonal :
- → Donner les coordonnées d'un point du plan ;
- → Placer un point du plan connaissant ses coordonnées.

ACTIVITÉ 1 Lire les coordonnées d'un point dans un repère du plan

Situation



Lors d'un jeu télévisé, des aventuriers restent sur une île déserte pendant un mois. Sur l'île, ils doivent trouver les ressources nécessaires à leur survie et leur confort.

Deux axes perpendiculaires (*xx*′) et (*yy*′) de même origine ont été dessinés sur le plan de l'île.

Le campement des aventuriers correspond au point C repéré par le couple de coordonnées (2 ; – 1) où 2 est l'**abscisse** de C et – 1 son **ordonnée**.

La source d'eau se situe au point E de coordonnées (3 ; 1) et les cocotiers chargés de noix de coco sont en N.

Problématique : **L'emplacement de la source d'eau est-il plus proche du campement que des cocotiers ?**

a *S'approprier* **Cochez** les coordonnées du point N.

❒ (– 1 ; – 1)   ☒ (– 1 ; 1)   ❒ (1 ; –1)   ❒ (1 ; 1)

b *S'approprier* L'endroit où le poisson est abondant correspond au point P. **Cochez** les coordonnées de P.

☒ (– 4 ; – 3)   ❒ (– 4 ; 3)   ❒ (– 3 ; 4)   ❒ (– 3 ; – 4)

Attention à l'ordre des nombres dans le couple : (**abscisse** ; **ordonnée**).

c *Réaliser* **Placez** le point E sur la carte.

d *Communiquer* **Répondez** à la problématique.

La source d'eau est plus proche du campement que des cocotiers.

Je fais le point

- Pour repérer des points dans le plan, on trace deux axes perpendiculaires de même origine.

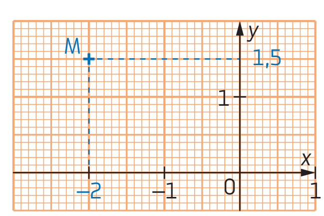
L'axe horizontal est l'axe des abscisses. L'axe vertical est l'axe des ordonnées.

Un point du plan est repéré par deux nombres : son abscisse, notée *x* et son ordonnée, notée *y*, écrits dans cet ordre. L'abscisse et l'ordonnée d'un point sont ses coordonnées.

Exemple

L'abscisse du point M est – 2. L'ordonnée du point M est 1,5.

Les coordonnées du point M sont (– 2 ; 1,5). On écrit M (– 2 ; 1,5).

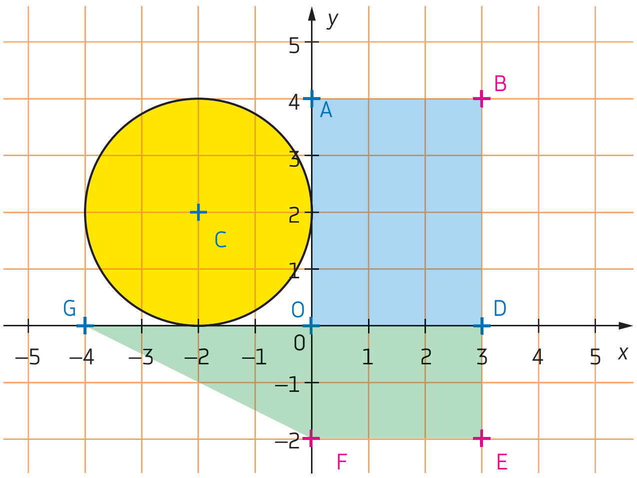


ACTIVITÉ 2 Placer un point de coordonnées données

Situation

Le logo d'une entreprise de bâtiment est élaboré à partir de trois figures géométriques différentes : un trapèze, le disque jaune dessiné dans le repère ci-dessous et une troisième figure.

Problématique : Quelle est la nature de la troisième figure qui compose le logo ?



a S'approprier — **Donnez** les coordonnées du point C, centre du disque.
C(– 2 ; 2)

b S'approprier — Les points A, O, D et G appartiennent aux figures. **Indiquez** le nom du point devant ses coordonnées.
D (3 ; 0)
O (0 ; 0)
G (– 4 ; 0)
A (0 ; 4)

c Réaliser — **Placez** les points B(3 ; 4), E(3 ;– 2) et F(0 ;– 2).

d Réaliser — **Tracez** le quadrilatère DEFG et **coloriez**-le en vert.

e Valider — Sachant qu'un trapèze est un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles, **justifiez** que le quadrilatère DEFG est bien un trapèze.

Les points F et E ayant même ordonnée, la droite (FE) est parallèle à l'axe des abscisses, les côtés opposés [GD] et [FE] sont parallèles, DEFG est donc un trapèze.

f Réaliser — **Tracez** le quadrilatère ABDO et **coloriez** la figure obtenue en bleu.

g Communiquer — **Répondez** à la problématique.

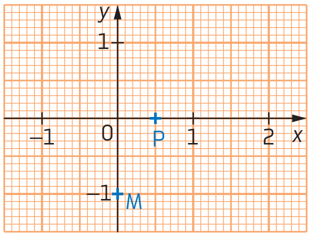
La troisième figure obtenue est un rectangle.

Je fais le point

- Un point dont l'ordonnée est nulle est situé sur l'axe des abscisses.
Un point dont l'abscisse est nulle est situé sur l'axe des ordonnées.
Le point de coordonnées (0 ; 0) est appelé l'origine.

Exemple

Le point M(0 ; – 1) est situé sur l'axe des ordonnées, le point P(0,5 ; 0) est situé sur l'axe des abscisses.



Graphiques

3

CAPACITÉS

- Déterminer graphiquement l'ordonnée d'un point d'une courbe, son abscisse étant donnée.
- Déterminer graphiquement l'abscisse d'un point d'une courbe, son ordonnée étant donnée.
- Placer des points dont les coordonnées sont des couples de nombres présentés dans un tableau.

ACTIVITÉ 1 Placer un point dont les coordonnées sont dans un tableau

Situation

Lors d'un TP en électricité, les valeurs de la tension aux bornes d'un conducteur ohmique ont été relevées ainsi que l'intensité du courant qui le traverse.

L'intensité *I* et la tension *U* sont des grandeurs proportionnelles.

Intensité (en ampères)	0,2	0,6	1	1,6
Tension (en volts)	1	3	5	8

Un dipôle ohmique est un conducteur utilisé pour réduire l'intensité du courant électrique.

Problématique : **Quelle est la valeur de la tension *U* aux bornes du dipôle ohmique lorsque l'intensité *I* qui le traverse est 1,4 A ?**

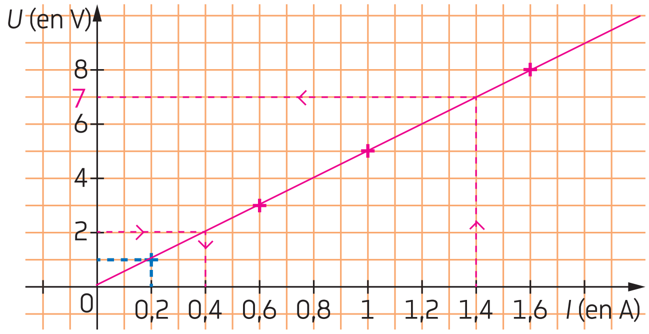
Le premier point de coordonnées (0,2 ; 1) a été placé dans le repère (croix bleue).

a Réaliser — **Placez** les 3 autres points donnés par le tableau, puis **reliez** tous les points par une droite.

b Valider — **Vérifiez** que l'abscisse du point de la droite ayant pour ordonnée 2 a pour abscisse 0,4. **Laissez** les traits de lecture apparents.

c Réaliser, Communiquer — De même, en utilisant la droite tracée, **répondez** à la problématique.

Lorsque l'intensité vaut 1,4 A, la tension est 7 V.



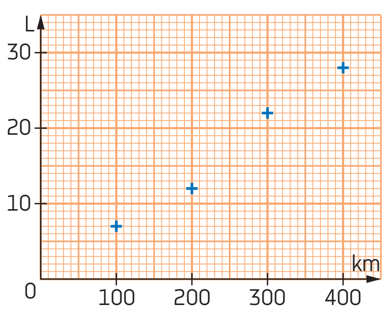
Je fais le point

- Pour représenter graphiquement les données d'un tableau de deux lignes, il faut placer des points dont les coordonnées se trouvent en colonne.

L'abscisse du point est le nombre de la première ligne, son ordonnée est le nombre de la seconde ligne.

Exemple : Le tableau donne la consommation de carburant d'une voiture en fonction de la distance parcourue. Le premier point placé a pour coordonnées (100 ; 7).

Distance (en km)	100	200	300	400
Consommation (en L)	7	12	22	28

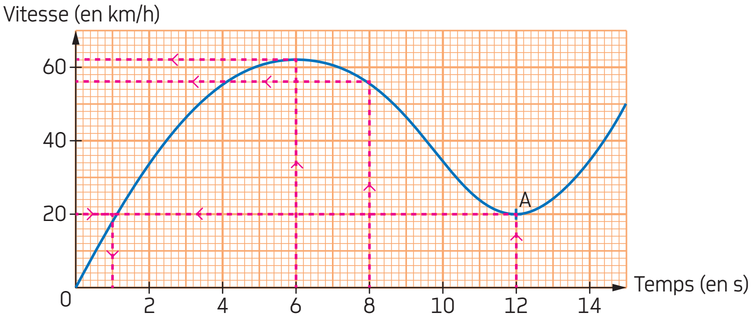


ACTIVITÉ 2 Exploiter un graphique donné

Situation

Le « train de la peur » est une des attractions d'un parc de loisirs.
Le graphique représente la vitesse du train pendant les 15 premières secondes du tour.

Problématique : **Quelle est la vitesse maximale atteinte par le train lors des 15 premières secondes ?**



a *S'approprier* En observant le graphique ci-dessus, **cochez** la ou les bonnes réponses :
- Entre 0 et 6 secondes, la vitesse du train :
☒ augmente ❐ diminue ❐ reste constante.
- Entre 6 et 12 secondes, la vitesse du train :
❐ augmente ☒ diminue ❐ reste constante.
- Entre 12 et 15 secondes, la vitesse du train :
☒ augmente ❐ diminue ❐ reste constante.

b *Réaliser* **Donnez** les coordonnées du point A : (12 ; 20)

c *S'approprier* À l'aide des coordonnées du point A, **complétez** la phrase suivante :
Au bout de 12 secondes, la vitesse est égale à 20 km/h.

d *Réaliser* **Déterminez** graphiquement la vitesse au bout de 8 secondes : 56 km/h

e *Réaliser* **Déterminez** graphiquement au bout de combien de secondes la vitesse est égale à 20 km/h : 1 s et 12 s .

f *Réaliser* *Communiquer* **Répondez** à la problématique.
La vitesse maximale atteinte par le train est d'environ 62 km/h.

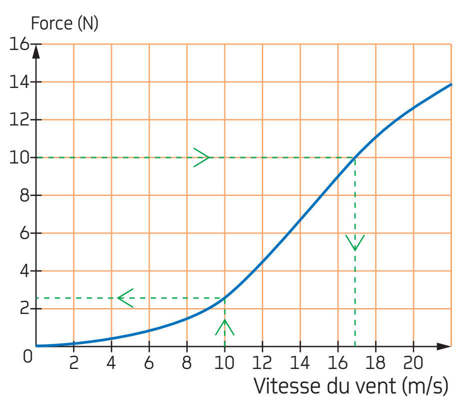
Lorsque vous déterminez des coordonnées graphiquement, il est préférable de laisser les traits de lecture apparents.

Je fais le point

- Lorsqu'on connaît l'une des coordonnées d'un point d'une courbe, on peut trouver l'autre coordonnée. Les nombres lus sur un graphique sont des valeurs approximatives.

Exemple

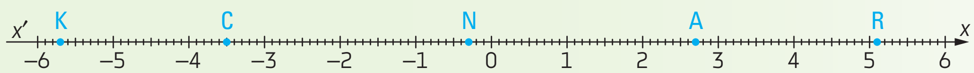
On a représenté la force (en N) exercée par le vent sur la pale d'une éolienne en fonction de la vitesse du vent (en m/s).
Pour un vent de 10 m/s, la force est environ 2,5 N.
Si la force est de 10 N, la vitesse du vent est environ 17 m/s.



Je m'entraîne

QCM

Cochez la ou les réponses exactes.



a L'abscisse du point A est :

❒ un nombre négatif ☒ un nombre positif

❒ 2,6 ☒ 2,7 ❒ 2,8

b L'abscisse du point N est :

☒ un nombre négatif ❒ un nombre positif

☒ – 0,3 ❒ – 0,2 ❒ 0,3

c Les points D et E ont la même ordonnée :

❒ vrai ☒ faux

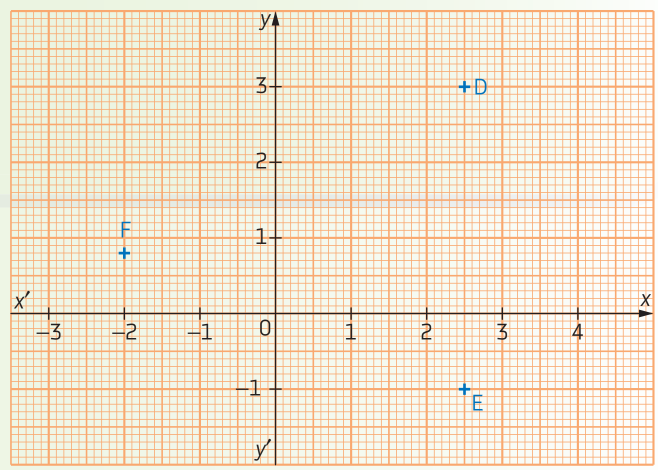
d L'abscisse du point D est :

☒ 2,5 ❒ 3 ❒ (2,5 ; 3)

e Les coordonnées du point F sont :

❒ 0,8 ❒ – 2

☒ (– 2 ; 0,8) ❒ (0,8 ; – 2)

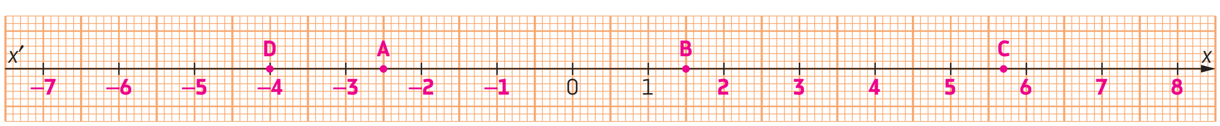


▶▶▶ Repérage sur un axe

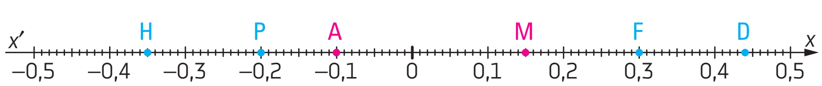
EXERCICE 1

a **Graduez** l'axe ci-dessous en respectant l'échelle indiquée.

b **Placez** les points : A(– 2,5), B(1,5), C(5,7) et D(– 4).



EXERCICE 2



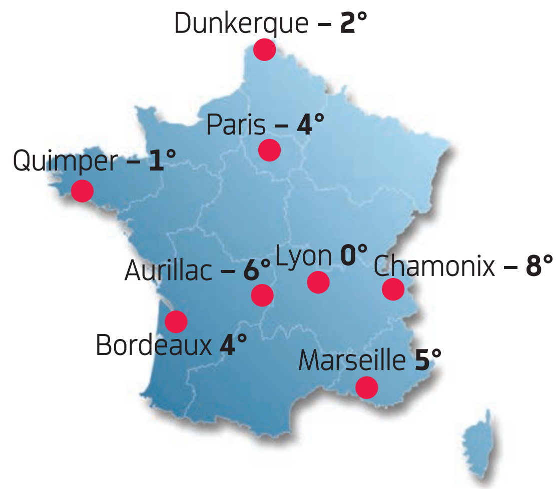
a **Donnez** les abscisses des points D, F, H, P.

x_D = 0,44 x_F = 0,3 x_H = – 0,35 x_P = – 0,2

b **Placez** le point A d'abscisse – 0,1 et le point M d'abscisse 0,15.

EXERCICE 3

La carte donne les températures, en degrés Celsius, dans huit villes de France un matin d'hiver.



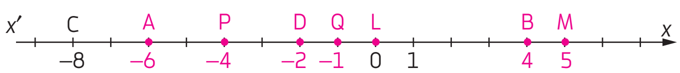
a **Citez** une ville où la température est négative.

Chamonix

b **Citez** une ville où la température est positive.

Marseille

c Sur l'axe ci-dessous, **placez** la température correspondant à chacune des villes, désignez-la par son initiale comme C pour Chamonix.



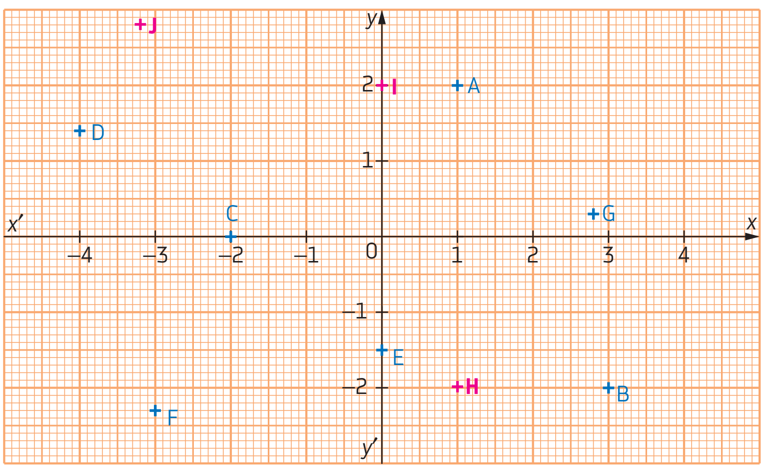
▶▶▶ Coordonnées d'un point

EXERCICE 4

a **Lisez** les coordonnées des points A, B, C, D, E, F et G.

A(1 ; 2) ; E(0 ; – 1,5) ;
B(3 ; – 2) ; F(– 3 ; – 2,3) ;
C(– 2 ; 0) ; G(2,8 ; 0,3) ;
D(– 4 ; 1,4)

b **Placez**, dans le repère ci-contre, les points H(1 ; – 2), I(0 ; 2) et J(– 3,2 ; 2,8).

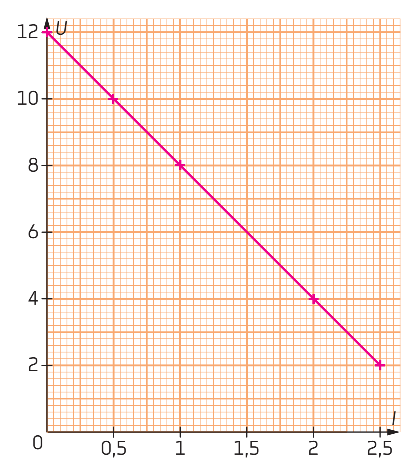


▶▶▶ Représentation graphique d'un tableau

EXERCICE 5

Voici quelques points de la caractéristique tension – intensité d'une pile.

Intensité *I* (en A)	0	0,5	1	2	2,5
Tension *U* (en V)	12	10	8	4	2



a **Placez** les points dont les coordonnées sont données par ce tableau dans le graphique ci-contre.

b **Reliez** les points consécutifs par un segment.

c **Donnez** la nature de la courbe obtenue.

On obtient un segment de droite.

Je vais plus loin

EXERCICE 6

Situation

On veut comparer l'action de deux isolants thermiques A et B. On remplit trois flacons identiques repérés par les numéros 1, 2, 3 avec de l'eau à 40 °C.

Le flacon (1) est protégé par l'isolant A et le flacon (2) par l'isolant B. Le flacon (3) n'est pas protégé et sert de témoin. On les place à l'extérieur où la température est de 5 °C.

Toutes les 5 minutes, on relève la température de l'eau dans chacun des flacons. Les résultats sont les suivants.

	Température (en °C)		
Temps (en min)	**Flacon** (1)	**Flacon** (2)	**Flacon** (3)
0	40	40	40
5	36	37	30
10	32	35	23
15	29	32	19
20	26	29	15
25	23	27	11
30	21	25	8

Un isolant thermique est un matériau qui s'oppose au transfert de chaleur.

Sur l'axe des abscisses, 2 mm représentent 1 minute et sur l'axe des ordonnées, 2 mm représentent 1 degré.

Problématique : Quel est le meilleur isolant thermique ?

a *Réaliser* **Placez** sur le graphique ci-dessous les points correspondant au flacon (1), c'est-à-dire les points de coordonnées (0 ; 40), (5 ;˜36), (10˜; 32), etc.

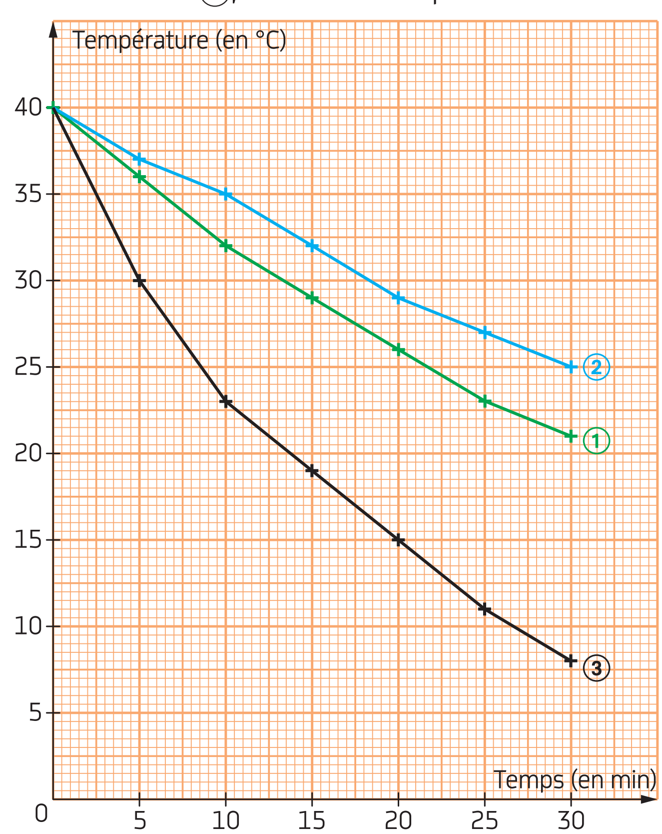
b *Réaliser* **Reliez** les points qui se suivent par des segments. **Utilisez** la couleur verte.

c *Réaliser* **Placez** sur le graphique les points correspondant au flacon (2), **joignez** les points qui se suivent par des segments. **Utilisez** la couleur bleue.

d *Réaliser* **Placez** sur le graphique les points correspondant au flacon (3) puis **reliez** les points par des segments en utilisant la couleur noire.

e *Valider* *Communiquer* **Répondez** à la problématique en justifiant.

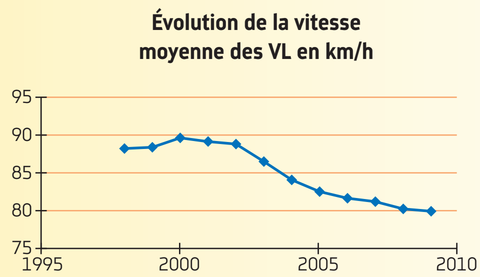
L'isolant B qui entoure le flacon (2) est le meilleur car c'est celui avec lequel la baisse de température est la moins rapide, il limite donc mieux les pertes de chaleur.

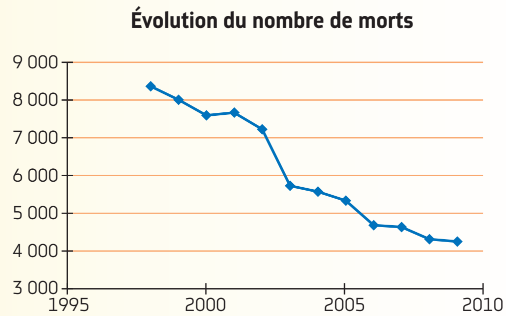


EXERCICE 7

Situation

Les graphiques proposés donnent l'évolution de la vitesse moyenne (en km/h) des véhicules légers VL et le nombre de morts sur les routes françaises de 1998 à 2009.





www.securite-routiere.gouv.fr

Problématique

La vitesse moyenne des véhicules a-t-elle un impact sur le nombre de morts sur la route ?

a *S'approprier* **Décrivez** l'évolution de la vitesse moyenne des véhicules légers sur les routes françaises de 1998 à 2009.

La vitesse moyenne des véhicules augmente un peu de 1998 à 2000 puis diminue jusqu'en 2009.

b *S'approprier* **Indiquez** à partir de quelle année la vitesse moyenne a commencé à baisser.

La vitesse a commencé à baisser à partir de l'année 2001.

c *S'approprier* **Donnez** l'année à partir de laquelle le nombre de morts est passé sous la barre des 5 000 morts.

À partir de 2006, le nombre de morts passait sous la barre de 5 000.

d *S'approprier* **Comparez** l'évolution de la vitesse moyenne des véhicules légers et du nombre de morts sur les routes françaises de 1998 à 2009.

Les courbes montrent une évolution similaire avec une diminution des moyennes entre 2001 et 2009.

e *Valider* *Communiquer* **Répondez** à la problématique en argumentant.

Entre 2002 et 2005, la baisse de la vitesse moyenne a été plus importante qu'entre 2006 et 2009 et c'est sur la période 2002-2005 que la chute du nombre de morts enregistrée est la plus importante.

Je m'évalue

Nom : ....
Prénom : ....
Date : .... Classe : ....

Situation

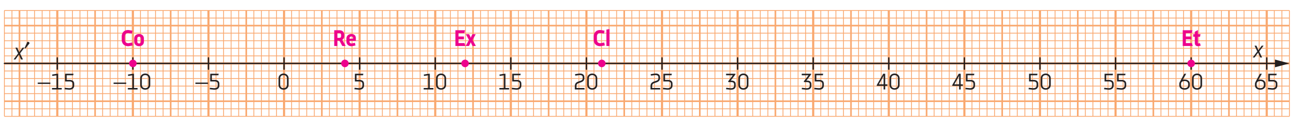
Dans le cadre d'un cours de sciences, des élèves de CAP apprennent à mesurer des températures avec différents types de thermomètres.

Problématique : **Quel instrument de mesure de température faut-il mieux privilégier pour suivre l'évolution de la température au cours du temps ?**

Les élèves ont relevé les températures suivantes : classe 21 °C, extérieur 12 °C, réfrigérateur du laboratoire 4 °C, congélateur –10 °C et étuve 60 °C.

a Réaliser

Placez sur l'axe ci-dessous les différentes températures relevées en indiquant le milieu avec deux premières lettres (exemple : Cl pour classe).



b S'approprier Communiquer

Parmi les thermomètres suivants, **indiquez** ceux qui peuvent permettre d'effectuer toutes ces mesures.

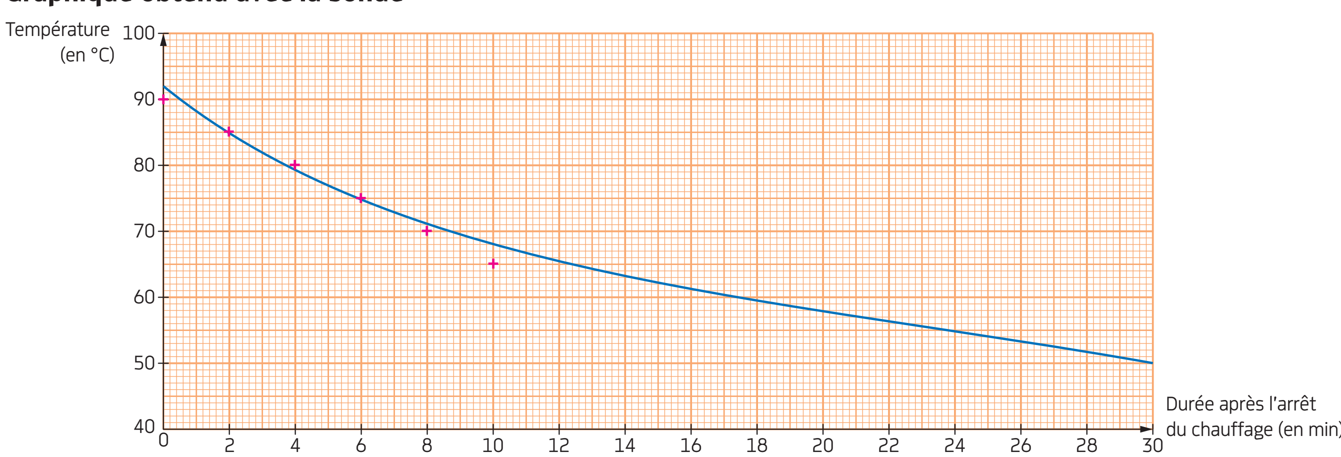
Numéro	1	2	3	4	5
Modèle et gamme de mesure	 – 50 °C / + 300 °C	 – 20 °C / 60 °C	 – 35 °C / 40 °C	 – 200 °C / 1 372 °C	 0 °C / 50 °C

Communiquer

Appelez le professeur pour justifier oralement vos choix.

Pour une expérience, les élèves ont fait chauffer de l'eau dans un ballon, puis arrêté le chauffage. Ils ont mesuré alors la température de l'eau, en fonction du temps, de deux façons : avec un thermomètre à alcool et avec une sonde de température reliée à un dispositif d'acquisition.

Graphique obtenu avec la sonde



Je m'évalue

Laisser les traits de lecture apparents.

c S'approprier

À partir du graphique obtenu avec la sonde, **déterminez** :

– la température de l'eau au début de l'enregistrement 92 °C

– la température de l'eau 4 minutes après l'arrêt du chauffage 80 °C

– au bout de combien de temps après l'arrêt du chauffage la température de l'eau est 60 °C : 17,5 min

Voici les mesures que les élèves ont effectuées avec le thermomètre.

Durée après arrêt du chauffage (en min)	0	2	4	6	8	10
Température T (°C)	90	85	80	75	70	65

d Réaliser

Placez les couples de points dans le repère de la page précédente où figure déjà la courbe obtenue avec la sonde.

e Valider / Communiquer

Dites si les mesures obtenues avec le thermomètre sont cohérentes avec celles obtenues avec la sonde.

Les mesures avec le thermomètre sont cohérentes avec celles de la sonde.

f Raisonner / Communiquer

Dites si les mesures obtenues avec le thermomètre permettent de connaître la température au bout de 5 min.

Non, ce n'est pas possible car on ne connaît pas avec certitude l'évolution de la température entre chaque mesure.

g Raisonner / Communiquer

Comparez les deux types de résultats obtenus et **répondez** à la problématique en argumentant.

L'utilisation de la sonde est plus adaptée au suivi de la température au cours du temps car l'acquisition des mesures se fait en continu durant les 30 minutes de l'expérience.

Grille d'autoévaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✔	✔	✔
S'approprier	• **Je comprends** ce qu'est une gamme de mesure. • **Je lis** correctement les informations sur le graphique.	b c			
Analyser Raisonner	• **Je ne peux pas connaître** la température entre deux points de mesure. • **J'analyse** et **compare** les deux graphiques.	f g			
Réaliser	• **Je place** correctement les points sur l'axe. • **Je place** correctement les points dans le repère.	a d			
Valider	• **Je vérifie** la cohérence entre les deux types de mesure.	e			
Communiquer	• **Je justifie** correctement les réponses avec un vocabulaire mathématique adapté. • **Je réponds** clairement à la problématique.	e f g			

Proportionnalité

4

CAPACITÉ

→ Traiter des problèmes relatifs à deux suites de nombres proportionnelles

ACTIVITÉ 1 Montrer qu'un tableau est un tableau de proportionnalité

Situation

Georges part une semaine en Angleterre et effectue plusieurs changes d'euros en livres sterling.

Nombre d'euros changés	10	20	40	50
Nombre de livres sterling obtenues	7,49	14,98	29,96	37,45

Problématique : **Georges a-t-il bénéficié du même taux de change lors de ses différentes transactions ?**

a *Réaliser*
Pour déterminer le taux de change, **calculez** le rapport $\dfrac{\text{nombre de livres sterling obtenues}}{\text{nombre d'euros changés}}$ dans chacun des quatre cas.

$\dfrac{7{,}49}{10} = 0{,}749$ $\dfrac{14{,}98}{20} = 0{,}749$ $\dfrac{29{,}96}{40} = 0{,}749$ $\dfrac{37{,}45}{50} = 0{,}749$

b *S'approprier*
Cochez la bonne réponse. Ces rapports sont-ils égaux ?

☒ Oui ❐ Non ❐ On ne peut pas savoir.

c *Valider* *Communiquer*
Répondez à la problématique en justifiant.

Georges a bénéficié du même taux de change lors de ses quatre transactions car le rapport $\dfrac{\text{nombre de livres sterling obtenues}}{\text{nombre d'euros changés}}$ est égal à 0,749 dans chacun des quatre cas.

Le taux de change d'une monnaie est le cours, c'est-à-dire le prix de cette monnaie par rapport à une autre monnaie à une date donnée.

Je fais le point

- Un tableau est un tableau de proportionnalité si le rapport du nombre de la deuxième ligne par le nombre correspondant de la première ligne est le même pour toutes les colonnes du tableau.

Exemple

×3,6 ÷3,6

Vitesse (en m/s)	1	2	5
Vitesse (en km/h)	3,6	7,2	18

Ce tableau est un tableau de proportionnalité car $\dfrac{3{,}6}{1} = \dfrac{7{,}2}{2} = \dfrac{18}{5} = 3{,}6$.

3,6 est appelé coefficient de proportionnalité, ce qui signifie que la vitesse en km/h est proportionnelle à la vitesse en m/s.

ACTIVITÉ 2 Traiter une situation de proportionnalité

Situation

Margaux a besoin de sept cartons de carrelage pour carreler sa salle de bains.

Deux cartons de carrelage valent 13,98 €. Le prix payé est proportionnel au nombre de cartons de carrelage.

Problématique : **Combien Margaux va-t-elle payer ?**

L'énoncé se traduit par le tableau de proportionnalité ci-contre :

Nombre de cartons	2	7
Prix payés en euros	13,98	p

a *S'approprier* Dans une situation de proportionnalité, on a l'égalité des produits en croix. **Complétez** les égalités :

$2 \times p = 13{,}98 \times 7$ soit $p = \dfrac{13{,}98 \times 7}{2}$

b *Réaliser* **Calculez p** : $p = 48{,}93$

c *Communiquer* **Répondez** à la problématique.

Margaux va payer 48,93 euros pour acheter les sept cartons de carrelage pour carreler sa salle de bains.

d *Réaliser* *Communiquer* **Proposez** et **mettez en œuvre** une autre méthode qui permette de retrouver la valeur de p, le prix des sept cartons.

Nous allons d'abord calculer le prix d'un carton, puis le multiplier par 7.

1^re^ étape : Calcul du prix d'un carton (en euros) : $\dfrac{13{,}98}{2} = 6{,}99$

Un carton de carrelage coûte 6,99 €.

2^e^ étape : Calcul du prix des sept cartons (en euros) : $7 \times 6{,}99 = 48{,}93$

Nous retrouvons bien la même valeur 48,93 € pour p, le prix des sept cartons.

Je fais le point

- Dans une égalité de la forme $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$, les nombres b et d étant différents de zéro, les **produits en croix** sont égaux : $a \times d = b \times c$.

Exemple

Dans une recette de sushis, la masse de saumon fumé est proportionnelle au nombre de sushis préparés.

Nombre de sushis	12	20
Masse de saumon fumé (en g)	150	m

L'égalité des produits en croix s'écrit :

$12 \times m = 150 \times 20$

Donc $m = \dfrac{150 \times 20}{12} = 250$.

Il faut 250 g de saumon fumé pour préparer 20 sushis.

Pourcentages

5

CAPCITÉ

→ Traiter des problèmes de pourcentages de la vie courante et de la vie professionnelle.

ACTIVITÉ 1 Calculer et appliquer un pourcentage

Situation

Nina et Melvin aiment le fromage. Nina a mangé 80 g de roquefort et Melvin 60 g de camembert.

Un morceau de 250 g de roquefort contient 75 g de matières grasses. Le camembert contient 45 % de matières grasses.

Problématique : Qui de Nina ou Melvin a consommé le plus de matières grasses ?

1 • Calcul du pourcentage de matières grasses dans le roquefort

1 a (Réaliser) Pour le morceau de 250 g de roquefort, **calculez** :

$$\frac{\text{masse de matières grasses}}{\text{masse de roquefort}} \times 100 = \frac{75}{250} \times 100 = 0{,}3 \times 100 = 30$$

1 b (S'approprier) **Complétez** : Le pourcentage de matières grasses dans le roquefort est 30 %.

2 • Calcul des masses de matières grasses

2 a (Réaliser) **Calculez** la masse de matières grasses contenues dans 80 g de roquefort.

$80 \times \frac{30}{100} = 24$. Il y a 24 grammes de matières grasses.

2 b (Réaliser) **Calculez** la masse de matières grasses contenues dans 60 g de camembert.

$60 \times \frac{45}{100} = 27$. Il y a 27 grammes de matières grasses.

2 c (Valider, Communiquer) **Répondez** à la problématique. **Justifiez.**

Comme 27 est supérieur à 24, Melvin a consommé plus de matières grasses que Nina.

Je fais le point

- Pour calculer le pourcentage d'une valeur A par rapport à une valeur B, on calcule le rapport $\frac{A}{B}$ et on multiplie le résultat par 100 pour obtenir le résultat sous la forme p %.

Exemple : Dans un CFA, 18 apprentis sur 20 ont obtenus leur CAP.
Le taux de réussite du CAP est 90 % car $\frac{18}{20} = 0{,}9$ et $0{,}9 \times 100 = 90$.

- Pour prendre p % d'une quantité, on multiplie cette quantité par $\frac{p}{100}$.

Exemple : Le loyer ne doit pas représenter plus de 30 % d'un salaire. Mehdi gagne 1 350 € par mois. Il peut louer un appartement 405 € par mois au maximum car $1\,350 \times \frac{30}{100} = 405$.

ACTIVITÉ 2 Retrouver une valeur initiale

Situation

Virginie a bénéficié d'une remise de 1 000 € sur l'achat de sa voiture, ce qui représente 8 % de réduction.

Problématique

Quel est le prix *v* de la voiture avant la remise ?

a S'approprier

Cochez la bonne réponse.

Une réduction de 1 000 € sur l'achat d'une voiture signifie que le prix :

- ❒ est augmenté de 1 000 €.
- ☒ est baissé de 1 000 €.
- ❒ reste identique.

b S'approprier Réaliser

Cochez la bonne réponse.

8 % de réduction signifie que si le prix est 100 €, la réduction est :

- ❒ 0,08 €.
- ❒ 0,8 €.
- ☒ 8 €.
- ❒ 92 €.

c Réaliser

Complétez la ligne *Réduction* du tableau de proportionnalité.

Réduction (en €)	8	1 000
Prix avant réduction (en €)	100	*v*

d Réaliser

Calculez *v* en utilisant l'égalité des produits en croix.

$v \times 8 = 100 \times 1\,000$ D'où $v = \dfrac{100 \times 1\,000}{8} = 12\,500$

e Communiquer

Répondez à la problématique.

Le prix *v* de la voiture avant la remise de 8 % est 12 500 euros.

Je fais le point

- Pour retrouver une valeur initiale, c'est-à-dire avant l'application d'un pourcentage d'augmentation ou de réduction, on utilise un tableau de proportionnalité qui permet de s'approprier la situation et de trouver le calcul à effectuer.

Exemple

En 2016, une entreprise a vu son chiffre d'affaires augmenter de 20 000 € par rapport à 2015, ce qui représente une augmentation de 5 %.

Pour calculer son chiffre d'affaires en 2015, nous allons utiliser un tableau de proportionnalité.

Augmentation du chiffre d'affaires (en €) entre 2015 et 2016	5	20 000
Chiffre d'affaires en 2015 (en €)	100	*x*

$x \times 5 = 100 \times 20\,000$ $x = \dfrac{100 \times 20\,000}{5} = 400\,000$

Le chiffre d'affaires de l'entreprise en 2015 était de 400 000 €.

Échelles

6

CAPACITÉ

→ Traiter des problèmes de la vie courante et de la vie professionnelle.

ACTIVITÉ 1 Calculer une échelle

Situation

Aymeric a acheté un modèle réduit de la voiture Ferrari Enzo.

Il a relevé les dimensions du modèle réduit et de la voiture réelle et les a notées dans le tableau ci-dessous.

	Longueur	Largeur	Hauteur
Dimension du modèle réduit (en cm)	20	8,5	4,8
Dimension réelle de la voiture (en cm)	480	204	115,2

Problématique : **Quelle est l'échelle du modèle réduit ?**

a S'approprier Réaliser

Vérifiez que les deux suites de nombres sont proportionnelles en calculant, dans chacun des trois cas, le rapport $\frac{\text{dimension réelle de la voiture}}{\text{dimension du modèle réduit}}$.

$\frac{480}{20} = 24$ $\frac{204}{8,5} = 24$ $\frac{115,2}{4,8} = 24$

Les rapports étant égaux, les deux suites sont bien proportionnelles.

b S'approprier

Cochez la bonne réponse dans les phrases suivantes.

• Dans cette activité, les dimensions réelles sont :

☒ 24 fois plus grandes
❒ 20 fois plus grandes
❒ 10 fois plus grandes

que les dimensions du modèle réduit.

• Sachant que si 1 cm du modèle réduit représente r cm de la vraie voiture, l'échelle du modèle réduit est $\frac{\text{dimension du modèle réduit}}{\text{dimension réelle de la voiture}} = \frac{1}{r}$.

Pour la Ferrari, $\frac{1}{r}$ = ❒ $\frac{1}{240}$ ☒ $\frac{1}{24}$ ❒ $\frac{1}{20}$ ❒ $\frac{1}{10}$.

c Communiquer

Répondez à la problématique.

L'échelle du modèle réduit est $\frac{1}{24}$.

Je fais le point

• Si 1 cm sur un plan, une carte représente r cm dans la réalité, alors l'échelle du plan, de la carte est $\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance en grandeur réelle}} = \frac{1}{r}$.

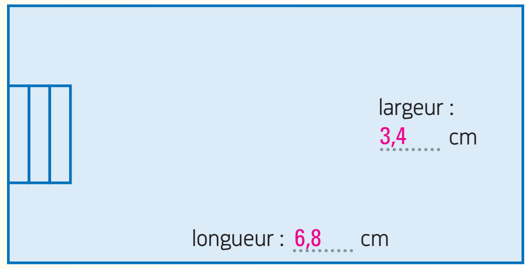
Exemple

1 cm sur un plan représente 5 m, soit après conversion 500 cm. Alors r = 500 et l'échelle est $\frac{1}{500}$.

ACTIVITÉ 2 Calculer une longueur réelle à l’aide d’une échelle

Situation

M. Leplouf envisage de se faire construire une piscine. Le plan est dessiné à l’échelle $\frac{1}{100}$.



Problématique

Quelles seront les dimensions réelles, en mètres, de la piscine de M. Leplouf ?

a S’approprier

Dans les deux phrases suivantes, **cochez** la bonne réponse.

• Une échelle $\frac{1}{100}$ signifie que 1˜cm sur le plan représente dans la réalité :

❒ 0,01˜cm ❒ 1˜cm ❒ 10˜cm ☒ 100˜cm.

° Pour dessiner ce plan, les dimensions réelles de la piscine ont été divisées par :

❒ 0,01 ❒ 10 ☒ 100 ❒ 1 000.

b Réaliser

Mesurez la longueur et la largeur de la piscine sur la figure ci-dessus et **complétez** les mesures directement sur cette figure.

c Réaliser

Complétez les cases 1, 2 et 3 dans le tableau de proportionnalité ci-dessous.

Mesure sur le plan (en cm)	1	2 6,8	3 3,4
Mesure réelle (en cm)	1 100	4 680	5 340

d Réaliser

Les dimensions dans la réalité étant proportionnelles aux dimensions mesurées sur la figure, **calculez** les valeurs correspondant aux cases 4 et 5.

4 $= 6{,}8 \times 100 = 680$ 5 $= 3{,}4 \times 100 = 340$

e Communiquer

Répondez à la problématique.

La longueur réelle de la piscine est 680 cm, soit 6,8 m.

La longueur réelle de la piscine est 340 cm, soit 3,4 m.

Je fais le point

● Si l’échelle d’un document (carte, plan, croquis, etc.) est égale à $\frac{1}{r}$, 1˜cm sur le document représente r cm dans la réalité.

● Lorsqu’un document est réalisé à l’échelle $\frac{1}{r}$, les dimensions sur le document sont proportionnelles aux dimensions réelles.

Exemple : Le plan d’une salle de bains est à l’échelle $\frac{1}{20}$. Donc $r = 20$.

La longueur réelle du bac de douche est 1,4°m, soit 140°cm.

Sa longueur sur le plan est égale à 7°cm car $140 \div 20 = 7$.

La largeur du radiateur sur le plan est de 3°cm.

Sa largeur réelle est 60°cm car $3 \times 20 = 60$.

Je m'entraîne

Cochez la ou les réponses exactes.

a Les deux suites de nombres du tableau ci-dessous sont proportionnelles.

0,3	2,5	4	5
1,5	12,5	20	24

☐ Vrai ☒ Faux ☐ On ne peut pas savoir.

b Voici un tableau de proportionnalité.

0,8	2	3	4,5
3,36	8,4	12,6	18,9

Le coefficient de proportionnalité est :

☒ $\frac{21}{5}$ ☐ 0,238 ☒ 4,2.

c Le pourcentage que représentent 15 demi-pensionnaires sur une classe de 24 élèves est :

☐ 15 % ☒ 62,5 % ☐ 24 %.

d Sur un plan de construction de maison, 8 m sont représentés par 16 cm.

L'échelle du plan est : ☐ 2 ☐ $\frac{1}{2}$ ☒ $\frac{1}{50}$.

▶▶▶ Coefficient de proportionnalité

EXERCICE 1

Complétez le tableau de proportionnalité suivant sachant que son coefficient de proportionnalité est 4.

$\times$ 4

0,8	1,5	1,85	4,5	31,2
3,2	6	7,4	18	124,8

EXERCICE 2

Brian a une voiture qui consomme en moyenne 5,8 litres de gasoil tous les 100 km.

Pour répondre aux questions suivantes, vous pouvez utiliser ou non le tableau de proportionnalité ci-dessous.

a Quel est le nombre de litres de gasoil consommé pour une distance de 500 km ?

$\frac{5{,}8 \times 500}{100} = 29$ litres.

b Combien de kilomètres la voiture peut-elle parcourir avec 60 L ? **Arrondissez** au kilomètre.

$\frac{60 \times 100}{5{,}8} \approx 1\,034$ kilomètres.

Nombre de litres de gasoil	5,8	29	60
Nombre de km parcourus	100	500	1 034

▶▶▶ Pourcentages

EXERCICE 3

Un commerçant vous accorde une réduction de 15 % sur le prix d'un lit valant 159 €.

a) Quel est le montant de la remise ? Vous pouvez ou non utiliser un tableau de proportionnalité.

Montant de la réduction (en €)	15	23,85
Montant initial (en €)	100	159

$\frac{15 \times 159}{100} = 23,85$

La remise est de 23,85 euros.

b) Quel est le montant payé après la réduction ?

159 – 23,85 = 135,15. Le montant payé après réduction est 135,15 euros

EXERCICE 4

Coralie bénéficie de la carte SNCF « Famille nombreuse ». Elle paie son billet de train 36 € au lieu de 60 €.

a) Quel pourcentage du prix avant réduction paie-t-elle ?

Montant après réduction (en €)	36	x
Montant avant réduction (en €)	60	100

$\frac{36 \times 100}{60} = 60$. Elle paie 60 % du prix.

b) De quel pourcentage de réduction bénéficie-t-elle ? 100 % – 60 % = 40 %.

c) Quelle carte « Famille nombreuse » possède-t-elle ? **Cochez** la bonne réponse.

Réduction de : ❒ 30 % ☒ 40 % ❒ 50 % ❒ 75 %

▶▶▶ Échelle de réduction

EXERCICE 5

Sur un plan, 5 cm représente 1 m dans la réalité.

Calculez l'échelle du plan.

1 m = 100 cm ; $r = \frac{100 \times 1}{5} = 20$ L'échelle du plan est $\frac{1}{20}$.

EXERCICE 6

L'échelle d'une carte routière est 1/250 000.

a) La distance réelle entre Surgères et Puydrouard, deux villes de Charente-Maritime, est de 12 km. **Calculez**, en centimètres, la distance sur la carte.

12 km = 1 200 000 cm. $1\,200\,000 \times \frac{1}{250\,000} = 4,8$

La distance sur la carte entre les deux villes est 4,8 cm.

b) La distance sur la carte entre Bernay, située dans l'Eure, et Gacé, ville de l'Orne, est 16 cm. **Calculez**, en kilomètres, la distance réelle entre ces deux villes.

$16 \times 250\,000 = 4\,000\,000$ 4 000 000 cm = 40 km

La distance réelle entre ces deux villes est 40 km.

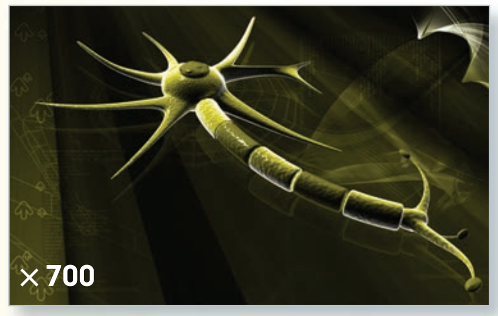
Je vais plus loin

EXERCICE 7

Situation

En cours de Prévention Santé Environnement, le professeur vous distribue une photographie d'un neurone observé avec un microscope optique.

L'indication « × 700 » est notée sur cette photo. Le noyau du neurone mesure 2,1˜mm sur la photo.



Problématique : Quelle est la taille réelle du noyau du neurone en millimètres ?

a S'approprier — **Indiquez** l'échelle d'agrandissement (ou grossissement) de ce microscope.

L'échelle d'agrandissement de ce microscope est 700.

b Réaliser / Communiquer — **Répondez** à la problématique.

Dans ce cas, comme il s'agit d'un grossissement, il faut diviser la taille du noyau du neurone sur la photo par l'échelle d'agrandissement : $2,1 \div 700 = 0,003$ mm.

La taille réelle du noyau du neurone est 0,003 mm.

EXERCICE 8

Situation

M. Tousseux a reçu un remboursement de la Sécurité sociale de 10,04 € pour une boîte de médicaments.

Problématique : Sachant que la boîte de médicaments est remboursée à 65 %, quel est le prix de la boîte de médicaments ?

a S'approprier — **Cochez** la bonne réponse.

65 % de remboursement signifie que si le prix de la boîte de médicaments est 100˜€, alors le remboursement par la Sécurité sociale est 65˜€.

☒ vrai ☐ faux

b Réaliser — **Complétez** le tableau de proportionnalité ci-dessous.

Montant du remboursement (en €)	10,04	65
Prix des médicaments (en €)	15,45	100

$\frac{10,04 \times 100}{65} \approx 15,45$

c Communiquer — **Répondez** à la problématique.

Le prix de la boîte de médicaments est 15,45 euros.

EXERCICE 9

Situation

Une entreprise compte 200 employés dont 60 % de femmes ; 55 % des femmes et 35 % des hommes ont moins de 40 ans.

Problématique : **Est-il vrai que 45 % des employés ont moins de 40 ans ?**

Analyser
Réaliser

Répondez à la problématique en détaillant les étapes de la démarche suivie.

1re étape : calcul du nombre de femmes : $200 \times \frac{60}{100} = 120$.

2e étape : calcul du nombre de femmes de moins de 40 ans : $120 \times \frac{55}{100} = 66$.

3e étape : calcul du nombre d'hommes : $200 - 120 = 80$.

4e étape : calcul du nombre d'hommes de moins de 40 ans : $80 \times \frac{35}{100} = 28$.

5e étape : calcul du nombre d'employés de moins de 40 ans : $66 + 28 = 94$.

6e étape : calcul du pourcentage que représentent ces employés de moins de 40 ans par rapport au nombre total d'employés de l'entreprise : $\frac{94}{200} = 0{,}47$, soit 47 %.

7e étape : réponse à la problématique : Non, il n'est pas vrai que 45 % des employés ont moins de 40 ans. Le pourcentage réel est 47 %.

EXERCICE 10

Situation

Un dessinateur prépare le plan d'une maison dont la surface au sol est un rectangle de longueur 16 m et de largeur 12 m.

Il veut en faire un plan sur une feuille de papier A3 de dimensions 42˜cm par 29,7˜cm.

Problématique : **Parmi les échelles suivantes, quelles sont celles qu'il peut choisir pour que le plan puisse être réalisé sur sa feuille : 1/200 ; 1/100 ; 1/50 ; 1/20 ; 1/10 ?**

a Analyser
Communiquer

Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

On peut convertir les quatre longueurs dans la même unité puis calculer l'échelle maximale qui peut convenir à la fois pour la longueur et la largeur.

b Réaliser

Mettez en œuvre votre méthode.

Longueur feuille A3 = 42 cm = 0,42 m — Largeur feuille A3 = 29,7 cm = 0,297 m.

$16 \div 0{,}42 \approx 38$ — L'échelle maximale pour la longueur est inférieure à 1/38.

$12 \div 0{,}297 \approx 40$ — L'échelle maximale pour la largeur est inférieure à 1/40.

c Valider
Communiquer

Répondez à la problématique en justifiant.

Les échelles qui peuvent être choisies sont 1/200, 1/100 et 1/50 car elles doivent être inférieures à 1/40, échelle maximale calculée au **b**.

Je m'évalue

Nom : ....
Prénom : ....
Date : .... Classe : ....

Situation

Lydia doit effectuer une livraison entre Cholet et Les Sables d'Olonne.

En moyenne, sa camionnette consomme 9 litres d'essence pour 100 kilomètres.

Il reste 25 litres d'essence dans le réservoir de sa camionnette.

Voici le plan dont elle dispose. L'échelle de ce plan est 1/2 000 000.

Problématique

Lydia a-t-elle raison quand elle dit que le réservoir de sa camionnette contient assez d'essence pour faire l'aller-retour entre Cholet et Les Sables d'Olonne ?

1 • Calcul de la longueur en centimètres entre Cholet et Les Sables d'Olonne sur le plan

1 a *S'approprier* Sur le plan, **nommez** les points correspondant à la ville de Cholet et la ville des Sables d'Olonne.

Le point E correspond à la ville de Cholet et le point A à la ville des Sables d'Olonne.

1 b *Réaliser* **Mesurez** sur le plan la longueur de chacun des segments AB, BC, CD, DE en centimètres.

AB = 2 cm   BC = 1,8 cm   CD = 0,8 cm   DE = 0,7 cm

1 c *Réaliser* **Calculez** la longueur AB + BC + CD + DE sur le plan en centimètres.

$2 + 1,8 + 0,8 + 0,7 = 5,3$ cm

2 • Calcul de la longueur réelle en kilomètres entre Cholet et Les Sables d'Olonne

2 a *S'approprier* **Cochez** la bonne réponse.

L'échelle du plan est 1/2 000 000. Cela signifie que 1 cm sur le plan représente dans la réalité :

❐ 0,000 002 cm   ❐ 2 cm   ❐ 2 000 cm   ☒ 2 000 000 cm.

2 b *Réaliser* **Calculez,** en centimètres, la distance réelle qui sépare Cholet et Les Sables d'Olonne.

$5,3 \times 2\,000\,000 = 10\,600\,000$. La distance est 10 600 000 cm.

2 c *Réaliser* **Convertissez,** en kilomètres, la distance calculée à la question précédente en utilisant éventuellement le tableau de conversion des longueurs ci-dessous.

		km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1	0	6	0	0	0	0	0	

10 600 000 cm = 106 km

2 d *Valider* **Cochez** la bonne réponse.

La distance entre Cholet et Les Sables d'Olonne est environ de :

❐ 11 km   ☒ 110 km   ❐ 1 100 km.

3 • Réponse à la problématique

3 a Analyser Communiquer **Proposez** une méthode pour répondre à la problématique.

1re étape : calculer le nombre de litres d'essence nécessaires pour parcourir l'aller-retour en utilisant l'égalité des produits en croix dans un tableau de proportionnalité.

2e étape : comparer le nombre de litres restant dans le réservoir avec celui calculé lors de l'étape 1.

Communiquer **Appelez** le professeur pour présenter votre méthode.

3 b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode permettant de répondre à la problématique.

Nombre de litres d'essence	9	....
Nombre de kilomètres parcourus	100	212

Nombre de litres d'essence nécessaires pour parcourir 212 km :

$\dfrac{9 \times 212}{100} = 19{,}08$ L.

$19{,}08 \text{ L} < 25 \text{ L}$

3 c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique en justifiant.

Lydia a raison car son réservoir contient 25 litres d'essence, valeur supérieure aux 19,08 litres nécessaires pour faire l'aller-retour Cholet-Les Sables d'Olonne.

Grille d'autoévaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition ✔ (rouge)	✔ (orange)	✔ (vert)
S'approprier	• **Je repère** sur le plan les 2 villes concernées. • **Je connais** la signification de l'échelle 1/2 000 000.	1 a 2 a			
Analyser Raisonner	• **Je propose** une méthode de résolution possible.	3 a			
Réaliser	• **Je mesure** des longueurs sur le plan. • **Je calcule** la somme des longueurs. • **Je calcule** en cm une distance. • **Je convertis** en km cette distance. • **J'effectue** les calculs correspondant à la méthode de résolution choisie.	1 b 1 c 2 b 2 c 3 b			
Valider	• **Je vérifie** si mon calcul de distance correspond à une des propositions de distance. • **Je justifie** ma réponse à la problématique.	2 d 3 c			
Communiquer	• **J'explique** clairement comment je vais procéder pour répondre à la problématique. • **J'expose** ma démarche en employant le vocabulaire adapté. • **Je réponds** clairement à la problématique.	3 a A 3 c			

Représentation graphique de la proportionnalité

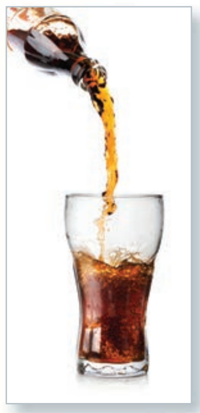
7

CAPACITÉS
- → Vérifier que l'on a une situation de proportionnalité en réalisant une représentation graphique.
- → Passer d'un tableau de proportionnalité à sa représentation graphique, et inversement.

ACTIVITÉ 1 D'un tableau de proportionnalité à sa représentation graphique

Situation

Aurélien aime boire des sodas. Il sait qu'une consommation excessive de sucre est mauvaise pour sa santé.
D'après l'Organisation mondiale de la santé (OMS), la masse de sucre apportée par notre alimentation ne doit pas dépasser 50 g par jour.
La masse de sucre contenue dans les sodas est proportionnelle au volume de soda. En moyenne, un verre de 100 mL de soda contient 10,6 g de sucre.



Problématique : **Sachant qu'Aurélien ne consomme pas d'autres produits sucrés, combien de litres de soda peut-il boire par jour sans risque pour sa santé ?**

a Réaliser — **Complétez** le tableau de proportionnalité.

Volume de soda (en L)	0,1	0,3	0,6	0,8
Masse de sucre (en g)	10,6	31,8	63,6	84,8

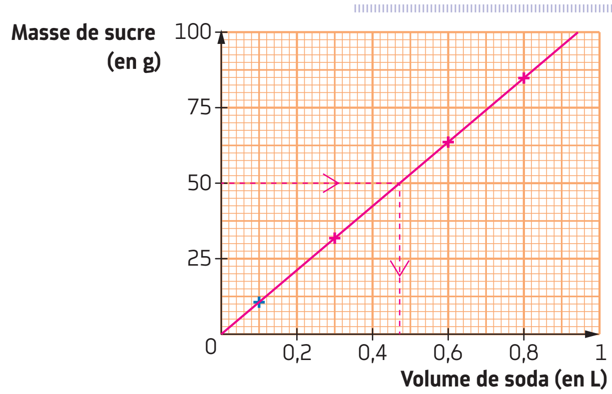
× 106 ÷ 106

Le point de coordonnées (0,1 ; 10,6) a été placé sur le graphique ci-dessous.

b S'approprier — **Indiquez** les coordonnées des trois autres points du graphique donnés par le tableau.
(0,3 ; 31,8), (0,6 ; 63,6), (0,8 ; 84,8)

En abscisses, 1 mm correspond à 0,02 L et en ordonnées, 1 mm correspond à 2,5 g.

c Réaliser — **Placez** ces points sur le graphique.



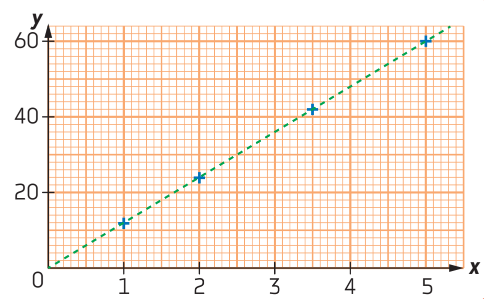
d Valider — **Prenez** une règle et **vérifiez** que les quatre points sont alignés avec l'origine du repère.

e Analyser / Communiquer — **Proposez** une méthode pour répondre à la problématique et **donnez** une réponse.

On se place sur le graphique à $y = 50$, et après tracé les traits de lecture nécessaires, on lit la valeur de x correspondante.
Ici, on peut lire $x = 0,47$. Aurélien peut boire 0,47 L de soda.

Je fais le point

- Une **situation de proportionnalité** est représentée graphiquement par des points alignés entre eux et avec l'origine du repère.



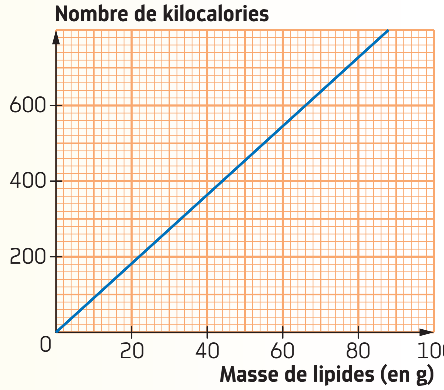
ACTIVITÉ 2 Passer du graphique au tableau de proportionnalité

Situation

On s'intéresse maintenant à la quantité de lipides apportée par les repas d'Aurélien. Durant la journée, il a consommé les aliments suivants.

	Matin	Midi	Soir	
				
Quantité de lipides (en grammes)	12	50	18	

En abscisses, 1 mm correspond à 2 g et en ordonnées, 1 mm correspond à 20 kcal.



Problématique

Pour un homme, l'OMS recommande de ne pas dépasser un apport énergétique par jour en lipides de 600 kcal. Aurélien a-t-il respecté les recommandations de l'OMS concernant son apport en lipides ?

a *Analyser* *Communiquer* **Proposez** une méthode pour répondre à la problématique. Attention, on ne demande pas de faire des calculs.

On calcule la quantité de lipides absorbés par Aurélien durant la journée et on lit graphiquement à combien de kilocalories cela correspond.

Ou bien, on détermine graphiquement le nombre de kilocalories correspondant à chaque aliment et on les additionne.

b *Réaliser* **Complétez** le tableau à l'aide du graphique.

Masse de lipides (en g)	10	20	40	50
Nombre de kcal	90	180	360	450

c *Réaliser* **Vérifiez** que ce tableau est un tableau de proportionnalité.

$\frac{90}{10} = 9 \quad \frac{180}{20} = 9 \quad \frac{360}{40} = 9 \quad \frac{450}{50} = 9$

Les rapports sont égaux ; c'est un tableau de proportionnalité.

d *Valider* *Communiquer* **Répondez** à la problématique en justifiant votre réponse.

Aurélien a absorbé $12 + 50 + 18 = 80$ g de lipides dans la journée ; soit $80 \times 9 = 720$ kilocalories, or $720 > 600$.

Aurélien n'a donc pas respecté les recommandations de l'OMS.

Je fais le point

• Si tous les points d'un graphique sont alignés avec l'origine du repère, alors ce graphique traduit une **situation de** proportionnalité que l'on appelle également **situation de type linéaire**.

Exemple : Du tissu est vendu 12 € le mètre. Le prix payé est proportionnel à la longueur de tissu achetée.

Graphique

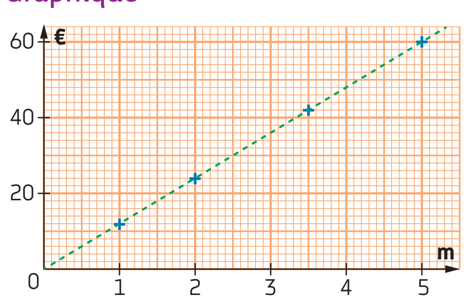


Tableau de proportionnalité

Longueur de tissu (en m)	1	2	3,5	5
Prix payé (en €)	12	24	42	60

Expression algébrique d'une situation linéaire

8

CAPACITÉS
- Vérifier que l'on a une situation de proportionnalité à l'aide d'une expression algébrique.
- Passer d'un tableau de proportionnalité à l'expression algébrique, et inversement.

ACTIVITÉ 1 Passer d'un tableau de proportionnalité à l'expression algébrique

Situation

En période de soldes, un magasin affiche un taux de remise identique sur tous les articles.
Zoé a relevé les prix de plusieurs articles avant et après la remise.

Prix avant la remise (en €) : x	15	25	100	130
Prix après la remise (en €) : y	9	15	60	78

$\times 0,6$

Problématique : **Quel est le prix après remise d'un article dont le prix avant remise est 65 € ?**

a Réaliser / Communiquer — **Vérifiez** que le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité.

$\frac{9}{15} = 0,6 \quad \frac{15}{25} = 0,6 \quad \frac{60}{100} = 0,6 \quad \frac{78}{130} = 0,6$

Les rapports sont égaux ; c'est un tableau de proportionnalité.

b S'approprier — **Indiquez** le coefficient de proportionnalité dans le tableau de la situation.

c Analyser — **Cochez,** parmi les trois égalités, celle qui correspond à la situation.
Si on désigne par y le prix, en €, d'un article après remise et par x son prix avant remise, en €, alors :
☒ $y = 0,6 \times x$ ❐ $y = x \div 0,6$ ❐ $x = 0,6 \times y$

d Réaliser / Valider / Communiquer — En utilisant l'égalité que vous avez choisie, **répondez** à la problématique. **Donnez** le détail de vos calculs.

On calcule y pour $x = 65$; $y = 0,6 \times 65 = 39$.

Un article qui avant remise coûte 65 € vaut après remise 39 €.

e S'approprier / Analyser — **Cochez** la bonne réponse.
Le pourcentage de remise du magasin est de : ❐ 60 % ☒ 40 % ❐ 50 %

Je fais le point

- Si les valeurs y d'une grandeur sont proportionnelles aux valeurs x d'une autre grandeur, on a la relation : $y = a \times x$ ou $y = ax$ où a est le coefficient de proportionnalité.
La formule trouvée est **l'expression algébrique** de la situation de proportionnalité.
- Suivant les situations, les lettres x et y peuvent être remplacées par une autre lettre : V pour un volume, d pour une distance…

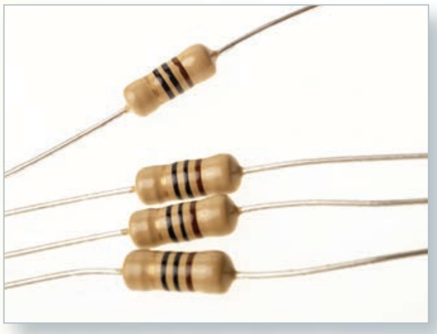
Exemple

Du tissu est vendu à 12 € le mètre. Le prix payé P, en €, est proportionnel à la longueur de tissu achetée L, en m. On a l'égalité $P = 12L$ qui est l'expression algébrique de cette situation de proportionnalité.

ACTIVITÉ 2 Passer de l'expression algébrique au graphique

Situation

On utilise un conducteur ohmique R dans un montage électrique.
On note ***I*** l'intensité du courant, en ampères, qui circule dans ce conducteur ohmique et ***U*** la tension, en volts, à ses bornes.
U et *I* sont liées par la relation : $U = 5 \times I$.



Problématique : **Comment peut-on vérifier graphiquement que la tension *U* est proportionnelle à l'intensité *I* pour ce conducteur ohmique ?**

a *Réaliser* **Calculez** *U* si $I = 4$ ampères pour le conducteur ohmique R.

$U = 5 \times 4 = 20$. La tension vaut 20 V si l'intensité du courant vaut 4 A.

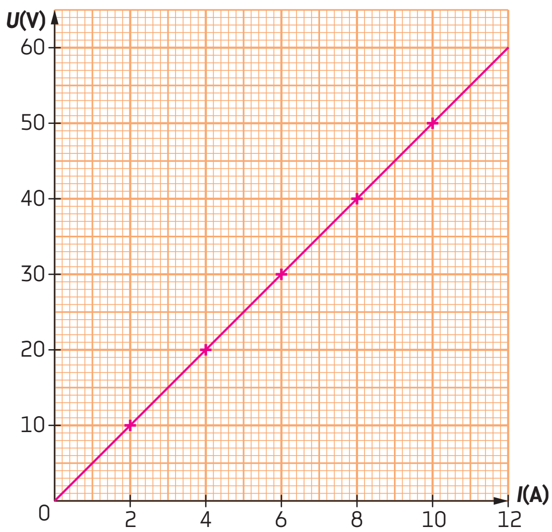
b *Réaliser* **Complétez** le tableau ci-contre.

Intensité *I* (en ampères)	0	2	4	6	8	10
Tension *U* (en volts)	0	10	20	30	40	50

c *S'approprier* Le point de coordonnées (2 ; 10) est un point de la représentation graphique de cette situation. **Trouvez** de même les coordonnées de cinq autres points.

- (0 ; 0)
- (8 ; 40)
- (6 ; 30)
- (4 ; 20)
- (10 ; 50)

d *Réaliser* **Placez** les six points sur le graphique et **reliez**-les à la règle.



e *Valider* *Communiquer* **Répondez** à la problématique en argumentant.

On peut vérifier que la tension est proportionnelle à l'intensité en calculant les coordonnées de plusieurs points à partir de l'expression $U = 5 \times I$.
On place ces points dans un repère et on vérifie qu'ils sont alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère.

Je fais le point

- Une situation de proportionnalité peut être définie de trois manières : une expression algébrique, un tableau de valeurs ou une représentation graphique.

Exemple

Une halte-garderie propose un tarif de 3,50 € l'heure de garde. Le prix payé *P*, en €, est proportionnel au nombre d'heures *H*.

Expression algébrique

Le coefficient de proportionnalité est : $a = 3,50$
Donc $P = 3,50 \times H$

Représentation graphique

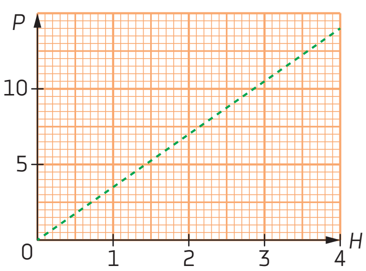


Tableau de valeurs

×3,50

H (en h)	1	3
P (en €)	3,50	10,50

Construire et exploiter un graphique >J'utilise un logiciel

9

ACTIVITÉ 1 Comprendre l'art

Situation

Le professeur de mathématiques de Timéo et François souhaitent travailler sur le tableau ci-contre constitué uniquement de carrés.

Problématique

François affirme que l'aire d'un carré est proportionnelle à la longueur du côté du carré. Timéo répond : « Mais n'importe quoi ! C'est le périmètre qui est proportionnel à la longueur du côté ! ». Qui a raison ?

Ouvrez le fichier **03_carre.xls.**

1. Périmètre du carré

Voir, si nécessaire, Je fais le point de la page 129.

Travaillez sur la feuille Périmètre du carré.

1 a (Analyser) **Cochez** la formule qu'il faut entrer dans la cellule **B2** pour calculer le périmètre du carré.
☐ =A1*4 ☐ =B1+4 ☒ =B1*4 ☐ =0,5*4

1 b (Réaliser) **Entrez** la formule choisie et **validez**. **Recopiez** cette formule jusqu'à la cellule **J2**.

1 c (Réaliser) **Sélectionnez** les deux lignes du tableau, de la cellule **A1** à la cellule **J2**.

1 d (Réaliser) **Cliquez** sur l'icône Graphique pour obtenir la représentation graphique correspondante.

1 e (Valider) Les points obtenus sont : ☒ alignés ☐ non alignés.

2. Aire du carré

Voir, si nécessaire, Je fais le point de la page 131.

Travaillez sur la feuille Aire du carré.

2 a (Analyser) **Cochez** la formule qu'il faut entrer dans la cellule **B2** pour calculer l'aire du carré.
☐ =B1*2 ☒ =B1*B1 ☐ =0,5*0,5 ☐ =A1*A1

2 b (Réaliser) **Entrez** la formule choisie et **validez**. **Recopiez** cette formule jusqu'à la cellule **J2**.

2 c (Réaliser) **Sélectionnez** les deux lignes du tableau, de la cellule **A1** à la cellule **J2**.

2 d (Réaliser) **Cliquez** sur l'icône Graphique pour obtenir la représentation graphique correspondante.

2 e (Valider) Les points obtenus sont : ☐ alignés ☒ non alignés.

3. Exploitation des deux graphiques

(Valider, Communiquer) **Répondez** à la problématique en justifiant vos réponses.

Timéo a raison car le seul graphique qui traduit une situation de proportionnalité est celui correspondant au périmètre, contrairement à celui de l'aire du carré. Voir fichier 03_carre_corrigé.xls

> J'utilise un logiciel

ACTIVITÉ 2 Lire un abaque

Situation

Charly éclaire son coin salon pendant 5 heures. Il ne veut pas consommer plus de 40 Wh.

Ouvrez le fichier **03_abaque.ggb.**

Un abaque est un ensemble de courbes. L'abaque tracé à l'écran est constitué de cinq segments de droite. Cet abaque représente l'énergie consommée *E*, en wattheures, en fonction de la durée d'utilisation *t*, en heures, de différentes ampoules basse consommation.

Pour une puissance d'ampoule donnée, l'énergie consommée est proportionnelle à la durée.

Problématique : **Quelles sont les puissances des ampoules que Charly peut utiliser ?**

1. Détermination graphique de la puissance de l'ampoule 1

1 a Réaliser **Déplacez** le curseur violet pour faire varier la durée d'utilisation de l'ampoule 1.

1 b S'approprier **Complétez** le tableau de proportionnalité ci-dessous à l'aide des coordonnées du point M relevées à l'écran.

t (en h)	0	2	5	7	10
E (en Wh)	0	10	25	35	50

Ce coefficient correspond à la puissance de l'ampoule en watts.

1 c Analyser Réaliser **Calculez** le coefficient de proportionnalité de ce tableau.

$\frac{10}{2} = 5$

1 d Analyser Communiquer **Donnez** l'expression algébrique de la puissance *E* en wattheures, en fonction du temps *t* en heures.

$E = 5 \times t$

2. Lecture sur l'abaque

2 a S'approprier **Décochez** la case « *Point M* » et **lisez** sur le graphique la durée d'utilisation maximale pour les différentes ampoules pour ne pas consommer plus de 40 Wh.

Ampoule 1 : 8 h
Ampoule 2 : 5,7 h
Ampoule 3 : 3,6 h
Ampoule 4 : 2,9 h
Ampoule 5 : 1,7 h

Aide à la lecture : cochez la case Aide question 2. a.
Cette case n'apparaît que si vous décochez la case Point M.

2 b Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

Charly peut utiliser l'ampoule 1 et l'ampoule 2.

Je m'entraîne

Cochez la réponse exacte.

a Parmi les expressions suivantes, celle qui correspond à une situation de proportionnalité est :

☒ $y = 2 \times x$ ☐ $y = \dfrac{5}{x}$ ☐ $y = 8 \times x^2$

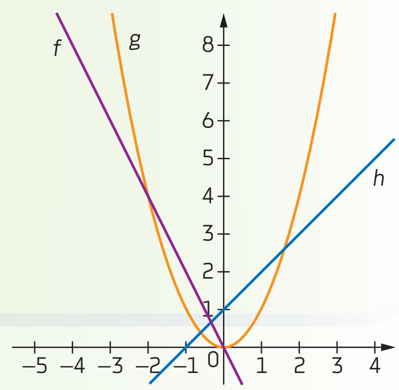
b L'expression algébrique correspondant au tableau de proportionnalité ci-dessous est :

☐ $y = 0{,}25 \times x$ ☒ $y = 4 \times x$ ☐ $y = \dfrac{1}{4} \times x$

x	1,5	2
y	6	8

c Parmi les représentations graphiques ci-contre, celle qui correspond à une situation de proportionnalité est la :

☒ f ☐ g ☐ h



d Le prix moyen du mètre cube d'eau en France est de 3,78 €. On note P le prix payé en euros et V le volume d'eau consommé en mètres cubes.
L'expression algébrique qui traduit cette situation de proportionnalité est :

☒ $P = 3{,}78 \times V$ ☐ $V = 3{,}78 \times P$ ☐ $P = \dfrac{3{,}78}{V}$

▶▶▶ D'un tableau de proportionnalité au graphique et à l'expression algébrique

EXERCICE 1

Dans la baie de Rio (au Brésil), un téléphérique permet d'atteindre le sommet du Pain de Sucre situé à une altitude de 396 m. La durée de la montée est de 2 minutes 30 secondes pour une distance parcourue de 750 mètres.
La distance parcourue D (en m) est proportionnelle à la durée t (en s) du parcours.

a **Complétez** le tableau suivant.

Durée t (en s)	0	30	60	120	150
Distance D (en m)	0	150	300	600	750

Calculs : 2 min 30 s = 150 s $\dfrac{750}{150} = 5$; $30 \times 5 = 150$; $300 \div 5 = 60$; $120 \times 5 = 600$
L'égalité des produits en croix permettrait d'obtenir le même résultat.

b **Donnez** le coefficient de proportionnalité du tableau. Il vaut 5.

c **Écrivez** la relation entre la distance D et la durée t. $D = 5 \times t$

d **Placez**, sur le repère de la page suivante, les points dont les coordonnées sont données par colonne dans le tableau.

e **Tracez** la droite passant par ces points.

f **Expliquez** si cette droite est représentative de la proportionnalité entre les deux grandeurs D et t. **Justifiez** la réponse.

Cette droite est représentative de la proportionnalité car les points obtenus sont alignés sur une droite passant par le point (0 ; 0).

g **Déterminez** graphiquement, en laissant les traits permettant la lecture :

– la distance parcourue en 80 secondes :

En 80 s, on parcourt 400 m.

– la durée du trajet pour une distance de 500 m :

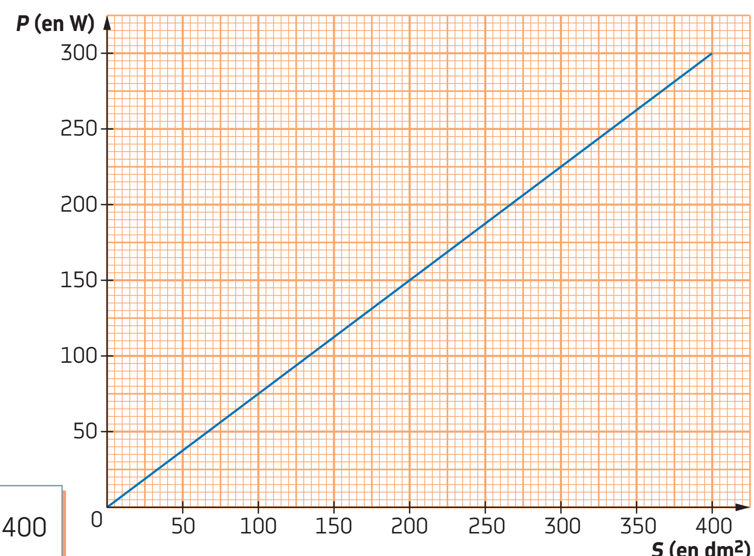
On parcourt 500 m en 100 s.

▶▶▶ Passage du graphique au tableau et à l'expression algébrique

EXERCICE 2

Pour maintenir l'eau d'un aquarium à la température désirée, on utilise un chauffe-eau électrique dont la puissance électrique *P* dépend de la surface *S* des parois vitrées de l'aquarium.

Le graphique représente la puissance P, en watts, en fonction de la surface S, en dm². S peut varier de 0 dm² à 400 dm².



a **Expliquez** pourquoi ce graphique représente une situation de proportionnalité.

Les points étant alignés sur une droite passant par l'origine du repère, c'est une situation de proportionnalité.

b **Complétez** le tableau suivant à l'aide du graphique.

Surface vitrée *S* (en dm²)	0	100	160	400
Puissance chauffe-eau *P* (en W)	0	75	120	300

c **Vérifiez** que ce tableau est un tableau de proportionnalité et **donnez** son coefficient de proportionnalité.

$\frac{75}{100} = 0,75$; $\frac{120}{160} = 0,75$; $\frac{300}{400} = 0,75$.

Les rapports étant égaux, il s'agit d'un tableau de proportionnalité dont le coefficient de proportionnalité vaut 0,75.

d **Écrivez** l'expression algébrique donnant P en fonction de S : $P = 0,75 \times S$

Je vais plus loin

EXERCICE 3

Situation

Pour éviter la prolifération des bactéries et que l'eau ne se trouble, José veut équiper sa piscine d'une pompe capable de filtrer 7 m³ d'eau en 25 minutes.

Il se rend chez un revendeur qui lui propose 2 pompes :

– une pompe 1 dont le débit est de 15 m³ d'eau par heure ;

– une pompe 2 capable de filtrer un volume V d'eau, en m³, en fonction du temps t, en heures, selon l'expression $V = 20 \times t$.

Problématique : **Les pompes proposées conviennent-elles aux besoins de José ?**

1 • Étude de la pompe 1

1a S'approprier / Réaliser

À partir des informations concernant la pompe 1, **complétez** le tableau de proportionnalité.

Temps (en min)	0	5	10	45	60
Volume d'eau filtré (en m³)	0	1,25	2,5	11,25	15

Ouvrez le fichier **03_piscine.ggb.**

1b Réaliser

Dans le repère, 3 points A(0 ; 0), B(5 ; 1,25) et C(10 ; 2,5) sont placés. Dans le champ de saisie, **créez** les points D et E correspondant à $t = 45$ min et $t = 60$ min.

1c Réaliser

Avec l'outil « *droite passant par 2 points* », **tracez** la droite passant par les points A et B, et **vérifiez** qu'elle passe également par les points C, D et E.

1d Réaliser

Relevez le volume d'eau qu'il est possible de recycler en 25 minutes :

$V = 6{,}25$ m³ Voir Fichier 03_piscine_corrigé.ggb

2 • Étude de la pompe 2

2a S'approprier / Réaliser

Convertissez 25 minutes en heures. **Arrondissez** votre résultat au centième.

25 min ≈ 0,42 h

2b Réaliser

En utilisant l'expression algébrique de la pompe 2, **calculez** le volume d'eau qu'il est possible de recycler en 25 minutes.

$V = 20 \times 0{,}42 = 8{,}4$ m³

3 • Exploitation des résultats obtenus

Valider / Communiquer

En exploitant les résultats des questions **1d** et **2b**, **répondez** à la problématique. **Justifiez** votre réponse.

José devant filtrer 7 m³ en 25 minutes, il n'y a que la pompe n° 2 qui convient.

EXERCICE 4

Situation

Pour équiper sa nouvelle entreprise, Maxime vient d'investir dans l'achat de plusieurs machines-outils pour un montant de 1 080 000 €.
Il peut ainsi produire des pièces d'usinage qu'il revend au prix de 360 € l'unité. En moyenne, il vend 500 pièces par an.

Problématique

Au bout de combien d'années le montant des ventes sera-t-il égal au prix des machines-outils ?

a S'approprier Analyser **Proposez** une stratégie mathématique permettant de répondre à la problématique. Attention, on ne demande pas de faire de calculs.

À voir avec les élèves ; plusieurs stratégies sont possibles.

b Réaliser **Calculez**, en €, le montant des ventes annuelles de Maxime.

$500 \times 360 = 180\,000$ €.

c Réaliser **Complétez** le tableau suivant.

Nombre d'années de production	1	3	5	7	9
Nombre de pièces vendues : *x*	500	1 500	2 500	3 500	4 500
Prix de vente des pièces (en €) **: *y***	180 000	540 000	900 000	1 260 000	1 620 000

× 360

d Analyser **Exprimez** le prix de vente des pièces *y*, en €, en fonction du nombre *x* de pièces vendues.

$y = 360 \times x$

Ouvrez le fichier **03_machineoutil.ggb.**

e Réaliser Le point A(500 ; 180 000) a déjà été placé ; ce point correspond à la première année de production. Dans le champ de saisie, **créez** les points B, C, D et E correspondant respectivement aux 3^e^, 5^e^, 7^e^ et 9^e^ années de production.

f Réaliser Avec l'outil « *Droite passant par 2 points* », **tracez** la droite passant par les points A et B en vérifiant qu'elle passe également par les autres points C, D et E.

g Valider Dans la fenêtre « *Algèbre* », **vérifiez** que l'équation de la droite obtenue est identique à celle trouvée à la question **d**.

h Réaliser Dans le champ de saisie, **tapez** : $y = 1\,080\,000$.

i Réaliser Communiquer À l'aide de l'outil « *Intersection entre 2 objets* », **pointez** avec la souris le point d'intersection des deux droites que vous avez obtenues. **Écrivez** les coordonnées du point d'intersection F obtenu dans la fenêtre « *Algèbre* ». F(3 000 ; 1 080 000) Voir Fichier 03_machineoutil_corrigé.ggb

j Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

Maxime doit produire 3 000 pièces. Or $3\,000 \div 500 = 6$.

Le montant des ventes sera égal au prix d'achat des machines-outils au bout de 6 ans.

Je m'évalue

Nom : ....
Prénom : ....
Date : .... Classe : ....

Situation

Paul vient d'acheter son premier appartement. Les murs ne sont pas en très bon état et il doit y passer un enduit avant de les repeindre.
Paul choisit un enduit qui s'obtient en mélangeant un sac contenant 40 kg de plâtre avec 20 litres d'eau. Avec 25 kg de plâtre, il peut enduire 5 m².

Problématique : **Sachant que Paul a une surface de 18 m² à enduire, quelles quantités de plâtre et d'eau Paul doit-il prévoir ?**

1 • Choix d'une démarche

1 Analyser Communiquer **Proposez** une démarche pour répondre à la problématique. On ne demande de calculer.

À voir en fonction des propositions des élèves.

....

Communiquer **Appelez** le professeur pour lui exposer votre démarche.

2 • Calcul de la quantité de plâtre

2 a Réaliser La masse de plâtre m, en kilogrammes, est proportionnelle à la surface S, en m², à enduire. **Complétez** le tableau suivant et **indiquez** dans la bulle le coefficient de proportionnalité.

$\times 0{,}2$

Masse de plâtre (en kg) **:** m	5	25	50	100
Aire de la surface à enduire (en m²) **:** S	1	5	10	20

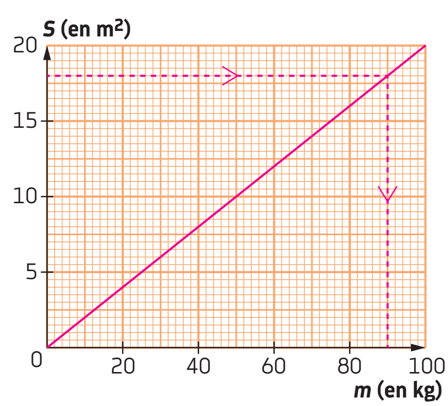
Calculs : Calcul du coefficient de proportionnalité : $\frac{5}{25} = 0{,}2$.

D'où $5 \times 0{,}2 = 1$; etc., ou l'égalité des produits en croix : $5 \times 5 \div 25 = 1$, etc.

2 b Réaliser **Placez**, sur le repère ci-dessous, les points dont les coordonnées sont données par colonne dans le tableau. **Tracez** la droite passant par ces points.

2 c Valider Communiquer **Dites** si la droite obtenue est représentative de la proportionnalité entre la masse de plâtre et l'aire de la surface à enduire. **Justifiez** la réponse.

La masse de plâtre et l'aire de la surface à enduire sont proportionnelles car on obtient des points alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère.



2 d Réaliser **Déterminez** graphiquement la masse de plâtre dont Paul aura besoin. **Laissez** les traits de lecture apparents.

Paul aura besoin de 90 kg de plâtre.

Je m'évalue

3 • Calcul de la quantité d'eau

3 a Réaliser — Le volume V d'eau rajouté, en litres, est proportionnel à la masse m de plâtre, en kg. **Complétez** le tableau suivant.

Masse de plâtre (en kg) **:** m	40	100	160
Volume d'eau (en L) **:** V	20	50	80

$\times 0{,}5$

3 b S'approprier — **Donnez** le coefficient de proportionnalité : $\frac{20}{40} = 0{,}5$

3 c Analyser — **Écrivez** l'expression de V en fonction de m : $V = 0{,}5 \times m$

3 d Réaliser — En utilisant l'expression obtenue à la question précédente, **calculez** le volume d'eau correspondant à la masse de plâtre trouvée à la question **2f**.

$V = 0{,}5 \times 90 = 45$. Il faut 45 L d'eau.

4 • Exploitation des résultats

Communiquer — **Répondez** à la problématique.

Pour une surface de 18 m², Paul aura besoin de 90 kg de plâtre et de 45 L d'eau.

Grille d'autoévaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition ✔ (rouge)	✔ (orange)	✔ (vert)
S'approprier	• **Je reconnais** le coefficient de proportionnalité.	2 a 3 b			
Analyser Raisonner	• **Je propose** une démarche pour répondre à la problématique. • **Je propose** l'expression algébrique qui correspond à la situation.	1 3 c			
Réaliser	• **Je calcule** les valeurs manquantes d'un tableau de proportionnalité. • **Je place** des points dans un repère. • **Je trace** une droite passant par plusieurs points. • **Je détermine** graphiquement une valeur et dessine les traits de lecture correspondants. • **J'utilise** une expression algébrique pour calculer un résultat.	2 a 3 a 2 b 2 b 2 d 3 d			
Valider	• **Je reconnais** graphiquement une situation de proportionnalité. • **Je vérifie** si je peux répondre ou non à la problématique.	2 c			
Communiquer	• **J'expose** clairement à l'écrit et à l'oral ma démarche en employant le vocabulaire adapté. • **Je justifie** mes réponses. • **Je réponds** clairement à la problématique.	1 (A) 2 c 4			

Équations du 1er degré à une inconnue

10

CAPACITÉ

→ Résoudre algébriquement une équation du type $ax + b = c$ où x est l'inconnue.

ACTIVITÉ 1 Découvrir le vocabulaire des équations

Situation

Lisa a cuisiné des madeleines, toutes identiques. La recette précise qu'il faut 0,025 kg de farine par madeleine.

Lisa a utilisé un paquet de 1,5 kg de farine. Il reste 0,6 kg de farine dans le paquet à la fin de sa préparation.

On note n le nombre de madeleines préparées par Lisa.

Problématique : Combien de madeleines Lisa a-t-elle préparées ?

a *S'approprier* Parmi les quatre égalités suivantes, **cochez** celle qui traduit l'énoncé :

❒ $n + 0{,}6 = 1{,}5$ ❒ $0{,}025n + 1{,}5 = 0{,}6$ ☒ $0{,}025n + 0{,}6 = 1{,}5$ ❒ $0{,}025n + 0{,}6 = 1{,}5n$

b *Réaliser* **Calculez** la valeur de l'expression $0{,}025n + 0{,}6$ en remplaçant l'inconnue n par 26.

$0{,}025 \times 26 + 0{,}6 = 1{,}25$

c *Réaliser* **Calculez** la valeur de l'expression $0{,}025n + 0{,}6$ en remplaçant n par 36.

$0{,}025 \times 36 + 0{,}6 = 1{,}5$

d *Réaliser* **Calculez** la valeur de l'expression $0{,}025n + 0{,}6$ en remplaçant n par 46.

$0{,}025 \times 46 + 0{,}6 = 1{,}75$

La valeur de n pour laquelle l'égalité est vraie est appelée **solution** de l'équation.

e *Valider* Parmi les trois valeurs de n proposées aux questions **b.**, **c.**, **d.**, **cochez** celle qui donne comme résultat 1,5 après calcul dans l'expression $0{,}025n + 0{,}6$ˉ:

❒ 26 ☒ 36 ❒ 46

f *Valider* *Communiquer* **Répondez** à la problématique en justifiant votre réponse.

Lisa a préparé 36 madeleines car l'égalité $0{,}025n + 0{,}6 = 1{,}5$ est vraie quand n est remplacé par 36.

Je fais le point

- Une **équation à une inconnue** est une égalité où figure une lettre dont on ne connaît pas la valeur.
- La lettre est l'inconnue de l'équation.
x est la lettre la plus souvent utilisée.
- Le signe = sépare l'équation en deux membres : le premier membre correspond à ce qui est écrit à gauche du signe = ; le second membre correspond à ce qui est écrit à droite du signe =.

Exemple

L'équation suivante est une équation du premier degré à une inconnue x.

$$3x + 2 = 26$$

Premier membre Second membre

ACTIVITÉ 2 Résoudre une équation du type $ax + b = c$

Situation

Aurélie a été désignée par ses camarades pour s'occuper de l'achat de 10 calculatrices.

Elle passe la commande par correspondance et les frais de port s'élèvent à 4,90 €. Aurélie fait un chèque de 164,80 €.

On note x le prix d'une calculatrice.

Problématique : Quel est le prix d'une calculatrice, hors frais de transport ?

a S'approprier

Parmi les trois égalités suivantes, **cochez** celle qui traduit l'énoncé :

☐ $10x = 164,80$ ☐ $10x = 164,80 + 4,90$ ☒ $10x + 4,90 = 164,80$

On décide de calculer la valeur de x **dans l'équation** $10x + 4,90 = 164,80$.

b Réaliser

Isolez dans le membre de gauche le terme qui contient x en soustrayant 4,90 dans les deux membres de l'équation.

$10x + 4,90 - 4,90 = 164,80 - 4,90$ $\quad 10x = 159,90$

c Réaliser

Divisez les deux membres par 10 afin d'obtenir la valeur de x.

$\frac{10x}{10} = \frac{159,90}{10}$ $\quad$ D'où $x = 15,99$

Ce résultat est la **solution** de l'équation.

d Communiquer

Répondez à la problématique.

Le prix x d'une calculatrice, hors frais de transport, est 15,99 euros.

Je fais le point

- **Résoudre une équation**, c'est trouver la ou les valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vraie. Ces valeurs sont les solutions de l'équation.

Exemple

$3x - 2 = 22$ est une équation du premier degré à une inconnue x.

Pour résoudre l'équation, on la transforme en une équation plus simple qui a les mêmes solutions.

La résolution de cette équation nécessite deux étapes.

1re étape

On additionne ou on soustrait le même nombre à chacun des deux membres.

$3x - 2 + 2 = 22 + 2$; $3x = 24$

2e étape

On multiplie ou on divise les deux membres par le même nombre non nul.

On termine en donnant la valeur de l'inconnue.

$$\frac{3x}{3} = \frac{24}{3}$$

$x = 8$

La solution de l'équation est 8.

Problèmes du 1er degré à une inconnue

11

CAPACITÉ

→ Résoudre un problème dont la formalisation conduit à une équation du type $ax + b = c$ où x est l'inconnue.

ACTIVITÉ 1 Mettre en équation un problème de périmètre

Situation

Un propriétaire veut entourer son terrain par trois rangs de fil de fer barbelé. Il dispose de six rouleaux de 100 mètres de fil de fer.
Après la pose, il lui reste 58,8 mètres de fil. On note p la longueur du périmètre du terrain, c'est-à-dire la longueur du tour de ce terrain.

Problématique : **Quel est le périmètre du terrain ?**

a *S'approprier* **Cochez** la bonne réponse. La longueur totale de fil de fer barbelé à poser est :
- ❒ égale à la longueur du périmètre du terrain, soit p.
- ☒ égale à trois fois la longueur du périmètre du terrain, soit $3p$.
- ❒ égale à six fois la longueur du périmètre du terrain, soit $6p$.

b *S'approprier* **Cochez** l'équation qui traduit l'énoncé : ❒ $p + 58{,}8 = 100$ ❒ $3p + 58{,}8 = 100$ ☒ $3p + 58{,}8 = 600$.

c *Réaliser* **Résolvez** cette équation.

$3p + 58{,}8 = 600$ $3p + 58{,}8 - 58{,}8 = 600 - 58{,}8$

$3p = 541{,}2$ $\frac{3p}{3} = \frac{541{,}2}{3}$ $p = 180{,}4$

d *Communiquer* **Répondez** à la problématique.

Le périmètre du terrain est 180,4 mètres.

Ouvrez le fichier **04_perimetre.xls.**

e *S'approprier* **Saisissez** dans la cellule **A2** la longueur de fil de fer barbelé disponible. Voir 04_perimetre_corrigé.xls

f *Réaliser* Pour calculer le périmètre, **saisissez** dans la cellule **E2** la formule correcte à choisir parmi les trois proposées : ❒ =(B2–A2)/C2 ❒ =(A2–C2)/B2 ☒ =(A2–B2)/C2.

g *Communiquer* **Comparez** le résultat obtenu dans la cellule **E2** à celui de la question **1c**.

Le résultat obtenu dans la cellule E2 est le même que celui de la question 1c, à savoir 180,4.

Je fais le point

• **Mettre un problème en équation**, c'est traduire une ou plusieurs phrases de l'énoncé par une équation.

Exemple

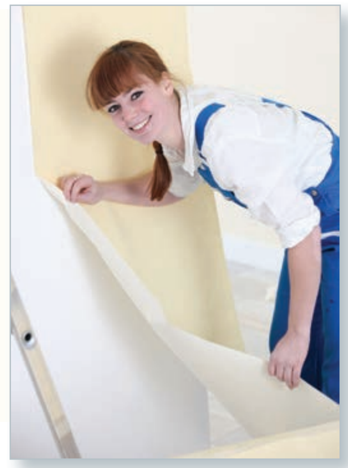
Lidia veut partager équitablement des bonbons entre ses six amis. Elle a en tout cinquante-sept bonbons. Après le partage, il lui reste trois bonbons.
Si on appelle n le nombre de bonbons donnés à chaque ami, cet énoncé se traduit par l'équation : $6n + 3 = 57$.

ACTIVITÉ 2 Résoudre un problème à l'aide d'une équation

Situation

Un hôtel est composé de quinze chambres identiques. Le gérant de l'hôtel décide de faire retapisser toutes les chambres. Il a acheté cent neuf rouleaux de papier peint.

À la fin des travaux, il reste quatre rouleaux de papier peint non entamés.
On note x le nombre de rouleaux nécessaires pour tapisser une chambre.



Problématique

Combien de rouleaux sont nécessaires pour tapisser une chambre ?

a S'approprier

Cochez la bonne réponse.

❐ Nombre de rouleaux nécessaires pour 15 chambres = nombre de rouleaux achetés + nombre de rouleaux restants

☒ Nombre de rouleaux achetés = nombre de rouleaux nécessaires pour 15 chambres + nombre de rouleaux restants

b S'approprier

Exprimez, en fonction de x, le nombre de rouleaux nécessaires pour tapisser les 15 chambres de l'hôtel :

$15x$

c S'approprier

Traduisez les informations de l'énoncé par une équation : $15x + 4 = 109$

d Réaliser

Résolvez l'équation précédente.

$15x + 4 = 109$ $\quad 15x + 4 - 4 = 109 - 4$

$15x = 105$ $\quad \dfrac{15x}{15} = \dfrac{105}{15}$ $\quad x = 7$

e Communiquer

Répondez à la problématique.

Sept rouleaux de papier peint sont nécessaires pour tapisser une des chambres de l'hôtel.

Vérification : $15 \times 7 + 4 = 109$

Je fais le point

- Certains énoncés de problèmes peuvent se traduire par une équation.
La résolution de l'équation permet de donner la solution du problème.

- Pour mettre un problème en équation et le résoudre, on peut suivre les étapes suivantes :

EXEMPLE

Lidia veut partager équitablement des bonbons entre ses six amis. Elle a en tout cinquante-sept bonbons. Après le partage, il lui reste trois bonbons. Combien de bonbons Lidia a-t-elle donné à chacun de ses amis ?

– Lire et analyser l'énoncé, puis choisir une inconnue. ➜ On appelle n le nombre de bonbons donnés à chaque ami.

– Écrire l'équation traduisant la situation. ➜ L'énoncé se traduit par l'équation $6n + 3 = 57$

– Résoudre l'équation. ➜ $6n = 57 - 3$ $\quad 6n = 54$ $\quad n = \dfrac{54}{6}$ $\quad n = 9$

– Donner le résultat. ➜ 9 est solution de cette équation. Lidia a donné neuf bonbons à chacun de ses six amis.

– Vérifier s'il est conforme au problème posé. ➜ Vérification : $6 \times 9 + 3 = 54 + 3$. Le résultat est 57.

Je m'entraîne

Cochez la ou les réponses exactes.

a L'équation $2x - 3 = 5$ a comme solution : ☐ 0 ☐ 3 ☒ 4.

b L'équation $5{,}5 = 3y + 2{,}2$ a comme solution : ☐ – 1,1 ☒ 1,1 ☐ 3,3.

c Parmi ces quatre équations, choisissez celles qui ont 5 comme solution.
☒ $10x - 22 = 28$ ☐ $9 + 4t = 30$ ☒ $0{,}2R - 1 = 0$ ☐ $40 = 10y + 8$.

d Une boîte métallique contenant 25 crêpes pèse 700 grammes. On veut connaître m, la masse d'une crêpe, sachant que la boîte métallique seule pèse 75 grammes.
L'équation qui correspond à cet énoncé est :
☐ $25m + 700 = 75$ ☒ $25m + 75 = 700$ ☒ $25m = 700 - 75$.

▶▶▶ Résolution d'équation du type $ax = c$, d'inconnue x

EXERCICE 1

Résolvez les équations suivantes.

a $8x = 20$ $x = 2{,}5$

b $12 = 5w$ $w = 2{,}4$

▶▶▶ Résolution d'équation du type $x + b = c$, d'inconnue x

EXERCICE 2

Résolvez les équations suivantes.

a $x + 7 = 20$

$x = 13$

b $y - 12 = 3{,}5$

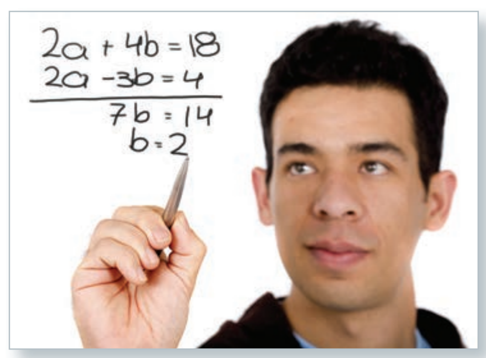
$y = 15{,}5$

c $4{,}2 = z + 1{,}6$

$z = 2{,}6$

d $14 = t - 48$

$t = 62$



▶▶▶ Résolution d'équation du type $ax + b = c$, d'inconnue x

EXERCICE 3

Résolvez les équations suivantes.

a $2x + 7 = 20$

$x = 6{,}5$

b $4h - 12 = 88$

$h = 25$

c $15 = 3t + 9{,}6$

$t = 1{,}8$

d $0 = 2{,}5R - 50$

$R = 20$

▶▶▶ Mise en équation

EXERCICE 4

Brenda pense à un nombre entier *n*. Après l'avoir multiplié par 2 et avoir retranché 7 au résultat, elle trouve 15.

a **Cochez** l'équation qui correspond à cet énoncé :

☐ $2n + 7 = 15$ ☐ $n^2 - 7 = 15$ ☒ $2n - 7 = 15$

b **Résolvez** l'équation qui correspond à l'énoncé.

$n = 11$

c **Faites** une phrase pour répondre.

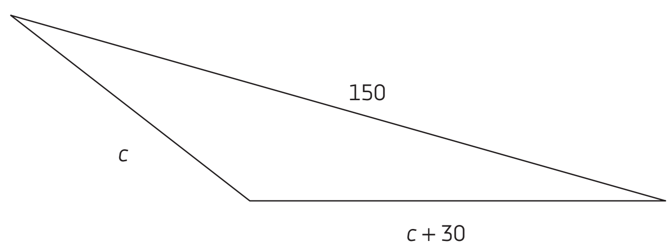
Brenda a pensé au nombre 11 avant d'effectuer les calculs.

EXERCICE 5

Une pièce métallique de forme triangulaire a les dimensions (en mm) indiquées sur la figure. Son périmètre est égal à 340 mm. On cherche la longueur *c* en millimètres.

a **Écrivez** l'équation correspondant à l'énoncé.

$2c + 180 = 340$



b **Résolvez** l'équation.

$c = 80$

c **Faites** une phrase pour répondre.

La longueur *c* cherchée est de 80 mm.

EXERCICE 6

Sur l'achat d'un lecteur MP4, Amélie a bénéficié d'une remise : elle n'a payé que 90 % du prix affiché. Sachant qu'elle a payé 45 euros, on cherche quel était le prix *x* affiché du lecteur MP4.

a **Écrivez** l'équation correspondant à l'énoncé.

$0{,}9x = 45$

b **Résolvez** l'équation.

$x = 50$

c **Faites** une phrase pour répondre.

Le prix affiché du lecteur MP4 est de 50 euros.

Je vais plus loin

EXERCICE 7

Situation

Une sortie scolaire est organisée pour une classe de 24 élèves de CAP. Le coût de la sortie est 1 500 €.
Le foyer socio-éducatif décide de financer une partie de la sortie en débloquant 360 €.
Les actions menées par les élèves pour faire baisser la participation financière de chacun ont permis de récolter 924 €.
On note ***p*** la participation financière de chacun des élèves.

Problématique : Quelle sera la participation financière de chacun des élèves ?

a S'approprier Analyser
Écrivez l'équation qui traduit cet énoncé.

$24p + 360 + 924 = 1\,500$

b Réaliser
Résolvez l'équation.

$24p + 1\,284 = 1\,500$ ou $24p = 1\,500 - 1\,284$

$p = 9$

c Communiquer
Répondez à la problématique.

La participation financière de chacun des élèves s'élève à 9 euros.

EXERCICE 8

Situation

Des nombres entiers consécutifs sont des nombres entiers qui se suivent, comme par exemple 325 ; 326 et 327.
Trois nombres entiers **pairs** consécutifs ont pour somme 2 016.

Problématique : Quels sont ces trois entiers pairs consécutifs ?

a S'approprier
Cochez la ou les bonnes réponses.
Si un nombre entier est pair, alors :

☒ il est multiple de 2 ;
☒ le chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8 ;
❒ le chiffre des unités est 1 ; 3 ; 5 ; 7 ou 9.

b S'approprier
Cochez la ou les bonnes réponses.
Si on nomme x le plus petit des trois nombres entiers pairs consécutifs, les deux autres nombres s'écrivent alors :

❒ $2x$ et $4x$ ❒ $x + 1$ et $x + 2$ ☒ $x + 2$ et $x + 4$

c S'approprier Analyser **Écrivez** l'équation qui traduit l'énoncé.

$x + x + 2 + x + 4 = 2016$, soit $3x + 6 = 2016$

d Réaliser **Résolvez** l'équation.

$x = 670$

Le plus petit des trois nombres entiers pairs est 670.

e Valider Communiquer **Répondez** à la problématique en vérifiant si vos réponses sont cohérentes.

Les trois entiers pairs consécutifs dont la somme est égale à 2016 sont 670, 672 et 674.

Vérification : $670 + 672 + 674 = 2\,016$

EXERCICE 9

Situation

Manon est deux fois plus âgée que son petit frère et trois fois plus jeune que sa mère.

En additionnant l'âge de Manon, de son petit frère et de sa mère, on obtient l'âge de sa grand-mère, c'est-à-dire 54 ans.

Problématique : **Quels sont les âges de Manon, de son petit frère et de sa mère ?**

a S'approprier **Cochez** la bonne réponse.

Si x est l'inconnue choisie pour l'âge du petit frère de Manon, alors l'âge de Manon s'écrit :

❐ x ☒ $2x$ ❐ $\frac{x}{2}$

b S'approprier Analyser **Écrivez** l'équation qui traduit l'énoncé.

$x + 2x + 3 \times 2x = 54$, soit $9x = 54$

c Réaliser **Résolvez** l'équation.

$x = 6$

d Valider Communiquer **Répondez** à la problématique en vérifiant si vos réponses sont cohérentes.

$2x = 2 \times 6 = 12$

$3 \times 2x = 3 \times 12 = 36$

Le petit frère de Manon a 6 ans, Manon a 12 ans et sa mère a 36 ans.

Vérification : $6 + 12 + 36 = 54$

Je m'évalue

Nom : ....
Prénom : ....
Date : .... Classe : ....

Situation

Une famille composée de deux adultes et trois enfants a payé 70 € pour assister à un spectacle de cirque.
Un groupe composé de onze adultes et neuf enfants a payé 256,50 € pour assister au même spectacle.
Le tarif enfant est unique et valable quel que soit leur nombre : 12 €.
Pour les adultes, un tarif réduit est appliqué à partir de dix adultes.

Problématique : **Quelle est la réduction, en euros, obtenue pour une entrée au tarif réduit adulte ?**

1 • Calcul du tarif plein adulte

1 a S'approprier **Cochez** la bonne réponse.
Les adultes ont payé plein tarif :
- ☒ dans la famille composée de deux adultes et trois enfants.
- ☐ dans le groupe composé de onze adultes et neuf enfants.

1 b Analyser **Proposez** une méthode pour calculer le tarif plein adulte.
Comme nous recherchons une valeur inconnue qui est le tarif plein adulte, nous allons pouvoir mettre une partie de la situation sous la forme d'une équation à une inconnue.
Soit x le tarif plein adulte. Il va falloir résoudre l'équation correspondant à la famille venue assister au spectacle de cirque, à savoir $2x + 3 \times 12 = 70$.

Communiquer **Appelez** le professeur pour lui exposer votre méthode.

1 c Réaliser **Mettez** en œuvre la méthode validée par le professeur.
$2x + 3 \times 12 = 70$
$x = 17$

1 d Communiquer **Donnez** la valeur du tarif plein adulte en rédigeant une phrase.
La valeur du tarif plein adulte est 17 euros.

2 • Calcul du tarif réduit adulte

2 a S'approprier **Cochez** la bonne réponse.
Les adultes ont payé un tarif réduit :
- ☐ dans la famille composée de deux adultes et trois enfants.
- ☒ dans le groupe composé de onze adultes et neuf enfants.

Je m'évalue

Ouvrez le fichier **04_cirque.xls.**

2 b Réaliser — **Saisissez** dans la cellule **A2** le nombre d'adultes et dans la cellule **B2** le nombre d'enfants.

2 c Réaliser — Pour calculer le prix total payé par les enfants, **saisissez** dans la cellule **D2** la formule correcte à choisir parmi les trois proposées : ☐ =B1*C1 ☒ =B2*C2 ☐ =A2*C2

2 d S'approprier Réaliser — **Saisissez** dans la cellule **E2** le prix total payé.

2 e Réaliser — Pour calculer le tarif réduit adulte, **saisissez** dans la cellule **B4** la formule correcte à choisir parmi les trois proposées : ☐ =(D2-E2)/A2 ☐ =(E2-D2)/B2 ☒ =(E2-D2)/A2

2 f Communiquer — **Donnez** la valeur inscrite dans la cellule **B4** en précisant sa signification.

13,50. Cette valeur signifie que le tarif réduit adulte est 13,50 euros. Voir Fichier 04_cirque_corrigé.xls

3 • Réponse à la problématique

Valider Communiquer — **Répondez** à la problématique en justifiant votre réponse.

Tarif plein adulte – tarif réduit adulte = 17 – 13,50 = 3,50

La réduction, en euros, obtenue pour une entrée au tarif réduit adulte est 3,50 euros.

Grille d'autoévaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✔	✔	✔
S'approprier	• **Je choisis** les bonnes données pour calculer le tarif plein adulte. • **Je choisis** les bonnes données pour calculer le tarif réduit adulte. • **Je repère** dans l'énoncé le prix total payé par le groupe.	1 a 2 a 2 d			
Analyser Raisonner	• **Je propose** une méthode pour calculer la réponse demandée.	1 b			
Réaliser	• **Je calcule** la réponse demandée. • **Je saisis** les bonnes données dans les cellules A2 et B2. • **Je saisis** la bonne formule pour calculer le prix payé uniquement par les enfants. • **Je saisis** la bonne donnée dans la cellule E2. • **Je saisis** la bonne formule dans la cellule B4.	1 c 2 b 2 c 2 d 2 e			
Valider	• **Je valide** mon résultat.	3			
Communiquer	• **J'expose** ma démarche en employant le vocabulaire adapté. • **Je réponds** clairement à la question. • **Je donne** la valeur inscrite dans la cellule B4 en précisant à quoi elle correspond. • **Je réponds** clairement à la problématique.	1 d 2 f 3			

Tableaux statistiques 12

CAPACITÉS
- → Lire les données d'une série statistique présentées dans un tableau.
- → Identifier dans une situation simple le caractère étudié et sa nature°: qualitatif ou quantitatif.

ACTIVITÉ 1 Utiliser le vocabulaire de la statistique et lire un tableau statistique

Situation

Une étude statistique est réalisée auprès de 150 personnes.
On leur demande le nombre d'heures par jour passées à regarder la télévision.

Temps t en heures	$0 \leqslant t < 2$	$2 \leqslant t < 4$	$4 \leqslant t < 6$	$6 \leqslant t < 8$
Nombre de personnes	31	85	24	10

Problématique

Est-il vrai qu'un tiers des personnes interrogées regarde la télévision plus de quatre heures par jour ?

Le nombre 24 est appelé effectif de la classe [4 ; 6[.

a *S'approprier* **Cochez** la bonne réponse. La population étudiée est :
❐ la télévision ☒ l'ensemble des personnes interrogées ❐ on ne peut pas savoir.

b *S'approprier* **Donnez** le nombre total de personnes interrogées : 150

c *S'approprier* **Précisez** le caractère (ou la propriété) étudié dans cette enquête.
Le caractère étudié est le temps, en heures, passé à regarder la télévision par jour.

d *S'approprier* **Donnez** le nombre de personnes qui regardent la télévision entre 4 et 6 heures par jour : 24 personnes.

e *S'approprier* **Donnez** l'effectif de la classe [6 ; 8[(nombre de personnes pour lesquelles on a $6 \leqslant t < 8$) : 10

f *Réaliser* **Calculez** le nombre de personnes qui regardent la télévision entre 4 et 8 heures par jour.
$24 + 10 = 34$. Donc 34 personnes regardent la télévision entre 4 et 8 heures par jour.

g *Valider* *Communiquer* **Répondez** à la problématique en justifiant votre réponse. $\frac{150}{3} = 50$. Or $34 \neq 50$.
Il est donc faux de dire qu'un tiers des personnes interrogées regarde la télévision plus de 4 heures.

Je fais le point

- Une **étude statistique** porte sur l'observation d'un caractère statistique commun à tous les individus d'une population donnée.
- Dans un tableau statistique, on indique sur une ligne (ou dans une colonne) les **valeurs** prises par le caractère étudié, et l'**effectif** de chaque valeur sur une autre ligne (ou dans une autre colonne).
Les valeurs peuvent être regroupées dans des intervalles appelés classes de la forme $[a\,;\,b[$.

Exemple

Une étude porte sur les prix d'abonnement mensuel des téléphones portables de 200 étudiants.

Prix d'abonnement (en €)	[15 ; 25[	[25 ; 35[	[35 ; 45[	[45 ; 55[
Effectif	30	80	70	20

La population de l'étude correspond aux 200 étudiants interrogés. Le caractère étudié est le prix de l'abonnement de téléphones portables. L'effectif de la classe [25 ; 35[est 80.

ACTIVITÉ 2 Identifier dans une situation le caractère étudié et sa nature°

Situation

Axelle a téléchargé 25 titres de musique sur Internet dans quatre catégories musicales différentes.

Catégorie musicale	Techno	Pop	Rock	R&B	Total
Effectif	8	7	4 (2)	6	25 (1)

Problématique

Est-ce que la catégorie musicale la moins téléchargée par Axelle est le R&B ?

a S'approprier **Indiquez** la population étudiée.

La population est l'ensemble des titres de musique téléchargés.

b S'approprier **Donnez** le caractère étudié dans cette enquête.

Le caractère étudié est la catégorie musicale des titres téléchargés.

c S'approprier **Précisez** si ce caractère est qualitatif ou quantitatif.

Ce caractère est qualitatif.

d S'approprier **Relevez** l'effectif total dans le texte et **notez**-le dans le tableau au (1).

e Réaliser **Calculez** l'effectif manquant pour les chansons de rock et **reportez** ce résultat dans le tableau au (2).

$25 - (8 + 7 + 6) = 4$

Le caractère de la population est **quantitatif** s'il s'exprime par un nombre ; sinon il est **qualitatif**.

f S'approprier **Cherchez** le plus petit effectif qui correspond à la catégorie musicale qu'Axelle a le moins téléchargée et **donnez** la catégorie musicale correspondante.

4 est le plus petit effectif de la série. Il correspond à la catégorie Rock.

g Valider Communiquer **Répondez** à la problématique en justifiant votre réponse.

$4 < 6$. La catégorie musicale la moins téléchargée sur Internet par Axelle n'est pas le R&B mais le rock.

Je fais le point

• Si le **caractère** étudié peut s'exprimer avec des nombres, il est dit quantitatif, sinon, il est dit qualitatif.

Exemple

Les nombres de voitures possédées par 140 personnes sont notés dans ce tableau.

Nombre de voitures	0	1	2	3	Total
Effectif	4	51	65	20	140

Le caractère étudié est le nombre de voitures.
Il s'exprime par un nombre, donc ce caractère est quantitatif.
L'effectif total de la population étudiée est 140.
51 personnes possèdent une seule voiture.

Diagrammes en bâtons et histogrammes

13

CAPACITÉS
- → Lire les données d'une série statistique représentées graphiquement.
- → Représenter par un diagramme en bâtons ou en secteurs circulaires une série donnant les valeurs d'un caractère qualitatif.

ACTIVITÉ 1 Construire un diagramme en bâtons

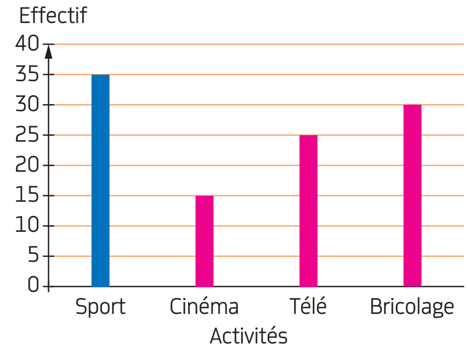
Situation

105 personnes sont interrogées sur leur loisir préféré.
Les réponses sont notées dans le tableau ci-dessous.

Loisir	Sport	Cinéma	Télé	Bricolage
Nombre de personnes (Effectif)	35	15	25	30

Comme les loisirs sont peu nombreux et distincts les uns des autres, on choisit de représenter l'étude par un **diagramme en bâtons**.

Problématique : **Comment construire un diagramme en bâtons ?**



a Réaliser — **Terminez** le diagramme ci-contre.

b S'approprier — **Précisez** le caractère étudié. Le loisir préféré.

c S'approprier — **Cochez** la bonne réponse.
La hauteur des bâtons est proportionnelle :
☒ aux effectifs ❐ aux valeurs des caractères.

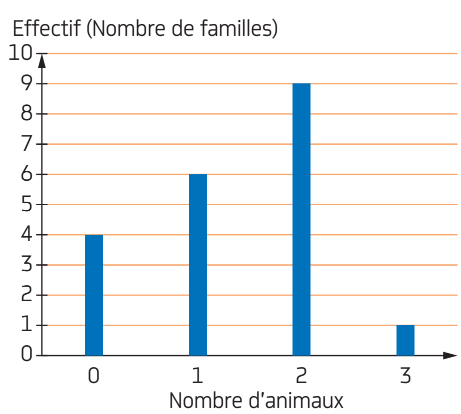
d Communiquer — **Répondez** à la problématique en précisant les différentes étapes de construction.
1^re^ étape : tracer verticalement le bâton d'effectif 15 correspondant au loisir « cinéma ».
2^e^ étape : procéder, comme à la 1^re^ étape, pour les loisirs « télé » et « bricolage ».

Je fais le point

• Le **diagramme en bâtons** est une des représentations graphiques de données statistiques. Il convient aussi bien à un caractère qualitatif que quantitatif.
Les bâtons sont parallèles à l'axe des ordonnées avec une extrémité sur l'axe des abscisses. Ils sont séparés les uns des autres par des espaces.
Les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux effectifs.

Exemple

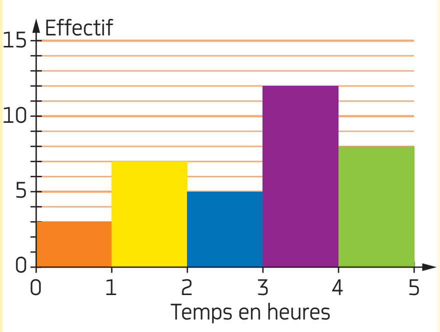
Le diagramme en bâtons ci-contre représente l'étude du nombre d'animaux que possèdent 20 familles.



ACTIVITÉ 2 Exploiter un histogramme

Situation

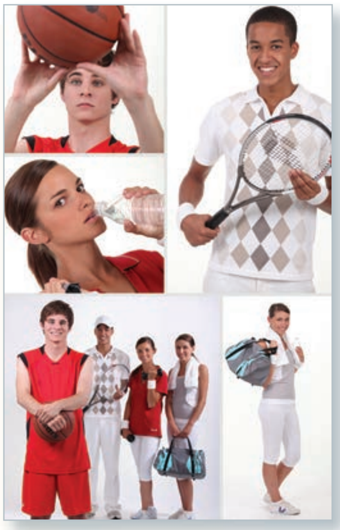
On demande à 35 sportifs le nombre d'heures par semaine qu'ils consacrent au sport.



Les valeurs prises par le caractère étant groupées en intervalle ou classe, l'étude peut être représentée par un **histogramme** constitué de rectangles accolés dont l'aire est proportionnelle à l'effectif.

Un premier groupe de sportifs pratique au moins deux heures de sport par semaine.

Un deuxième groupe de sportifs pratique moins de 3 heures de sport par semaine.



Problématique : Quel est le groupe de sportifs qui a le plus grand effectif ?

a S'approprier

Complétez le tableau à l'aide de l'histogramme.

Temps (en h)	[0 ; 1[	[1 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[	[4 ; 5[
Effectif	3	7	5	12	8

b S'approprier

Donnez le nombre de sportifs qui pratiquent entre 2 et 3 heures de sport par semaine.

5

c S'approprier Réaliser

Calculez le nombre de sportifs qui pratiquent au moins 2 heures de sport par semaine.

$5 + 12 + 8 = 25$

d S'approprier Réaliser

Calculez le nombre de sportifs qui pratiquent moins de 3 heures de sport par semaine.

$3 + 7 + 5 = 15$

e Valider Communiquer

Répondez à la problématique en justifiant votre réponse.

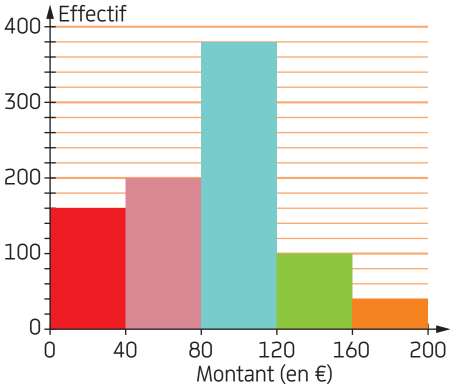
$25 > 15$. Le groupe qui a le plus grand effectif, c'est-à-dire 25, est le premier groupe de sportifs qui pratique au moins 2 heures de sport par semaine.

Je fais le point

- Un **histogramme** est une représentation d'une série statistique constituée de rectangles accolés dont l'aire est proportionnelle à l'effectif.
- La nature du caractère représenté par un histogramme est quantitative.

Exemple

L'histogramme ci-contre représente les montants des commandes d'une journée d'une entreprise sur Internet.



Diagrammes en secteurs circulaires

14

CAPACITÉ

→ Représenter par un diagramme en bâtons ou en secteurs circulaires une série donnant les valeurs d'un caractère qualitatif.

ACTIVITÉ 1 Construire un diagramme en secteurs circulaires

Situation

En France, en 2016, pour 120 demandes de brevets, la répartition des demandes de brevets par domaine technologique était la suivante.

Catégorie	Électronique	Chimie	Mécanique	Autre	Total
Effectif	24	18	48	30	120
Angle en °	72	54	144	90	360

On veut représenter cette étude par un diagramme en secteurs circulaires.

Problématique : **Le secteur « mécanique » de cette étude peut-il être représenté par un secteur circulaire de 150° ?**

a S'approprier — **Reportez** la valeur de l'effectif total des brevets dans le tableau de la situation.

b Réaliser — Sachant que la mesure de l'angle au centre est proportionnelle à l'effectif correspondant, **calculez** l'angle correspondant la catégorie « chimie » en effectuant le calcul suivant : $\frac{18 \times 360}{120} =$ 54 °

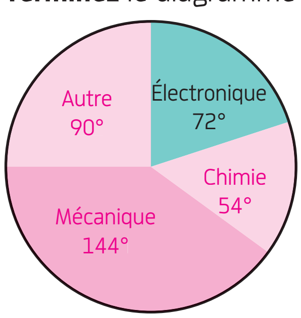
La mesure de l'angle du disque complet est 360° et correspond à l'effectif total.

c Réaliser — **Complétez** la ligne des angles du tableau de la situation de la même manière.

d Valider, Communiquer — **Répondez** à la problématique en justifiant votre réponse.

Le secteur mécanique est représenté par un secteur de mesure 144° et non 150°.

e Réaliser — **Terminez** le diagramme en secteurs de cette série à partir du premier secteur angulaire déjà tracé.



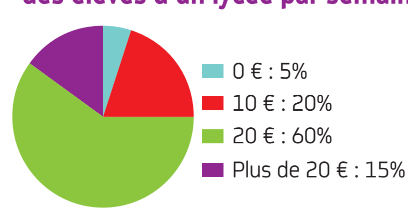
Pour cela :
- à l'aide du rapporteur, **mesurez** un angle de 54° correspondant au secteur « Chimie », à partir d'un des deux rayons déjà tracés ;
- **tracez** le rayon obtenu ;
- **procédez** de même pour mesurer les autres angles et **tracez** les rayons obtenus ;
- **notez** la catégorie et l'angle (ou le pourcentage) correspondant dans chacun des secteurs angulaires.

Je fais le point

- Un **diagramme en secteurs circulaires** convient aussi bien à un caractère quantitatif que qualitatif.
- Les mesures des angles des secteurs sont proportionnelles aux effectifs.

Exemple

Répartition de l'argent de poche des élèves d'un lycée par semaine



ACTIVITÉ 2 Comparer deux études statistiques

Situation

On dispose de données concernant la consommation d'électricité dans trois secteurs économiques en France métropolitaine en 2011 et 2013 en térawattheures (TWh)*.
Le térawattheure est une unité de mesure d'énergie correspondant à 10^{12} wattheures.

	A	B	C	D
1	Secteur	Transport	Sidérurgie	Agriculture
2	2011	12,1	11,2	8
3	2013	12,6	10,3	8,7

*Source du Service de l'Observation et des Statistiques (SOeS)

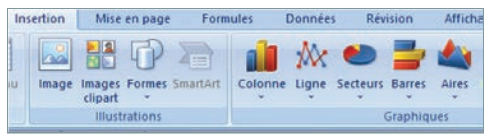
Problématique

Entre le diagramme en secteurs circulaires et le diagramme en bâtons, quel est celui qui est le plus adapté pour comparer graphiquement ces consommations ?

1 • Construction de diagrammes en secteurs circulaires

1 a Réaliser **Ouvrez le fichier 05_consommation.xls.** ou **Recopiez** le tableau de la situation sur la feuille de calcul d'un tableur.

1 b Réaliser Pour construire le diagramme correspondant à l'année 2011 :
– **Sélectionnez** les cellules **B1** à **D2**.
– **Cliquez** sur l'onglet **[insertion]** et **sélectionnez** dans la partie **[graphiques]** *Secteurs* comme type de graphiques.
– **Choisissez**, parmi les différentes options proposées par le logiciel, celles qui permettent d'obtenir le diagramme en secteurs circulaires qui vous convient le mieux.



– **Sélectionnez** la disposition du graphique vous permettant d'afficher le titre du graphique, les pourcentages et les noms des 3 secteurs.

1 c Réaliser **Construisez** le diagramme correspondant à l'année 2013 en sélectionnant la première plage (les cellules **B1 à D1**), puis la seconde plage (les cellules **B3 à D3**) en maintenant la touche *Ctrl*, puis en suivant les étapes **de 1b**. Voir le fichier 05_consommation_corrigé.xls.

1 d S'approprier **Cochez** la bonne réponse.
Les diagrammes circulaires permettent de comparer assez précisément les différentes consommations d'électricité suivant le secteur et l'année. ☐ oui ☒ non

2 • Construction de diagrammes en bâtons

2 a Réaliser Pour construire des diagrammes en bâtons accolés des années 2011 et 2013 :
– **Sélectionnez** les cellules **B1** à **D3.**
– **Cliquez** sur l'onglet **[insertion]** et **sélectionnez** dans la partie **[graphiques]** *Colonne* comme type de graphiques.

2 b S'approprier **Cochez** la bonne réponse.
Les diagrammes en bâtons permettent de comparer assez précisément les différentes consommations d'électricité suivant le secteur et l'année. ☒ oui ☐ non

3 • Réponse à la problématique

Valider Communiquer **Répondez** à la problématique en justifiant votre réponse.
Dans cette activité, le diagramme en bâtons est le plus adapté pour faire une comparaison graphique car on a choisi d'accoler les bâtons, ce qui permet de comparer séparément les 3 secteurs économiques.

Je m'entraîne

Cochez la ou les réponses exactes.

Des nageurs ont participé à une course de 100 m nage libre.

Temps en secondes	[45 ; 50[	[50 ; 55[	[55 ; 60[	[60 ; 65[	Total
Nombre de nageurs	5	8	10	3	16

a Les nageurs représentent :

☒ **la population étudiée.**
☐ **le caractère de la population.**
☐ **on ne peut pas savoir.**

b Le temps en secondes correspond :

☐ **à la population étudiée** ☒ **au caractère étudié** ☐ **à l'effectif.**

c La valeur 16 du tableau est : ☐ **un effectif** ☐ **la population** ☒ **l'effectif total.**

d La nature du caractère étudié est :

☐ **qualitative** ☒ **quantitative** ☐ **on ne peut pas savoir.**

e La valeur 8, pour la classe [50 ; 55 [, est :

☐ **le caractère de la population** ☒ **l'effectif** ☐ **qualitatif.**

f Le nombre de nageurs qui ont mis entre 50 et 60 secondes pour parcourir les 100 m est :

☐ **8** ☐ **10** ☒ **18.**

▶▶▶ Diagramme en bâtons

EXERCICE 1

On demande à 20 personnes combien de fois elles sont allées au cinéma durant l'été. On obtient les réponses suivantes : 3 • 2 • 0 • 1 • 5 • 4 • 2 • 2 • 1 • 3 • 2 • 1 • 4 • 4 • 0 • 1 • 2 • 1 • 0 • 0.

a **Complétez** le tableau suivant.

Nombre de séances	0	1	2	3	4	5
Effectif	4	5	5	2	3	1

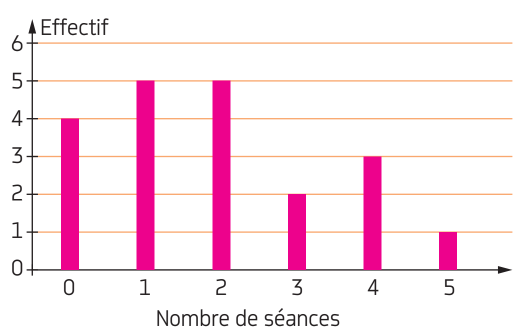
b **Donnez** le caractère étudié.

Nombre de séances.

c **Précisez** si le caractère est qualitatif ou quantitatif.

Quantitatif.

d **Construisez** le diagramme en bâtons correspondant.



▶▶▶ Diagramme en secteurs

EXERCICE 2

Dans un grand magasin, on recense le nombre de vendeurs par rayon.

Rayon	Vêtements	Vaisselle	Hifi	Bricolage	**Total**
Effectif	24	11	7	18	60
Angle (en °)	144	66	42	108	360 °

a **Précisez** la population étudiée.

L'ensemble des vendeurs du grand magasin.

b **Donnez** le caractère étudié.

Le nom du rayon du grand magasin.

c **Donnez** la nature du caractère.

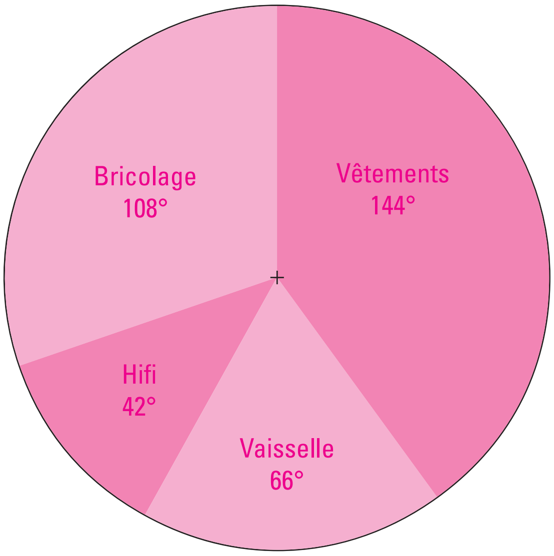
Qualitatif.

d **Calculez** l'effectif total et **notez**-le dans le tableau.

60

e **Complétez** la 3e ligne concernant les angles.

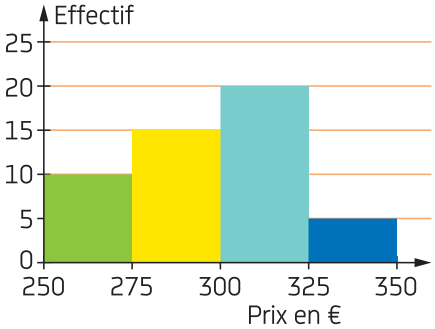
f **Tracez** le diagramme en secteurs circulaires de cette série.



▶▶▶ Histogramme

EXERCICE 3

L'étude suivante porte sur le prix d'un vélo dans 50 points de vente différents.



Prix (en €)	[250 ; 275[	[275 ; 300[	[300 ; 325[	[325 ; 350[
Effectif	10	15	20	5

a **Donnez** le caractère étudié et sa nature.

Le prix, en euros, du vélo : le caractère est quantitatif.

b **Reportez** les effectifs dans le tableau.

c **Calculez** le nombre de magasins dont le prix de vente des vélos est dans l'intervalle [250 ; 300[.

$10 + 15 = 25$

d **Calculez** le nombre de magasins qui vendent des vélos à moins de 325 €.

$10 + 15 + 20 = 45$

e **Calculez** le nombre de magasins dans lesquels les vélos sont vendus à un prix supérieur ou égal à 275 €.

$15 + 20 + 5 = 40$

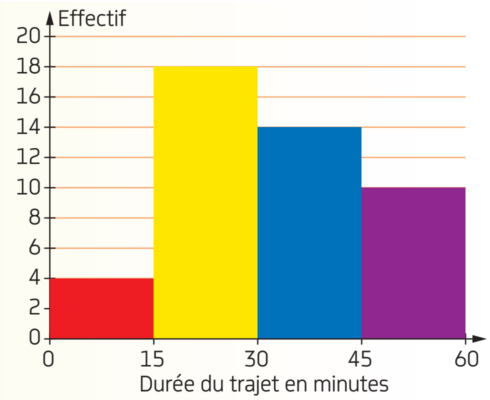
Je vais plus loin

EXERCICE 4

Situation

L'étude suivante porte sur la durée moyenne du trajet des employés d'une entreprise.

Le service des relations humaines de l'entreprise mettra en place un ramassage de bus si plus de la moitié des employés a une durée de trajet supérieure ou égale à 30 minutes.



Problématique

Le service de ramassage en bus va-t-il être mis en place ?

a *Analyser*

Proposez une méthode pour répondre à la problématique. Aucun calcul n'est demandé.

On peut :

– passer du graphique à un tableau statistique ;

– à l'aide de ce tableau, calculer le nombre total d'employés, la moitié du nombre d'employés et le nombre d'employés qui ont une durée de trajet supérieure ou égale à 30 minutes ;

– comparer les deux dernières valeurs calculées.

b *Réaliser*

Mettez en œuvre votre méthode.

Durée du trajet (en min)	[0 ; 15[	[15 ; 30[	[30 ; 45[	[45 ; 60[
Effectif	4	18	14	10

Nombre total d'employés = 46

Moitié du nombre d'employés = 23

Nombre d'employés qui ont une durée de trajet supérieure ou égale à 30 minutes = 24

c *Valider* *Communiquer*

Répondez à la problématique en justifiant votre réponse.

24 > 23. Comme plus de la moitié des employés a une durée de trajet supérieure ou égale à 30 minutes, le service de ramassage de bus va être mis en place.

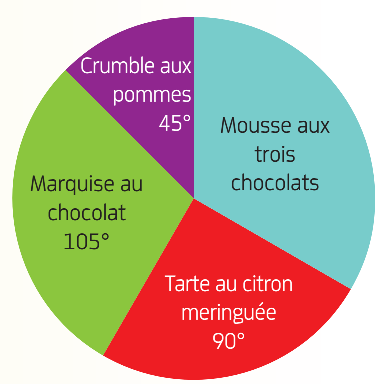
EXERCICE 5

Situation

Un dîner était organisé pour 120 personnes.

Lors de ce dîner, les différents convives pouvaient choisir parmi plusieurs desserts.

La répartition s'est effectuée de la manière suivante.



Problématique

Combien de personnes ont choisi un dessert contenant du chocolat ?

a *S'approprier*

Donnez la population étudiée.

L'ensemble des 120 personnes participant au dîner.

b S'approprier **Donnez** le caractère étudié et **précisez** sa nature : Le dessert choisi. Il est qualitatif.

c Analyser **Proposez** une méthode pour répondre à la problématique. Aucun calcul n'est demandé.

– Calculer l'angle correspondant à la mousse aux trois chocolats ;

– Calculer le nombre de personnes qui ont choisi la mousse aux trois chocolats, puis ceux qui ont pris la marquise ;

– Additionner les nombres de personnes qui ont choisi des desserts à base de chocolat.

d Réaliser **Mettez en œuvre** votre méthode.

Angle correspondant à la mousse aux trois chocolats $= 360 - (45 + 105 + 90) = 120°$.

Nombre de personnes qui ont choisi la mousse aux trois chocolats $= \dfrac{120 \times 120}{360} = 40$

Nombre de personnes qui ont choisi la marquise au chocolat $= \dfrac{120 \times 105}{360} = 35$

Nombre total de personnes qui ont choisi des desserts contenant du chocolat $= 40 + 35 = 75$

e Communiquer **Répondez** à la problématique.

75 personnes ont choisi un dessert contenant du chocolat.

EXERCICE 6

Situation

Voici un tableau donnant la répartition des prénoms de filles les plus donnés en janvier 2015 à la maternité des Cigognes.

Prénom	Jade	Léa	Emma	Manon
Effectif	8	11	15	6

Problématique

Quel(s) est (sont) le(s) graphique(s) statistique(s) qui permet(tent) une représentation de la répartition de ces prénoms ?

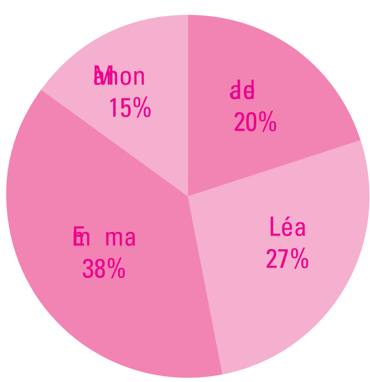
a S'approprier **Donnez** le caractère étudié et **précisez** sa nature.

Le prénom de filles le plus donné à la maternité des Cigognes. Il est qualitatif.

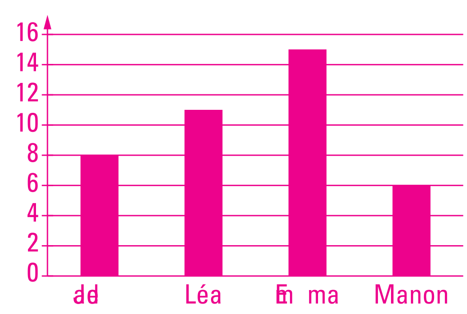
b Analyser Réaliser **Proposez** et **mettez en œuvre** une méthode pour répondre à la problématique.

Comme le caractère étudié est qualitatif, la représentation ne peut pas être un histogramme. Le diagramme en bâtons et le diagramme en secteurs circulaires sont des représentations possibles.

Répartition par prénoms



Répartition par prénoms



c Communiquer **Répondez** à la problématique.

Le diagramme en bâtons et le diagramme en secteurs circulaires permettent de représenter la répartition des prénoms de filles les plus donnés à la maternité des Cigognes en janvier 2015.

Je m'évalue

Nom : ....

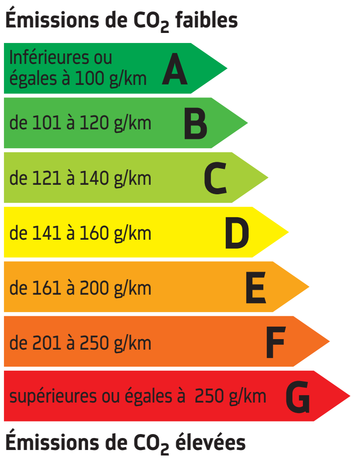
Prénom : ....

Date : .... Classe : ....

Situation

Avant la mise en vente d'un véhicule neuf, son émission de CO_2 (gaz dioxyde de carbone) est contrôlée.

Document 1 Sept catégories d'émissions de CO_2 arrondies à l'unité



Document 2 Répartition du nombre de voitures neuves vendues en 2015 par un concessionnaire automobile suivant leur émission de CO_2 mesurée en grammes par kilomètre

Catégorie	Nombre de voitures
A	88
B	35
C	16
D	79
E	67
F	45
G	9

On peut reclasser les émissions de CO_2 des voitures en trois catégories :
– émissions faibles : classes A, B et C ;
– émissions moyennes : classe D ;
– émissions fortes : classes E, F et G.

Problématique

Pour les ventes de voitures du concessionnaire, peut-on vérifier graphiquement que les voitures de la catégorie « émissions faibles de CO_2 » ont été les plus vendues parmi les trois catégories ?

a S'approprier — **Donnez** la population étudiée.

La population est l'ensemble des véhicules neufs vendus par le concessionnaire.

b S'approprier — **Donnez** le caractère étudié.

La catégorie d'émission de CO_2 du véhicule.

c S'approprier — **Indiquez** la nature du caractère étudié en cochant la bonne réponse.

☒ Qualitatif ☐ Quantitatif ☐ On ne sait pas.

d Réaliser — **Calculez** les effectifs des trois différentes catégories d'émissions de CO_2 : émissions faibles, émissions moyennes et émissions fortes.

Effectif de la catégorie « émissions faibles » = 88 + 35 + 16 = 139

Effectif de la catégorie « émissions moyennes » = 79

Effectif de la catégorie « émissions fortes » = 67 + 45 + 9 = 121

Je m'évalue

e Analyser Communiquer **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique. On ne demande pas de faire les calculs.

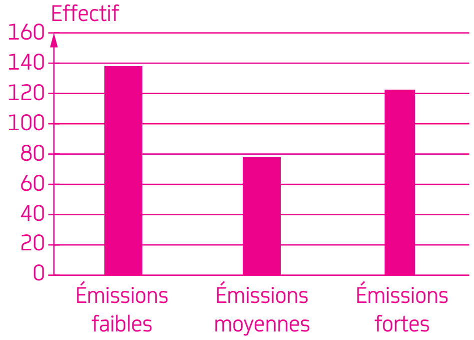
Il va falloir choisir une représentation parmi l'histogramme, le diagramme en bâtons et le diagramme en secteurs circulaires pour représenter les 3 catégories.

L'histogramme ne convient pas car le caractère étudié est qualitatif.

Le diagramme en bâtons permet de vérifier rapidement si le bâton correspondant à la catégorie « émissions faibles de CO_2 » est le plus haut.

Communiquer **Appelez** le professeur pour lui exposer votre démarche.

f Réaliser **Mettez en œuvre** la méthode validée par le professeur.



g Valider Communiquer **Écrivez** une phrase pour répondre à la problématique en justifiant.

En traçant un diagramme en bâtons, on peut vérifier graphiquement que les voitures de la catégorie « émissions faibles de CO_2 » ont été les plus vendues parmi les trois catégories.

Grille d'autoévaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition ✔ (rouge)	✔ (orange)	✔ (vert)
S'approprier	• **Je donne** la population étudiée. • **Je donne** le caractère étudié. • **Je précise** la nature du caractère étudié.	a b c			
Analyser Raisonner	• **Je propose** une méthode de résolution possible.	e			
Réaliser	• **Je calcule** les effectifs des trois catégories. • **J'effectue** les calculs correspondant à la méthode de résolution choisie.	d f			
Valider	• **Je vérifie** la vraisemblance de la méthode proposée.	g			
Communiquer	• **Je propose** une méthode permettant de répondre à la problématique. • **J'expose** ma démarche en employant le vocabulaire adapté. • **Je réponds** clairement à la problématique.	e A g			

Fréquences

15

CAPACITÉS
- Calculer des fréquences.
- Lire les données d'un tableau d'effectifs à double entrée.

ACTIVITÉ 1 Calculer une fréquence

Situation

Le sang humain est classé en quatre grands groupes notés A, B, AB et O. Une enquête a été menée auprès de 2 000 Français connaissant leur groupe sanguin.

Les résultats sont les suivants :
- 45 % sont du groupe A ;
- 182 sont du groupe B ;
- 2,9 % sont du groupe AB ;
- 860 sont du groupe O.

Problématique : **Quel est le groupe sanguin le plus fréquent parmi les 2 000 personnes interrogées ?**

Ce pourcentage est appelé fréquence du groupe B.

a (S'approprier) **Donnez** l'effectif du groupe B : 182

b (Réaliser) **Calculez** le pourcentage de personnes du groupe B (écriture décimale, puis écriture sous la forme *p* %).

$\frac{182}{2\,000} = 0{,}091$; $0{,}091 \times 100 = 9{,}1$. Le pourcentage est 9,1 %.

c (Réaliser) **Donnez** la fréquence du groupe A et la fréquence du groupe AB sous forme décimale.

Groupe A : $\frac{45}{100} = 0{,}45$; groupe AB : $\frac{2{,}9}{100} = 0{,}029$.

d (Réaliser) **Calculez** la fréquence du groupe O (écriture décimale, puis écriture sous la forme *p* %).

$\frac{860}{2\,000} = 0{,}43$; $0{,}43 \times 100 = 43$. La fréquence est 0,43, soit 43 %.

e (Communiquer) **Répondez** à la problématique. Justifiez votre réponse.

Le groupe sanguin le plus fréquent est le groupe A car sa fréquence est la plus grande.

$0{,}45 > 0{,}43 > 0{,}091 > 0{,}029$.

Je fais le point

- Pour calculer la **fréquence** d'une valeur d'un caractère, on divise l'effectif de la valeur par l'effectif total. On multiplie le quotient obtenu par 100 pour écrire la fréquence sous la forme *p* %.

Exemple

→ Le tableau ci-dessous donne la répartition des tailles de 500 élèves d'un lycée professionnel.

Taille (en cm)	[155 ; 160[	[160 ; 165[	[165 ; 170[	[170 ; 175[	[175 ; 180[	[180 ; 185[
Effectif	20	45	195	175	50	15

L'effectif de la classe [160 ; 165[est 45. L'effectif total est 500.

La fréquence de la classe [160 ; 165[est 0,09, soit 9 %, car $\frac{45}{100} = 0{,}09$ et $0{,}09 \times 100 = 9$.

ACTIVITÉ 2 Lire un tableau à double entrée

Situation

Indépendamment des groupes A, B, AB ou O, le sang contient le facteur Rhésus qui peut être positif (+) ou négatif (–).
L'enquête précédente auprès de 2 000 Français connaissant leur groupe sanguin a été complétée par l'indication du facteur Rhésus.

	A	B	AB	O	Total
Rhésus +	768	154	50	686	1 658
Rhésus –	132	28	8	174	342
Total	900	182	58	860	2 000

Pour des raisons de compatibilité entre les groupes sanguins, seules les personnes du groupe « O Rhésus – » peuvent donner leur sang à n'importe quel individu. On dit que ce sont des donneurs universels.

Le **facteur Rhésus** est défini par la présence ou l'absence d'une protéine à la surface des globules rouges.

Problématique

Peut-on dire que la fréquence des donneurs universels est supérieure à 20 % pour les personnes concernées par cette enquête ?

a *S'approprier* *Réaliser*

Complétez le tableau des effectifs.

....

....

....

b *Analyser* *Communiquer*

Répondez à la problématique en détaillant la démarche suivie.

Il y a 174 personnes dans le groupe O Rh –, celui des donneurs universels.

$\frac{174}{2\,000} = 0{,}087$, soit 8,7 %. Or 8,7 % < 20 %.

Donc la fréquence des donneurs universels n'est pas supérieure à 20 %.

....

Je fais le point

- On utilise un **tableau à double entrée** pour mettre en relation les effectifs de deux caractères statistiques, l'un disposé en colonnes .... l'autre en lignes ....

Exemple

Ce tableau concerne le mode de déplacement des garçons et des filles d'un lycée.

	Transport en commun	Deux-roues	À pied	Total
Filles	109	73	58	240
Garçons	195	111	54	360
Total	304	184	112	600

Le pourcentage de filles qui viennent à pied par rapport au total des élèves est 0,097, soit 9,7 % en arrondissant au dixième car $\frac{58}{600} \approx 0{,}097$ et $0{,}097 \times 100 = 9{,}7$.

Moyenne d'une série statistique

16

CAPACITÉ
→ Calculer la moyenne d'une série statistique.

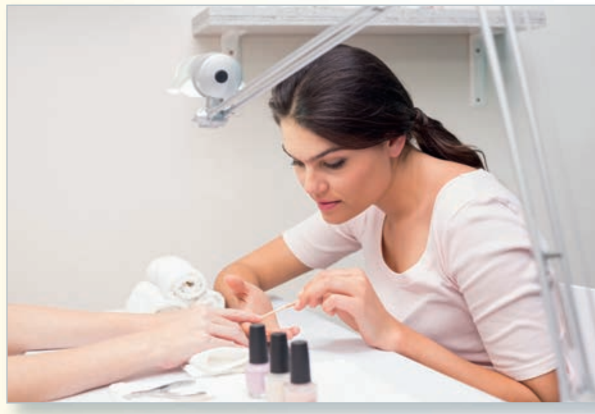
ACTIVITÉ 1 Calculer la moyenne de valeurs données par une liste

Situation

Aurélie travaille dans un salon de manucure. Les clientes, quand elles sont satisfaites, lui laissent un pourboire.

Voici les sommes reçues au cours d'une semaine de travail.

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
8 €	10 €	15 €	12 €	16 €



Aurélie considère qu'elle a fait une « bonne » semaine si son pourboire moyen par jour de travail est supérieur à 12 €.

Problématique

Aurélie a-t-elle réalisé une « bonne » semaine ?

a *S'approprier* **Donnez** le nombre de jours de travail d'Aurélie dans la semaine : 5

b *Réaliser* **Calculez** le montant total des pourboires.

$8 + 10 + 15 + 12 + 16 = 61$.

Le montant total des pourboires est 61 €.

c *Réaliser* **Divisez** le montant total des pourboires par le nombre de jours de travail.

$61 \div 5 = 12,2$

d *Valider* *Communiquer* **Répondez** à la problématique. **Justifiez** votre réponse.

Le pourboire moyen par jour de travail est 12,2 €. Il est supérieur à 12 €. Aurélie a donc réalisé une bonne semaine.

Ce calcul permet d'obtenir la moyenne des pourboires ou **pourboire moyen.**

Je fais le point

- La **moyenne**, notée $\overline{x}$, d'une série de valeurs notées x_i est égale à la somme de ces valeurs divisée par l'effectif total.

Exemple

On donne les tailles de 8 personnes adultes : 1,68 m ; 1,54 m ; 1,71 m ; 1,75 m ; 1,63 m ; 1,80 m ; 1,59 m ; 1,86 m.

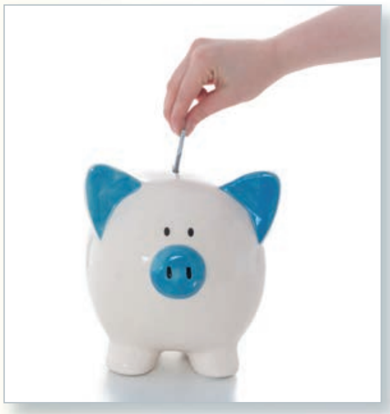
La somme des 8 mesures est : $1,68 + 1,54 + 1,71 + 1,75 + 1,63 + 1,80 + 1,59 + 1,86 = 13,56$ m.

La taille moyenne est : $\frac{13,56}{8} \approx 1,70$ m (valeur arrondie au cm).

ACTIVITÉ 2 Calculer la moyenne de valeurs données par un tableau d'effectifs

Situation

Aurélie a travaillé 22 jours au mois de mars. Le tableau ci-dessous résume le montant des pourboires qu'elle a reçus.



Montant des pourboires par jour (en €)	8	9	10	12	14	15
Effectif (nombre de jours)	2	5	4	7	3	1

Aurélie considère qu'elle a fait un « bon » mois si son pourboire moyen par jour de travail est supérieur à 12 €.

Problématique : Aurélie a-t-elle réalisé un « bon » mois ?

a S'approprier

Donnez le nombre de jours en mars où Aurélie a reçu :
- 8 € de pourboires : 2
- 10 € de pourboires : 4
- 15 € de pourboires : 1

b Réaliser

Calculez le montant total des pourboires reçus au mois de mars.
$8 \times 2 + 9 \times 5 + 10 \times 4 + 12 \times 7 + 14 \times 3 + 15 \times 1 = 242$ €.

c Réaliser

Donnez l'effectif total, c'est-à-dire le nombre de jours de travail au mois de mars :
22

d Réaliser

Calculez le montant moyen des pourboires par jour de travail.
$\frac{242}{22} = 11$ €.

e Valider Communiquer

Répondez à la problématique. **Justifiez** votre réponse.
$11 < 12$. Donc Aurélie considère qu'elle n'a pas réalisé un bon mois.

Je fais le point

- Pour trouver la somme des valeurs d'une série statistique présentée à l'aide d'un tableau d'effectifs, on multiplie chaque valeur par son effectif, puis on additionne les produits obtenus. On divise cette somme par l'effectif total.

Exemple

Voici les notes obtenues par un groupe de 18 élèves à une évaluation.

Note obtenue	8	9	10	11	12	13	14
Effectif (nombre d'élèves)	3	1	4	4	3	1	2

La somme des 18 notes est : $8 \times 3 + 9 \times 1 + 10 \times 4 + 11 \times 4 + 12 \times 3 + 13 \times 1 + 14 \times 2 = 194$.

La note moyenne de la classe est : $\frac{194}{18} \approx 10,8$ (valeur arrondie au dixième).

Calculer une moyenne

>J'utilise une calculatrice

17

ACTIVITÉ 1 Produire des vis

Situation

Une entreprise fabrique des vis de diamètre 8 mm. Lors d'un contrôle qualité, on relève les diamètres obtenus sur un échantillon de 75 vis prises au hasard.

Diamètre *d* des vis (en mm)	7,8	7,9	8	8,1	8,2
Effectif	6	11	31	19	8

La qualité de la production est considérée comme satisfaisante si le diamètre moyen des vis est compris entre 7,98 mm et 8,02 mm.

Problématique : **La qualité de cette production est-elle satisfaisante ?**

a Réaliser

Calculez le diamètre moyen $\overline{d}$ à l'aide de votre calculatrice.

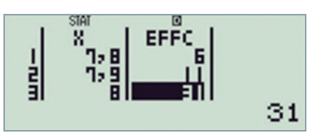
Avec une CASIO FX-92 COLLÈGE

a • Entrée des données

➤ **Mettez** la calculatrice en mode statistique à une variable à l'aide de la suite de touches MOD 2 1

➤ **Entrez** les diamètres dans la colonne de gauche. **Cliquez** sur EXE entre chaque valeur.

➤ **Entrez** les nombres de vis dans la colonne de droite. **Cliquez** sur EXE entre chaque valeur.



b • Calculs statistiques

➤ **Appuyez** successivement sur les touches AC SECONDE 1 4 2 EXE pour le calcul de la moyenne.

La moyenne est notée $\overline{x}$ sur la calculatrice.

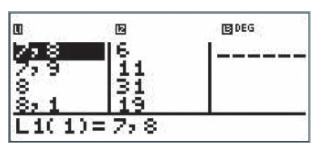
Avec une TI-COLLÈGE

a • Entrée des données

➤ **Appuyez** sur stats.

➤ **Entrez** les diamètres dans la colonne L1. **Cliquez** sur entrer entre chaque valeur.

➤ **Entrez** les nombres de vis dans la colonne L2. **Cliquez** sur entrer entre chaque valeur.



b • Calculs statistiques

➤ **Appuyez** successivement sur les touches 2nde Stats 1 puis **sélectionnez** L1 et L2.

➤ **Appuyez** sur entrer.

La moyenne s'affiche $\overline{x}$ sur la calculatrice.

Le diamètre moyen $\overline{d}$ des vis est : 8,016 mm.

b Valider Communiquer

Répondez à la problématique. **Justifiez.**

8,016 est compris entre 7,98 et 8,02. Donc la qualité de la production est satisfaisante.

> *J'utilise un logiciel*

ACTIVITÉ 2 Écouter battre son cœur

Situation

Le professeur d'éducation physique et sportive relève le nombre de pulsations par minute de chacun des 24 élèves de la classe avant de commencer un footing.

Filles : 58 • 60 • 60 • 54 • 56 • 65 • 56 • 65 • 62 • 58

Garçons : 55 • 57 • 55 • 60 • 58 • 62 • 52 • 55 • 62 • 50 • 60 • 54 • 56 • 58

Il demande à Tiffany et à Anthony de calculer le nombre moyen de pulsations par minute des élèves de la classe.

Tiffany et Anthony propose deux méthodes différentes développées ci-dessous. Le professeur sait que la réponse exacte, arrondie au dixième, est 57,8.

Problématique

Tiffany et Anthony ne trouvent pas le même résultat. L'une des deux méthodes donne-t-elle la réponse exacte ? Si oui, laquelle ?

Ouvrez le fichier **06_pulsations.xls.**

1. Méthode de Tiffany

1 a *Réaliser* **Déterminez**, à l'aide du tableur, le nombre moyen de pulsations par minute pour les filles. Pour cela, saisissez la formule =MOYENNE(B6:B15) dans la cellule **J7**, puis validez.

Le résultat est : 59,4.

1 b *Réaliser* **Déterminez**, dans la cellule **J9**, le nombre moyen de pulsations par minute pour les garçons :

56,7

(résultat arrondi au dixième).

1 c *Réaliser* **Calculez** la moyenne des deux résultats trouvés en **1a.** et **1b**.

$\frac{59,4 + 56,7}{2} = 58,05$

Le nombre moyen de pulsations par minute obtenu par Tiffany est 58,05.

2. Méthode d'Anthony

2 a *Réaliser* **Déterminez**, à l'aide du tableur, la somme des nombres de pulsations des 24 élèves. Pour cela, saisissez la formule =SOMME(B6:B15;D6:D19) dans la cellule **J15**, puis validez.

La somme est 1 388.

2 b *Réaliser* **Divisez** cette somme par l'effectif total 24 :

$1\,388 \div 24 \approx 57,8$.

Le nombre moyen de pulsations par minute obtenu par Anthony est 57,8 (résultat arrondi au dixième).

3. Réponse à la problématique

Communiquer **Répondez** à la problématique.

La méthode d'Anthony est exacte et donne la bonne réponse. Celle d'Aurélie est fausse car il y a moins de filles que de garçons.

Je m'entraîne

Cochez la réponse exacte.

a Voici les prix relevés dans différents magasins pour un même paquet de biscuits :

1,60 € • 1,65 € • 1,83 € • 1,78 € • 1,55 € • 1,69 € • 1,70 € • 1,62 € • 1,58 € • 1,60 €.

Le prix moyen du paquet de biscuits est : ❐ **1,65 €** ☒ **1,66 €** ❐ **1,67 €.**

b La moyenne d'une série statistique est comprise entre la plus petite valeur de la série et la plus grande.

☒ **Vrai** ❐ **Faux** ❐ **On ne peut pas savoir.**

c Voici les prix relevés dans différents magasins pour une même boisson.

Prix (en €)	1,50	1,53	1,59
Effectif	8	1	1

Le prix moyen de la boisson, arrondi au centime, est :

☒ **1,51 €** ❐ **1,53 €** ❐ **1,54 €.**

d La fréquence, en écriture décimale, de la valeur 1,50 dans le tableau précédent est :

❐ **80** ❐ **8** ☒ **0,8.**

▶▶▶ Fréquences

EXERCICE 1

Lors des jeux Olympiques de Londres en 2012, les États-Unis ont remporté 104 médailles, la Chine 88, la Russie 82 et les autres pays 687.

Calculez la fréquence correspondant au nombre de médailles de chaque pays.

Nombre total de médailles : $104 + 88 + 82 + 687 = 961$.

États-Unis : $\frac{104}{961} \approx 0{,}108$ Chine : $\frac{88}{961} \approx 0{,}092$

Russie : $\frac{82}{961} \approx 0{,}085$ autres pays : $\frac{687}{961} \approx 0{,}715$

EXERCICE 2

Dans un camping, une enquête auprès des vacanciers porte sur le budget par jour et par personne. Elle a donné les résultats suivants.

Budget (en €)	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	**Total**
Effectif	11	36	24	9	80
Fréquence (en %)	13,75	45	30	11,25	100

Complétez le tableau.

Calcul de moyenne

EXERCICE 3

Voici dix relevés de température effectués en hiver, durant 10 jours consécutifs en Roumanie.

Températures minimales (en °C)	– 4	– 5	– 7	– 9	– 6	– 6	– 5	+ 2	+ 1	– 10
Températures maximales (en °C)	+ 3	– 1	+ 1	0	+ 2	+ 2	+ 3	+ 6	+ 6	+ 1

a **Calculez**, sur les 10 jours, la moyenne des températures minimales.

$$\frac{(-4)+(-5)+(-7)+(-9)+(-6)+(-6)+(-5)+(+2)+(+1)+(-10)}{10}=\frac{-49}{10}=-4{,}9\,°\text{C}$$

b **Calculez**, sur les 10 jours, la moyenne des températures maximales.

$$\frac{(+3)+(-1)+(+1)+0+(+2)+(+2)+(+3)+(+6)+(+6)+(+1)}{10}=\frac{+23}{10}=+2{,}3\,°\text{C}$$

EXERCICE 4

Les créateurs d'un site internet réalisent une enquête de satisfaction auprès des internautes clients. Ils leur demandent d'attribuer une note sur 20 au site.
Le tableau donne les notes de 50 internautes.

Note	6	8	10	12	14	15	17
Effectif	1	5	7	8	12	9	8

a **Calculez** la note moyenne obtenue par le site. **Arrondissez** le résultat au dixième.

$$\frac{6\times1+8\times5+10\times7+12\times8+14\times12+15\times9+17\times8}{50}=\frac{651}{50}=13{,}02$$

La note moyenne arrondie au dixième est 13.

b L'enquête est jugée satisfaisante si au moins 55 % des internautes ont donné une note supérieure ou égale à 14. Est-ce le cas ? **Expliquez** pourquoi.

$\frac{12+9+8}{50}=\frac{29}{50}=0{,}58$, soit 58 % qui est supérieur à 55 %. L'enquête est donc satisfaisante.

Croisement de deux caractères qualitatifs

EXERCICE 5

On étudie comment le personnel d'une entreprise effectue le trajet domicile-travail.

	Transport en commun	**Deux-roues**	**À pied**	**Voiture**	**Total**
Hommes	39	23	10	51	123
Femmes	48	12	8	60	128
Total	87	35	18	111	251

a **Complétez** le tableau ci-dessus.

b **Calculez** le pourcentage de femmes qui prennent les transports en commun par rapport au nombre total de femmes : $\frac{48}{128}\approx 0{,}375$, soit 37,5 %

c **Calculez** le pourcentage de femmes qui viennent à pied par rapport au nombre total de personnes qui viennent à pied : $\frac{8}{18}\approx 0{,}444$, soit 44,4 %

d **Calculez** le pourcentage d'hommes qui viennent en voiture par rapport au nombre total d'employés.

$\frac{51}{251}\approx 0{,}203$, soit 20,3 %

Je vais plus loin

EXERCICE 6

Situation

Mathilde a fait 6 devoirs de français. Les notes obtenues aux 5 premiers devoirs sont : 13 ; 16 ; 12 ; 15 ; 14.
La note du 6e devoir n'a pas changé la moyenne que Mathilde avait obtenue jusque-là.

Problématique : **Quelle est la note du 6e devoir ?**

a Réaliser — **Calculez** la moyenne des notes obtenues aux 5 premiers devoirs.

(13 + 16 + 12 + 15 + 14) ÷ 5 = 70 ÷ 5 = 14

b Valider, Communiquer — **Répondez** à la problématique. **Justifiez.**

La 6e note ne change pas la moyenne ; elle est donc égale à 14.

EXERCICE 7

Situation

Une revue contient un article consacré aux vacances. On y trouve les résultats d'un sondage réalisé sur 972 Français qui partent en vacances. La question posée lors de ce sondage est : « Quel est votre mode d'hébergement pour vos vacances de l'été prochain ? ».
Certains résultats du sondage sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Dans la revue, on peut lire la phrase suivante :
« Une fois encore, c'est vers la location que les Français devraient majoritairement se tourner cette année pour assurer leur logement pendant les vacances. »

Mode d'hébergement	**Effectif** arrondi à l'unité	**Fréquence** (en %) arrondie au dixième
Location	325	33,4
Camping	240	24,7
Hébergement chez des amis, la famille	187	19,2
Hôtel	138	14,2
Gîte	83	8,5
Total	973	100

Problématique : **Est-il vrai que cette année les Français préfèrent la location pour leurs vacances ?**

a Réaliser — **Complétez** le tableau. **Écrivez** vos calculs ci-dessous.

Effectif pour la location : 973 × 0,334 ≈ 325 ; effectif pour l'hôtel : 973 × 0,142 ≈ 138.

Fréquence pour le camping : 240 ÷ 973 × 100 ≈ 24,7 ; Fréquence pour l'hébergement chez des amis : 187 ÷ 973 × 100 ≈ 19,2.

b Valider, Communiquer — **Répondez** à la problématique. **Justifiez.**

Oui, les Français préfèrent la location pour leurs vacances car la fréquence obtenue pour la location est la plus grande.

EXERCICE 8

Situation

L'OTA (pour OchraToxine A) est une moisissure qui contamine naturellement les grains de café. Une étude statistique a été menée pour mesurer l'effet de la torréfaction (c'est-à-dire le grillage des grains) sur cette moisissure.

Voici la teneur en OTA, en grammes, obtenue sur 25 échantillons avant torréfaction :

15 • 18 • 29 • 29 • 18 • 22 • 31 • 26 • 26 • 23 • 23 • 31 • 17 • 25 • 16 • 20 • 30 • 16 • 20 • 30 • 16 • 25 • 26 • 30 • 31

Le matériel génère une erreur systématique. À chaque teneur mesurée, il faut ajouter 1 g.

Après torréfaction, la teneur moyenne en OTA est 6,24 g.

Problématique : **La teneur en OTA est-elle diminuée ou augmentée par la torréfaction ?**

a Réaliser — **Calculez** la teneur moyenne en OTA avant torréfaction.

La somme des 25 teneurs en OTA est 593 g. La teneur moyenne est : $593 \div 25 = 23{,}72$ g.

b Réaliser — **Déduisez**-en la teneur moyenne obtenue en tenant compte de l'erreur systématique de mesure.

Si à chaque teneur il faut ajouter 1 g, la teneur moyenne est augmentée de 1 g. Elle est alors égale à 24,72 g.

c Valider / Communiquer — **Répondez** à la problématique. **Justifiez**.

$6{,}24$ g $< 24{,}72$ g. La teneur moyenne en OTA est donc diminuée par la torréfaction.

EXERCICE 9

Situation

Une compagnie aérienne teste un nouveau vol entre deux villes. Ce vol s'effectue chaque jour à bord d'un avion qui peut transporter au maximum 190 passagers.

La compagnie décide d'étudier la fréquentation de ce vol pendant 12 semaines.

Les résultats sont donnés dans le fichier **06_avion.xls**.

Problématique

La compagnie s'est fixé comme objectif d'avoir un nombre moyen de passagers supérieur à 80 % de la capacité maximale de l'avion. L'objectif est-il atteint ?

Revoir, si nécessaire, l'activité 2 de la page 74.

Ouvrez le fichier **06_avion.xls.**

a Réaliser — **Complétez** le tableau de la feuille 1 en utilisant les fonctions SOMME et MOYENNE du tableur.

b Analyser — **Cochez** la bonne réponse.

Le nombre moyen de passagers par jour au cours des 12 semaines d'étude est dans la cellule :

❐ J16 ❐ J2 ☒ J18

Le nombre moyen de passagers par jour est : 166 Voir Fichier 06_avion_corrigé.xls.

c Réaliser — **Calculez** le nombre de passagers correspondant à 80 % de la capacité maximale de l'avion.

$190 \times 0{,}8 = 152$ passagers.

d Valider / Communiquer — **Répondez** à la problématique. **Justifiez**.

$166 > 152$. Donc l'objectif est atteint.

Je m'évalue

Nom : ....
Prénom : ....
Date : .... Classe : ....

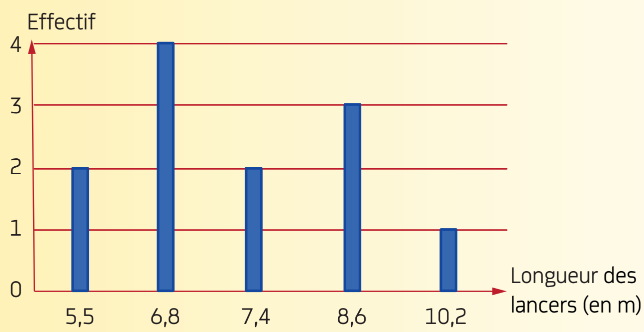
Situation

Une épreuve de lancer de poids est organisée dans cinq classes de CAP d'un lycée.
La classe qui aura la moyenne la plus élevée sur les 6 meilleurs lancers sera déclarée gagnante.

✔ **Résultats de la classe de CAP Esthétique**

9,1 m • 6,7 m • 3,5 m • 8,9 m • 8,6 m • 4,5 m • 5,8 m • 4,2 m • 6,3 m • 9,6 m • 7,5 m • 5,9 m.

✔ **Résultats de la classe de CAP Petite enfance**



✔ **Moyenne des 6 meilleurs lancers pour les autres classes**

Classes	Maintenance et hygiène	Industries chimiques	Agent polyvalent de restauration
Moyenne (en m) **arrondie au dixième**	6,3	7,9	8,3

Problématique

Les élèves de CAP Esthétique pensent avoir remporté l'épreuve. Ont-ils raison ?

1 • Calcul de la moyenne de la classe de CAP Esthétique

1 a S'approprier **Relevez** les 6 meilleurs résultats de la classe de CAP Esthétique.

9,1 m ; 6,7 m ; 8,9 m ; 8,6 m ; 9,6 m ; 7,5 m

1 b Réaliser **Calculez**, en mètres, la moyenne obtenue par la classe de CAP Esthétique.

$$\frac{9,1+6,7+8,9+8,6+9,6+7,5}{6}=\frac{50,4}{6}=8,4\text{ m}$$

1 c Réaliser **Répondez** à la problématique si cela est possible. **Justifiez** votre réponse.

On ne peut pas répondre à la problématique. Il manque la moyenne de la classe de CAP Petite enfance.

Je m'évalue

2 • Calcul de la moyenne de la classe de CAP Petite enfance

2 a Analyser **Proposez** une méthode permettant de calculer la moyenne de la classe de CAP Petite enfance. Attention, on ne demande pas de faire les calculs.

– J'écris les six meilleurs résultats à partir du graphique.

– Je calcule la moyenne de ces six résultats.

Communiquer **Appelez** le professeur pour lui exposer votre démarche.

2 b Réaliser **Calculez**, en mètres, la moyenne obtenue par la classe de CAP Petite enfance en appliquant la méthode validée par le professeur. **Arrondissez** au dixième.

Les six meilleurs résultats de la classe de CAP Petite enfance sont : 7,4 m (2 fois), 8,6 m (3 fois) et 10,2 m (1 fois).

$$\frac{7,4 \times 2 + 8,6 \times 3 + 10,2 \times 1}{6} = \frac{50,8}{6} = 8,5\text{ m}$$

3 • Réponse

Valider Communiquer **Répondez** à la problématique. **Justifiez** votre réponse.

Les élèves de CAP Esthétique se trompent. Ils n'ont pas remporté l'épreuve car leur moyenne est inférieure à celle de la classe de CAP Petite enfance.

Grille d'autoévaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✔ (rouge)	✔ (orange)	✔ (vert)
S'approprier	• **Je classe** les nombres décimaux pour les comparer.	1 a			
Analyser Raisonner	• **Je propose** une démarche pour calculer la moyenne demandée.	2 a			
Réaliser	• **Je calcule** la moyenne d'une série de valeurs.	1 b 2 b			
Valider	• **Je justifie** si je peux répondre ou non à la problématique. • **Je vérifie** la vraisemblance de mes résultats.	1 c 3			
Communiquer	• **J'expose** ma démarche en employant le vocabulaire adapté. • **Je réponds** clairement à la problématique.	3 A			

Chance et probabilité

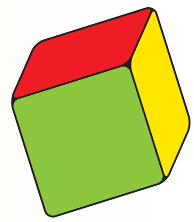
18

CAPACITÉ
→ Utiliser des notions élémentaires des probabilités dans des contextes familiers d'expérimentation.

ACTIVITÉ 1 Découvrir des expériences aléatoires et leurs résultats

Situation

Marco a le choix entre deux jeux de hasard.
Jeu n° 1 : Lancer un jeton dont une face est rouge et l'autre verte.
Marco gagne si la face du dessus est rouge.
Jeu n° 2 : Lancer un dé cubique à 6 faces dont 3 faces sont jaunes, 1 face est verte et les autres sont rouges.
Marco gagne si la face du dessus est rouge.



Problématique : **À quel jeu Marco a-t-il le plus de chances de gagner ?**

Lancer un dé, tirer une carte au hasard sont des **expériences aléatoires**.

a S'approprier — **Donnez** les résultats possibles lorsque Marco lance le jeton.
Deux résultats possibles : face rouge ; face verte.

b Valider — **Complétez :** Marco a 1 chance sur 2 d'obtenir une face rouge lors du lancer du jeton.

c S'approprier — **Énumérez** les résultats possibles lorsque Marco lance le dé.
Trois résultats possibles : face rouge ; face verte ; face jaune.

d S'approprier — **Donnez** le nombre de faces rouges du dé : 2

e Valider — **Complétez :** Marco a 2 chances sur 6 d'obtenir une face rouge lors du lancer du dé.

f Réaliser — **Donnez** l'écriture décimale de $\frac{1}{2}$ et de $\frac{2}{6}$.
$\frac{1}{2} = 0{,}5$; $\frac{2}{6} \approx 0{,}333$

g Valider, Communiquer — **Répondez** à la problématique. **Justifiez** votre réponse.
C'est en lançant le jeton que Marco a le plus de chances de gagner car $0{,}5 > 0{,}333$.

Je fais le point

- Lorsqu'on lance un dé, une pièce de monnaie, ou que l'on tire une carte **au hasard** dans un jeu, on réalise une expérience aléatoire :

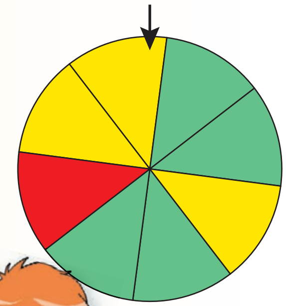
– l'expérience est clairement décrite et les résultats peuvent être énumérés ;
– on ne sait pas lequel de ces résultats (ou issues) va se produire quand on réalise l'expérience.

Exemple
On lance un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. C'est une expérience aléatoire qui a six résultats : 1, 2, 3, 4, 5, 6.

ACTIVITÉ 2 Déterminer une probabilité dans une situation simple

Situation

Une roue de loterie est partagée en secteurs égaux de trois couleurs différentes.
Quand on lance cette roue, elle tourne, puis s'arrête librement devant le repère (flèche noire). À chaque lancer, on note la couleur indiquée par la flèche.
On suppose que la roue n'est pas truquée. Par conséquent, chaque secteur a la même chance de se trouver devant le repère.



Problématique : Les différentes couleurs ont-elles la même probabilité de sortir ?

On dit que la **probabilité** de sortie du jaune est $\frac{3}{8}$.
On peut écrire :
P(jaune) = $\frac{3}{8}$ = 0,375.

a S'approprier / Valider
Donnez :
- le nombre total de secteurs de la roue : 8
- le nombre de secteurs jaunes : 3

La couleur jaune a donc 3 chances sur 8 de sortir.

b S'approprier / Réaliser
Donnez le nombre de secteurs rouges : 1
Calculez la probabilité notée P(rouge) de sortie du rouge (écriture fractionnaire et écriture décimale).
P(rouge) = $\frac{1}{8}$ = 0,125

c S'approprier / Réaliser
Donnez le nombre de secteurs verts : 4.
Calculez la probabilité notée P(vert) de sortie du vert (écriture fractionnaire et écriture décimale)
P(vert) = $\frac{4}{8}$ = 0,5.

d Valider / Communiquer
Répondez à la problématique. **Justifiez** votre réponse.
Les 3 probabilités trouvées sont différentes.

e Réaliser
Vérifiez que la somme P(jaune) + P(rouge) + P(vert) est égale à 1.
P(jaune) + P(rouge) + P(vert) = $\frac{3}{8} + \frac{1}{8} + \frac{4}{8} = \frac{8}{8}$ = 1.

Je fais le point

- Au cours d'une expérience aléatoire, si un résultat a par exemple 1 chance sur 6 de se produire, on dit que la probabilité du résultat est $\frac{1}{6}$.
- Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.
- La **somme des probabilités** des différents résultats est égale à **1**.

Exemple
Un sac contient 20 jetons : 4 jetons portent la lettre A, 6 jetons la lettre B, 10 jetons la lettre C.
On tire 1 jeton au hasard dans le sac.
Les 3 résultats possibles sont : obtenir A, obtenir B, obtenir C.
La probabilité d'obtenir A peut se noter P(A), celles d'obtenir B et C peuvent se noter P(B) et P(C).
P(A) = $\frac{4}{20}$ = 0,2 ; P(B) = $\frac{6}{20}$ = 0,3 ; P(C) = $\frac{10}{20}$ = 0,5.
On vérifie que :
P(A) + P(B) + P(C) = 0,2 + 0,3 + 0,5 = 1.

Fréquence et probabilité

19

CAPACITÉ

→ Construire et utiliser des tableaux de répartition de fréquences après expérimentation.

ACTIVITÉ 1 Approcher une probabilité à partir de fréquences

Situation

Lorsqu'on lance une punaise, elle peut s'immobiliser de deux façons différentes : la pointe vers le haut (résultat H) ou la pointe vers le bas (résultat B).

On lance la même punaise plusieurs fois en s'intéressant au nombre de réalisations du résultat H pour un nombre de lancers de plus en plus grand.

H B

Nombre de lancers	50	500	1 000	5 000	10 000	20 000
Nombre de réalisations de H	12	145	326	1 580	3 080	6 120
Fréquence (arrondie au centième)	0,24	0,29	0,33	0,32	0,31	0,31

Problématique : **Peut-on déterminer la probabilité du résultat H : « la pointe est vers le haut » ?**

a Réaliser — **Complétez** la ligne des fréquences du tableau.

b Analyser, Valider — **Cochez** la réponse exacte.

Lorsque le nombre de lancers augmente,

- ☐ la fréquence augmente régulièrement.
- ☐ la fréquence diminue régulièrement.
- ☐ la fréquence se rapproche du nombre 0,2.
- ☒ la fréquence se rapproche du nombre 0,3.

$$\text{fréquence} = \frac{\text{nombre de réalisations de H}}{\text{nombre de lancers}}$$

c Valider — **Répondez** à la problématique.

La fréquence se rapproche de 0,3 et même semble-t-il de 0,31, mais elle ne donne pas la probabilité exacte. On ne peut donc pas donner la probabilité de H.

Je fais le point

- Lorsqu'on réalise un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'un résultat de l'expérience se rapproche d'un nombre qui est la probabilité du résultat.

Exemple

Si on lançait une pièce de monnaie équilibrée un très grand nombre de fois, on obtiendrait « face » environ une fois sur deux.

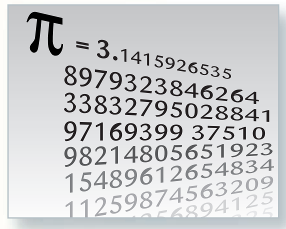
La probabilité du résultat « face » est $\frac{1}{2}$ ou 0,5. On écrit : P(« face ») = 0,5.

ACTIVITÉ 2 Calculer une probabilité lorsque les effectifs sont donnés

Situation

Le nombre π a une infinité de chiffres après la virgule. On étudie ses 10 000 premiers chiffres décimaux.

Le nombre d'apparition de chaque chiffre est donné dans le tableau suivant.



Chiffre	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre d'apparitions	968	1 026	1 021	974	1 012	1 046	1 021	970	948	1 014

On tire un chiffre au hasard dans les 10 000 premiers chiffres décimaux de π.

Problématique

La probabilité de tirer un chiffre impair est-elle égale à la probabilité de tirer un chiffre pair ?

a S'approprier

Donnez la liste :
- des chiffres impairs : 1, 3, 5, 7, 9.
- des chiffres pairs : 0, 2, 4, 6, 8.

b Réaliser

Calculez la probabilité de tirer le chiffre 1, notée P(1).

$P(1) = \dfrac{1\,026}{10\,000} = 0{,}1026$

c Réaliser

Calculez la probabilité de tirer un chiffre impair.

P(impair) = P(1) + P(3) + P(5) + P(7) + P(9)

= 0,1026 + 0,0974 + 0,1046 + 0,0970 + 0,1014 = 0,503 .

« Tirer un chiffre impair » s'appelle un **événement**. Il est constitué des résultats 1, 3, 5, 7 et 9.

d Réaliser

Calculez la probabilité de tirer un chiffre pair.

P(pair) = P(0) + P(2) + P(4) + P(6) + P(8) = 0,0968 + 0,1021 + 0,1012 + 0,1021 + 0,0948 = 0,497.

e Valider Communiquer

Répondez à la problématique. **Justifiez** votre réponse.

Les deux probabilités ne sont pas égales, mais sont cependant assez proches l'une de l'autre.

Je fais le point

- Pour calculer la probabilité d'un résultat lorsque les effectifs sont connus, on divise l'effectif du résultat par l'effectif total.
- Un **événement** est constitué de plusieurs résultats.

Exemple

Une boîte contient 20 cartes. Sur chaque carte est écrit un mot.

Mot	chat	chien	laisse	lait
Nombre de cartes	6	5	3	6

On tire une carte au hasard dans la boîte.

$P(\text{chat}) = \dfrac{6}{20} = 0{,}3$; $P(\text{chien}) = \dfrac{5}{20} = 0{,}25$;

$P(\text{laisse}) = \dfrac{3}{20} = 0{,}15$; $P(\text{lait}) = \dfrac{6}{20} = 0{,}3$

La probabilité de l'événement « tirer un mot de 4 lettres » est P(chat) + P(lait) = 0,3 + 0,3 = 0,6.

La probabilité de l'événement « tirer un mot commençant par la lettre c » est :
P(chat) + P(chien) = 0,3 + 0,25 = 0,55.

Simuler un lancer de dé

>J'utilise un logiciel

20

ACTIVITÉ 1 Utiliser la simulation du lancer du dé n° 1

Situation

Les lancers de deux dés cubiques sont simulés dans le fichier 07_dé.xls.
Sur la feuille « Dé n° 1 » de ce fichier, les chiffres qui figurent dans la colonne L sont les résultats de la simulation de 1 000 lancers du dé n° 1.

Lorsqu'une expérience aléatoire est à réaliser de nombreuses fois, on peut la simuler avec un tableur.

Problématique : Peut-on dire, sans trop risquer de se tromper, que le dé n° 1 n'est pas truqué ?

a S'approprier — **Expliquez** ce que veut dire pour vous « Le dé n'est pas truqué ».

Pas de réponse type. Différentes réponses sont possibles dans le langage des élèves.

b Analyser — **Énumérez** les résultats possibles lorsqu'on lance un dé cubique : 1, 2, 3, 4, 5, 6.

c Réaliser — Si le dé n'est pas truqué, **calculez** la probabilité de sortie de chaque résultat (écriture fractionnaire, puis écriture décimale arrondie au centième).

Les six chiffres ont la même probabilité de sortir.

Donc $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6} \approx 0{,}17$.

Chaque face a la même probabilité d'apparaître.

Ouvrez le fichier 07_dé.xls.

Observez les différents tableaux et graphiques donnés par le tableur. Vous pouvez obtenir d'autres simulations en cliquant sur la touche F9.

d Analyser, Valider — **Expliquez** comment évolue la fréquence des résultats lorsque le nombre de lancers augmente.

Pour 10 lancers, les fréquences sont très différentes d'un résultat à l'autre. Elles ont tendance à se rapprocher pour 100 lancers, puis pour 1 000 lancers.

e Valider, Communiquer — **Comparez** les probabilités trouvées à la question **c.** avec les fréquences du tableau 3.

Résultats variables d'une simulation à l'autre. Pour la plupart, les fréquences sont comprises entre 0,15 et 0,18, donc assez proches de 0,17.

f Valider, Communiquer — **Répondez** à la problématique si cela est possible. **Justifiez**.

Il est vraisemblable que le dé n'est pas truqué : aucun chiffre ne semble sortir plus souvent que les autres.

ACTIVITÉ 2 Utiliser la simulation du lancer du dé n° 2

Situation

Sur la feuille « Dé n° 2 » du fichier 07_dé.xls, les chiffres qui figurent dans la colonne L sont les résultats de la simulation de 1 000 lancers du dé n° 2.

Problématique

Peut-on dire, sans trop risquer de se tromper, que le dé n° 2 n'est pas truqué ?

Calculs effectués dans l'Activité 1 Question c.

a Réaliser

Rappelez la probabilité de sortie de chaque résultat si le dé n'est pas truqué (écriture fractionnaire, puis écriture décimale arrondie au centième).

$P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6} \approx 0{,}17$.

b Valider Communiquer

Cliquez sur la touche F9 pour obtenir d'autres simulations.

En observant le tableau 1 et le graphique 1 obtenus avec le tableur, **répondez** à la problématique si cela est possible. **Justifiez**.

Pour 10 lancers, les fréquences obtenues diffèrent beaucoup d'une simulation à l'autre.

On ne peut pas répondre à la problématique.

c Réaliser

Relevez trois exemples de fréquences obtenues dans le cas de 1 000 lancers.

Chiffre obtenu	1	2	3	4	5	6
Simulation 1	0,144	0,267	0,135	0,164	0,155	0,134
Simulation 2	0,139	0,274	0,15	0,13	0,161	0,146
Simulation 3	0,136	0,304	0,135	0,156	0,134	0,135

d Valider Communiquer

Comparez les probabilités rappelées à la question **a**. avec les fréquences précédentes.

Les fréquences obtenues sont pour la plupart assez éloignées de 0,17.

e Analyser Valider

Comparez la fréquence d'apparition du chiffre 2 avec la fréquence d'apparition des autres chiffres.

Le chiffre 2 apparaît beaucoup plus souvent que les autres chiffres.

f Valider Communiquer

Répondez à la problématique si cela est possible. **Justifiez**.

Il est probable que le dé est truqué en faveur du 2.

g Valider Communiquer

Proposez une « manipulation » qui vous permettrait de confirmer votre réponse.

Il faudrait augmenter le nombre de lancers, faire par exemple 10 000 lancers.

Je m'entraîne

Cochez la ou les réponses exactes.

a Un jeu de 32 cartes contient 4 rois. On tire une carte au hasard dans le jeu. Chaque carte du jeu a la même probabilité d'être tirée. La probabilité de tirer un roi est égale à :

☒ $\frac{4}{32}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☒ 0,125

b Hoazar consulte les résultats d'une enquête sur les numéros qui sont sortis ces dernières années au loto. Il souhaite jouer lors du prochain tirage.

☒ **L'enquête ne peut pas l'aider.**
☐ **Il vaut mieux qu'il joue les numéros souvent sortis.**
☐ **Il vaut mieux qu'il joue les numéros qui ne sont pas souvent sortis.**

c Aziza joue avec un dé à 6 faces non truqué. La probabilité d'obtenir un résultat supérieur ou égal à 4 est :

☐ 0,4 ☒ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{3}$

▶▶▶ Chance et probabilité

EXERCICE 1

On place des boules colorées, toutes identiques au toucher, dans un sac non transparent. Sur chaque boule, est inscrite une lettre.
On tire une boule au hasard, on note sa couleur et sa lettre.
Le tableau suivant donne la répartition des boules.

Couleur / Lettre	Rouge	Vert	Bleu
A	3	5	2
B	2	2	6

a **Donnez** le nombre de boules dans le sac : 20

b **Donnez** le nombre de boules bleues portant la lettre A contenues dans le sac : 2

c **Calculez** la probabilité de tirer une boule bleue portant la lettre A : $\frac{2}{20} = 0{,}1$

d **Donnez** le nombre de boules rouges contenues dans le sac : 5

e **Calculez** la probabilité de tirer une boule rouge : $\frac{5}{20} = 0{,}25$

f **Dites** si la probabilité de tirer une boule portant la lettre A est égale à la probabilité de tirer une boule portant la lettre B. **Justifiez** votre réponse.

Les deux probabilités sont égales car il y a 10 boules portant la lettre A et 10 boules portant la lettre B.

▶▶▶ Probabilités

EXERCICE 2

En appuyant sur un bouton, on allume au hasard une des cases de la grille ci-dessous.

A	B	C
D	E	F
G	H	I

a **Donnez** le nombre de cases dans la grille : 9

b **Calculez** la probabilité que la case B s'allume : $\frac{1}{9}$

c **Calculez** la probabilité qu'une case marquée d'une voyelle s'allume.

Il y a 3 cases marquées d'une voyelle. La probabilité demandée est donc $\frac{3}{9} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$.

d Pour cette expérience aléatoire, **décrivez** par une phrase un événement qui aurait pour probabilité $\frac{2}{3}$.

La probabilité de tirer une consonne est égale à $\frac{2}{3}$.

EXERCICE 3

Dans une classe, après la visite médicale, l'infirmière a dressé le tableau ci-contre.
On choisit un élève au hasard dans la classe.

	Porte des lunettes	Ne porte pas de lunettes
Fille	3	15
Garçon	7	5

a **Calculez** la probabilité que cet élève soit une fille qui porte des lunettes.

Sur les 30 élèves de la classe, 3 filles portent des lunettes. La probabilité est $\frac{3}{30} = \frac{1}{10} = 0{,}1$.

b **Calculez** la probabilité pour que cet élève soit un garçon, avec ou sans lunettes.

Il y a 12 garçons. La probabilité de choisir un garçon est $\frac{12}{30} = 0{,}4$.

▶▶▶ Fréquence et probabilité

EXERCICE 4

Voici les notes obtenues à un contrôle de mathématiques par 24 élèves de CAP : 12 ; 10 ; 13 ; 10 ; 8 ; 11 ; 14 ; 14 ; 9 ; 10 ; 14 ; 15 ; 12 ; 10 ; 8 ; 13 ; 14 ; 11 ; 12 ; 14 ; 10 ; 11 ; 9 ; 14.

Note	8	9	10	11	12	13	14	15	**Total**
Effectif	2	2	5	3	3	2	6	1	24
Fréquence (en %)	8,3	8,3	20,8	12,5	12,5	8,3	25	4,2	99,9

a **Complétez** le tableau. **Arrondissez** les fréquences à 0,1 %.

On remarque que le total des fréquences n'est pas 100 à cause des arrondis.

b **Calculez** la probabilité pour qu'un élève choisi au hasard dans le groupe ait une note supérieure ou égale à 10.

100 – 8,3 – 8,3 = 83,4. La probabilité demandée est 83,4 %, soit 0,834.

Je m'évalue

Nom : ....

Prénom : ....

Date : .... Classe : ....

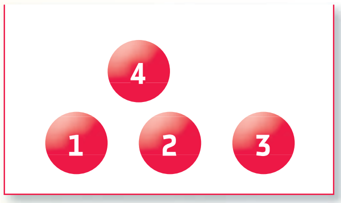
Situation

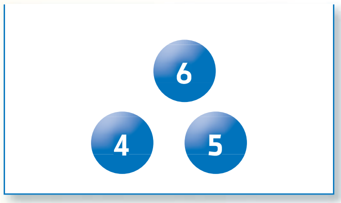
Erika et Kenji disposent de deux boîtes non transparentes. La boîte rouge contient 4 boules rouges numérotées 1, 2, 3, 4 et la boîte bleue trois boules bleues numérotées 4, 5, 6.

Erika tire une boule dans la boîte rouge et note son numéro ; en même temps, Kenji fait de même dans la boîte bleue.

Erika et Kenji voudraient connaître la probabilité de tirer simultanément (en même temps) les deux boules n° 4.

Après avoir simulé l'expérience avec un tableur, Erika estime cette probabilité à 0,1, tandis que l'estimation de Kenji est 0,2.





Problématique : **Qui d'Erika ou de Kenji est le plus proche de la probabilité exacte ?**

1 • Calculs de probabilité

1 a Réaliser

Calculez la probabilité de tirer la boule rouge n° 4.

$\frac{1}{4} = 0{,}25$

1 b Réaliser

Calculez la probabilité de tirer la boule bleue n° 4.

$\frac{1}{3} \approx 0{,}33$

1 c Valider

Cochez la réponse exacte.

La probabilité de tirer en même temps les deux boules n° 4 est :

☒ inférieure à 0,1 ❒ supérieure à 0,3 ❒ égale à 0,15 ☒ Je ne peux pas savoir.

La réponse dépend des souvenirs des élèves sur les calculs de probabilités.

2 • Étude de 10 tirages

Le tableau ci-contre donne les résultats de 10 tirages.

	A	B	C
1	Tirage	Numéro boule bleue	Numéro boule rouge
2	N°1	4	4
3	N°2	1	5
4	N°3	2	5
5	N°4	4	5
6	N°5	4	5
7	N°6	4	4
8	N°7	4	4
9	N°8	1	5
10	N°9	1	5
11	N°10	1	4

2 a S'approprier

Décrivez le tirage n° 3.

Numéro de la boule bleue : 2

Numéro de la boule rouge : 5

2 b Analyser Réaliser

Pour ce tableau, **calculez** la fréquence de tirages simultanés des deux boules n° 4.

Il y a trois tirages simultanés sur 10 tirages.

La probabilité est $\frac{3}{10} = 0{,}3$.

2 c Valider

Comparez ce résultat avec les estimations d'Erika et de Kenji.

Ce résultat ne correspond à aucune des deux estimations.

2 d Valider Communiquer **Dites** si la réponse à la question **2c** serait différente avec un nombre de tirages plus grand.

La réponse serait différente : lorsque le nombre de tirages augmente, la fréquence d'un résultat se rapproche de sa probabilité.

Communiquer **Appelez** le professeur pour lui présenter vos conclusions.

3 • Simulation sur l'ordinateur

Ouvrez le fichier **07_boules.xls.**

La simulation proposée est faite sur 5 000 tirages. Cliquez sur la touche F9 pour modifier les tirages.

3 a Réaliser **Relevez** quelques fréquences d'obtention simultanée des boules n° 4.

0,085 ; 0,0868 ; 0,088 ; 0,0736 ; 0,0796.

3 b Valider **Donnez** un nombre vers lequel cette fréquence semble se rapprocher.

La fréquence semble se rapprocher de 0,08. Mais d'autres réponses sont valables : 0,081 ; 0,083 ; … par exemple.

3 c Communiquer **Répondez** à la problématique. **Justifiez** votre réponse.

Cette probabilité est plus proche de 0,1 que de 0,2. Erika est plus proche de la probabilité exacte que Kenji.

Grille d'autoévaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition ✔ (rouge)	✔ (orange)	✔ (vert)
S'approprier	• **Je lis** dans la table les résultats demandés.	2 a			
Analyser Raisonner	• **Je recherche** les tirages du double 4.	2 b			
Réaliser	• **J'effectue** le calcul demandé. • **J'effectue** le calcul demandé. • **J'effectue** le calcul demandé. • **Je lis** quelques fréquences sur la feuille du tableur.	1 a 1 b 2 b 3 a			
Valider	• **Je donne** la probabilité demandée. • **Je fais** la comparaison demandée. • **Je juge** de la valeur de la comparaison. • **Je propose** une fréquence.	1 c 2 c 2 d 3 b			
Communiquer	• **Je donne** clairement ma réponse. • **Je donne** clairement ma réponse. • **J'expose** ma conclusion en employant le vocabulaire adapté. • **Je réponds** clairement à la question posée.	1 c 2 d (A) 3 b			

Parallèles et perpendiculaires

21

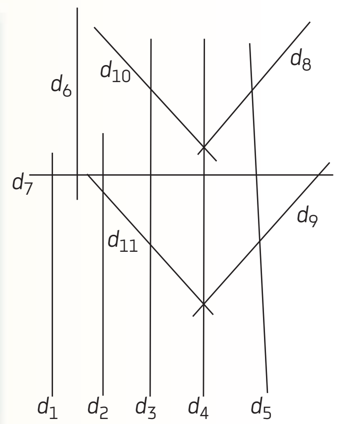
CAPACITÉS
- ➜ Tracer la parallèle à une droite donnée passant par un point donné.
- ➜ Construire à la règle et au compas la médiatrice d'un segment donné.

ACTIVITÉ 1 Reconnaître des droites parallèles et des droites perpendiculaires

Situation

Zélie est en stage dans une entreprise qui construit une maison à colombages.

La photo est celle d'un mur à colombages de bois.
Sur le dessin de droite, on a schématisé le mur à colombages par des droites notées d_1, d_2, d_3…
Le tuteur de Zélie lui affirme que le schéma a été réalisé uniquement à partir de droites parallèles et de droites perpendiculaires.



Problématique : **Le tuteur de Zélie a-t-il raison ?**

a *S'approprier*
Cochez la réponse exacte.

Les droites d_1 et d_4 sont :
☒ parallèles ❐ perpendiculaires ❐ sécantes.

Les droites d_4 et d_5 sont :
❐ parallèles ❐ perpendiculaires ☒ sécantes.

Les droites d_1 et d_7 sont :
❐ parallèles ☒ perpendiculaires ☒ sécantes.

Deux droites sécantes se coupent en un point appelé **point d'intersection.**

b *Valider*
Nommez deux autres droites ayant la même propriété que d_1 et d_7.

d_2 et d_7

c *Valider* *Communiquer*
Répondez à la problématique en argumentant vos propos.

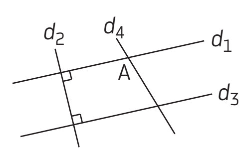
Le tuteur de Zélie a tort car le schéma a été réalisé à partir de droites parallèles, de droites perpendiculaires et de droites sécantes non perpendiculaires.

Je fais le point

- Deux droites sécantes se coupent en un point appelé point d'intersection.
- Deux droites perpendiculaires se coupent en formant un angle droit.
- Deux droites parallèles ne se coupent pas, aussi loin qu'on les prolonge.

Exemple

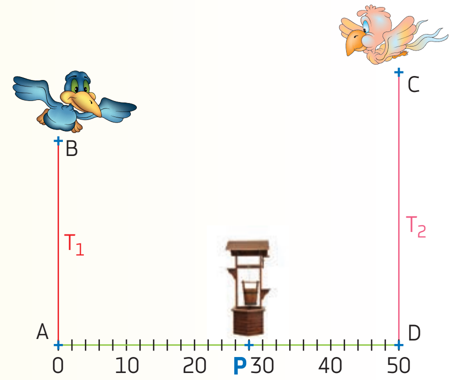
Les droites d_1 et d_4 sont sécantes en A qui est leur point d'intersection.
Les droites d_2 et d_3 sont perpendiculaires. On écrit $d_2 \perp d_3$.
Les droites d_1 et d_3 sont parallèles. On écrit $d_1 \, // \, d_3$.



ACTIVITÉ 2 Utiliser la médiatrice d'un segment

Situation

Deux tours T_1 et T_2, hautes de 30 m et de 40 m, sont distantes l'une de l'autre de 50 m. Un puits est situé entre les deux tours.



Deux oiseaux volant à la même vitesse s'envolent en même temps, chacun du sommet d'une tour, pour se poser au même moment sur le puits. Les points B et C représentent le sommet de chaque tour et le point P la position du puits sur le segment [AD].

Problématique

La position du puits sur le dessin est-elle exacte ?

a S'approprier

À l'aide des données de l'énoncé, **complétez** les mesures suivantes

AB = 30 m   CD = 40 m   AD = 50 m

b S'approprier

Les oiseaux volent à la même vitesse. **Énoncez** la condition que devront remplir les longueurs des segments [BP] et [CP] pour que ces oiseaux se posent en même temps au point P.

Le segment [BP] doit être de même longueur que le segment [CP].

c S'approprier Réaliser

Proposez une méthode de résolution permettant de répondre à la problématique. Attention, on ne demande pas de répondre à la problématique, ni de faire de tracés.

Il faut tracer la médiatrice du segment [BC]. L'intersection de la médiatrice du segment [BC] avec le segment [AD]

permettra de positionner le point P.

La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

d Réaliser Communiquer

En utilisant soit le fichier **08_oiseauxdestours.docx**, soit le fichier **08_oiseauxdestours.ggb** et leurs aides, **répondez** à la problématique.

Le point P est mal positionné ; il doit se situer à 32 m du point A.

Voir le fichier 08_oiseauxdestours_corrigé.ggb ou le fichier 08_oiseauxdestours_corrigé.docx.

Je fais le point

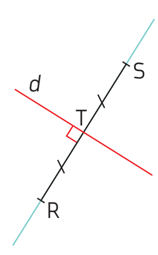
- La **médiatrice d'un segment** est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Exemple

La droite d est la médiatrice du segment [RS] car :

– le point T est le milieu de [RS] ;

– la droite (RS) est perpendiculaire à la droite d.



Angles et bissectrice

22

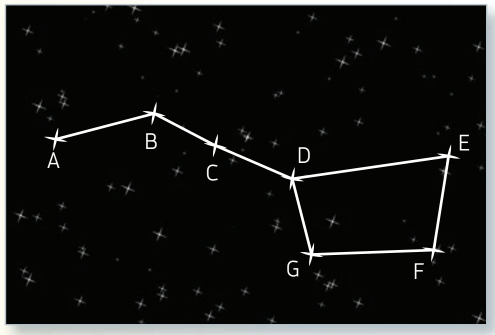
CAPACITÉS
- → Déterminer une mesure d'un angle donné.
- → Tracer un angle de mesure donnée, le sommet et un côté étant donnés.
- → Construire à la règle et au compas la bissectrice d'un angle donné.

ACTIVITÉ 1 Mesurer un angle

Situation

Pierre, passionné par les étoiles, veut réaliser une carte du ciel qui lui permettra de repérer les constellations.

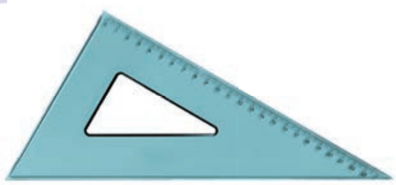
La constellation de la Grande Ourse est facilement visible et Pierre prend une photo de cette constellation sur laquelle il repère les 7 étoiles principales A, B, C, D, E, F et G.



Problématique

Comment peut-on réaliser précisément la carte de cette constellation en utilisant un compas et un rapporteur ?

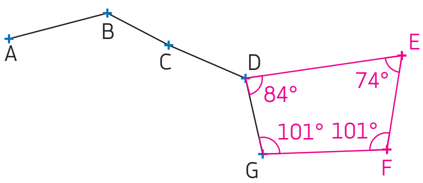
a S'approprier — **Entourez** l'outil permettant de mesurer un angle.



b S'approprier — **Cochez** la bonne réponse.

L'unité de mesure d'un angle est : ☒ le degré ❐ le centimètre ❐ le kelvin.

c Réaliser Valider — **Complétez** la figure en plaçant les points E et F sur le schéma que Pierre a commencé. Vous pouvez aussi le compléter sur le fichier **08_grandeourse.ggb**.



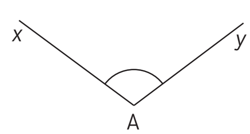
Voir aussi le fichier 08_grandeourse_corrigé.ggb.

d Communiquer — **Répondez** à la problématique.

L'élève pourra dans l'ordre qu'il choisira : reporter la longueur DE et l'angle $\widehat{EDG}$; reporter la longueur GF et l'angle $\widehat{DGF}$; reporter la longueur EF et l'angle $\widehat{DEF}$; reporter la longueur EF et l'angle $\widehat{GFE}$.

Je fais le point

- Le point A est le sommet de l'angle $\widehat{xAy}$.
- Les demi-droites [Ax) et [Ay) sont les côtés de l'angle.
- La mesure de l'angle $\widehat{xAy}$ se donne en degrés.

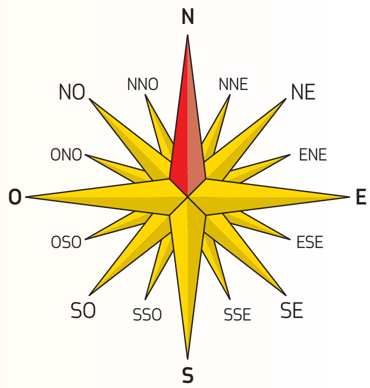


ACTIVITÉ 2 Construire la bissectrice d'un angle donné

Situation

À la demande d'une agence de voyages récemment créée, Paul doit réaliser son logo avec le logiciel GeoGebra. Il choisit la rose des vents.

La rose des vents figure sur les boussoles ou sur le disque mobile des compas de marine. Elle indique les points cardinaux : le nord, le sud, l'est et l'ouest mais aussi des directions intermédiaires secondaires (NNE, NNO, SSO, SSE…) comme schématisé ci-contre.



Problématique

Comment construire géométriquement les 16 directions de la rose des vents ?

Ouvrez le fichier 08_rosedesvents.ggb. dans lequel Paul a déjà commencé sa rose des vents.

a S'approprier / Réaliser — On considère l'angle $\widehat{OCN}$. À l'aide de l'outil, **mesurez** les angles $\widehat{OCt}$ et $\widehat{tCN}$.

$\widehat{OCt} = 45°$ $\widehat{tCN} = 45°$

b S'approprier — **Comparez** les mesures des angles $\widehat{OCt}$ et $\widehat{tCN}$; **cochez** la bonne réponse.

❒ $\widehat{OCt} > \widehat{tCN}$ ☒ $\widehat{OCt} = \widehat{tCN}$ ❒ $\widehat{OCt} < \widehat{tCN}$

c S'approprier — La demi-droite [Ct) est la bissectrice de l'angle $\widehat{OCN}$. **Donnez** la direction indiquée par :

– la demi-droite [Ct) : NO
– la demi-droite [Cu) : NE
– la demi-droite [Cv) : SE
– la demi-droite [Cw) : SO

d Analyser — **Nommez** la bissectrice qu'il faut tracer pour obtenir :

– la direction NNO : bissectrice de l'angle $\widehat{tCN}$
– la direction ONO : bissectrice de l'angle $\widehat{OCt}$

e Réaliser / Communiquer — **Répondez** à la problématique et **terminez** la figure sur GeoGebra afin d'obtenir toutes les directions.

Pour construire géométriquement les 16 directions de la rose des vents, on trace les bissectrices des angles $\widehat{tCN}$, $\widehat{OCt}$, $\widehat{NCu}$ et $\widehat{uCE}$. Voir le fichier 08_rosedesvents_corrigé1.ggb.

Pour aller plus loin : pour terminer la rose des vents et obtenir tous les triangles du dessin ci-dessus, il faut tracer toutes les bissectrices, nommer les points d'intersection des bissectrices avec le cercle comme sur la rose, faire disparaître les bissectrices et relier chaque sommet de la rose aux deux points situés à côté du point diamétralement opposé. Par exemple, tracer [N SSO] et [N SSE].

Voir le fichier 08_rosedesvents_corrigé2.ggb.

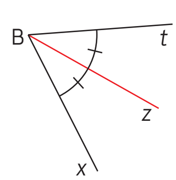
Je fais le point

• **La bissectrice d'un angle** est la demi-droite qui le partage en deux angles égaux.

Exemple

La demi-droite [Bz) est la bissectrice de l'angle $\widehat{xBt}$.

$$\widehat{xBz} = \widehat{zBt} = \frac{\widehat{xBt}}{2}$$



Vérifier des propriétés

>J'utilise un logiciel

23

ACTIVITÉ 1 Comparer deux directions de droites

Situation

Construit de 1886 à 1894 par J. W. Barry et H. Jones, le *Tower Bridge* a une longueur totale de 805 mètres.
Deux tours gothiques constituent l'armature de l'ouvrage et sont unies par un pont routier formant un pont-levis et à l'étage supérieur une passerelle pour piétons.

Problématique

Quelle propriété géométrique est mise en évidence entre les deux tours et la passerelle qui les relie ?

Ouvrez le fichier **08_towerbridge.ggb.**

a *S'approprier* **Décrivez** ce que vous voyez à l'écran.
Les droites *a* et *b* sont parallèles.   Les droites *c* et *d* sont parallèles.

b *Réaliser* Le point F est un point situé sur la passerelle entre les deux tours.
Tracez la perpendiculaire à la droite *b* passant par le point F. Pour cela :
- **Cliquez** sur la deuxième icône dans la barre d'outils.
- **Cliquez** successivement sur le point F, puis la droite *b*.
- **Donnez** le nom que le logiciel donne à la droite ainsi tracée en cliquant sur la droite et sur « *Afficher l'étiquette* » : *f*

Outils GeoGebra utilisés

c *Réaliser* *Communiquer* **Vérifiez** que les droites *b* et *f* sont perpendiculaires. Pour cela :
- **Cliquez** sur la troisième icône dans la barre d'outils.
- **Cliquez** successivement sur la droite *b*, puis la droite *f*.
- **Notez** ce qui s'affiche alors : La mesure de l'angle est de 90°.

d *Réaliser* **Procédez** de la même façon avec les droites *a* et *f*. Les droites *a* et *f* sont perpendiculaires.

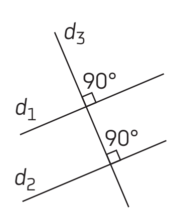
e *Réaliser* **Déplacez** le point F avec la souris après avoir cliqué sur la première icône.

f *Valider* **Proposez** une conclusion quant aux droites *c*, *d* et *f*. Les droites *c* et *d* sont perpendiculaires à la droite *f*.

g *Communiquer* **Répondez** à la problématique :
Si les droites *a* et *b* sont parallèles et les droites *a* et *f* sont perpendiculaires, alors les droites *b* et *f* sont perpendiculaires.

Je fais le point

- Si on sait que les droites d_1 et d_2 sont parallèles et que les droites d_1 et d_3 sont perpendiculaires, alors on en conclut que les droites d_2 et d_3 sont perpendiculaires.



ACTIVITÉ 2

> *J'utilise un logiciel*

Caractériser un point de la médiatrice d'un segment

Situation

Le viaduc de Millau, dont la construction s'est achevée en 2004, mesure 2 460 m de longueur et 270 m de hauteur.

Problématique

L'outil médiatrice a-t-il été utilisé dans la conception du pont de Millau ?

Ouvrez le fichier **08_Millau1.ggb.**

La droite *d* est la médiatrice du segment [AB] et le point C est un point de la droite *d*.

1 a S'approprier **Notez** ce que vous pouvez dire des droites *d* et (AB).

Elles sont perpendiculaires.

1 b S'approprier **Complétez** en lisant sur l'écran.

CA = 12,7 CB = 12,7

1 c S'approprier **Comparez** CA et CB en entourant la bonne réponse parmi les propositions suivantes.

CA < CB $\boxed{\text{CA} = \text{CB}}$ CA > CB

1 d Réaliser **Déplacez** le point C sur la médiatrice *d*. **Dites** si la réponse du **c.** est modifiée. Non .

Ouvrez le fichier **08_Millau2.ggb.**

On donne un segment [AB] et un point C tel que CA = CB.

2 a Réaliser **Déplacez** le point C et **vérifiez** que l'on a bien CA = CB pour chaque position de C (en lisant les distances affichées).

2 b Réaliser **Faites** un clic droit sur le point C, puis **choisissez** *Afficher la trace*. **Déplacez** le point C. **Écrivez** ce que vous observez.

On obtient une droite perpendiculaire à (AB).

2 c Réaliser Communiquer **Tracez** la médiatrice du segment [AB] à l'aide de l'outil . Que constatez-vous ?

La trace du point C est confondue avec la médiatrice du segment [AB].

3 Communiquer **Répondez** à la problématique.

L'outil médiatrice a bien été utilisé dans la conception du pont de Millau.

Je fais le point

- Si on sait qu'un point est sur la médiatrice d'un segment, alors on en conclut qu'il est à égale distance des extrémités du segment.
- Si on sait qu'un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors on en conclut qu'il est sur la médiatrice du segment.

Je m'entraîne

QCM

Cochez la ou les bonnes réponses à l'aide du dessin ci-contre.

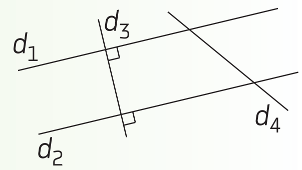
a Les droites d_1 et d_2 sont ☒ **parallèles** ❐ **perpendiculaires** ❐ **sécantes.**

b Les droites d_1 et d_3 sont ❐ **parallèles** ☒ **perpendiculaires** ☒ **sécantes.**

c Les droites d_1 et d_4 sont ❐ **parallèles** ❐ **perpendiculaires** ☒ **sécantes.**

d Les droites d_2 et d_3 sont ❐ **parallèles** ☒ **perpendiculaires** ☒ **sécantes.**

e Les droites d_3 et d_4 sont ❐ **parallèles** ❐ **perpendiculaires** ☒ **sécantes.**



▶▶▶ Parallèles et perpendiculaires

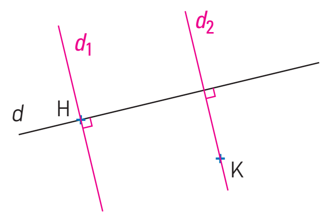
EXERCICE 1

a **Construisez** la droite d_1 perpendiculaire à d et passant par H.

b **Construisez** la droite d_2 perpendiculaire à d et passant par K.

c **Indiquez** ce qui est observé au niveau de la direction des droites d_1 et d_2.

d_1 et d_2 sont parallèles.



EXERCICE 2

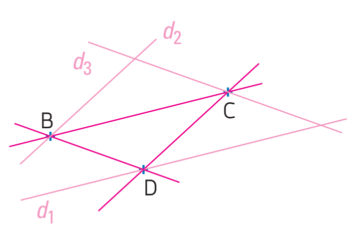
B, C, D sont trois points non alignés.

a **Tracez** les droites (BC), (CD) et (BD).

b **Tracez** la droite d_1 parallèle à la droite (BC) et passant par D.

c **Tracez** la droite d_2 parallèle à la droite (CD) et passant par B.

d **Tracez** la droite d_3 parallèle à la droite (BD) et passant par C.



▶▶▶ Médiatrice d'un segment

EXERCICE 3

a **Tracez** un segment [HL] tel que HL = 3,2 cm.

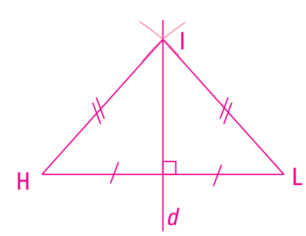
b **Tracez** la médiatrice d de [HL].

c **Placez** un point I sur la droite d tel que HI = 2,4 cm.

d **Donnez** la mesure exacte de LI sans utiliser la règle.

LI = 2,4 cm

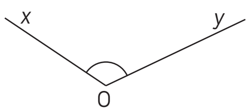
L'utilisation du compas est conseillée pour la question **c.**

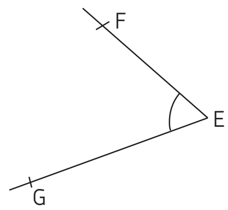


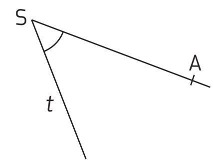
▶▶▶ Mesure d’un angle

EXERCICE 4

a **Donnez** la mesure des angles ci-dessous.

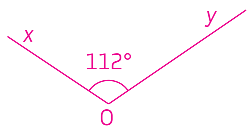






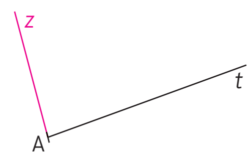
$\widehat{xOy} = 121°$ $\widehat{FEG} = 61°$ $\widehat{ASt} = 48°$

b **Construisez** un angle $\widehat{xOy}$ tel que $\widehat{xOy} = 112°$.



Voir Méthode 13 page 195.

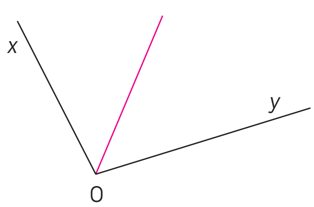
c **Construisez** un angle $\widehat{zAt}$ tel que $\widehat{zAt} = 85°$, le côté [At) étant donné.

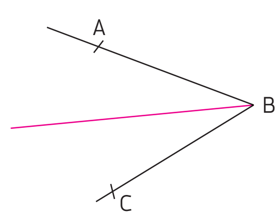


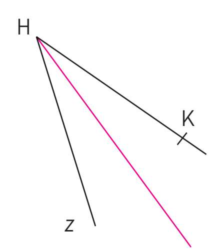
▶▶▶ Bissectrice d’un angle

EXERCICE 5

Tracez la bissectrice des angles ci-dessous à la règle et au rapporteur.

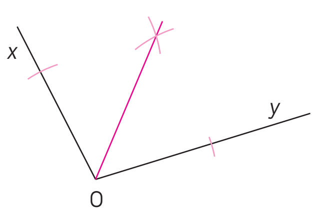


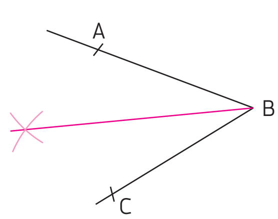


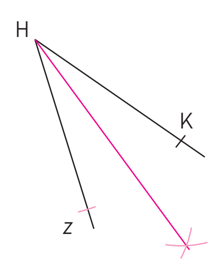


EXERCICE 6

Tracez la bissectrice des angles ci-dessous à la règle et au compas.





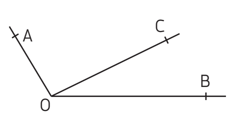


Je vais plus loin

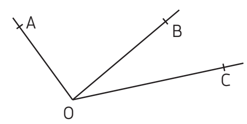
EXERCICE 7

Calculez la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ dans les deux cas suivants.

$\widehat{AOC} = 95°$ $\widehat{BOC} = 26°$
$\widehat{AOB} =$ 95° + 26° = 121°



$\widehat{AOC} = 114°$ $\widehat{BOC} = 28°$
$\widehat{AOB} =$ 114° – 28° = 86°



EXERCICE 8

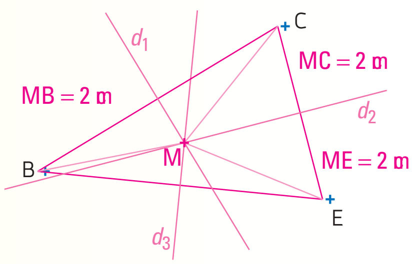
Soient trois points B, C, E non alignés.

a. **Tracez** les segments [BC], [CE] et [BE].

b. **Construisez** les médiatrices d_1 du segment [BC], d_2 du segment [CE] et d_3 du segment [BE].

c. Les droites d_1, d_2 et d_3 se coupent au point M.
Comparez les distances MB et MC, MB et ME, puis MC et ME.

MB = MC = ME



EXERCICE 9

a. **Dessinez** un angle plat $\widehat{xOy}$. **Donnez** sa mesure.
$\widehat{xOy} =$ 180°

b. **Tracez** une demi-droite [O*t*) telle que $\widehat{xOt} = 42°$.

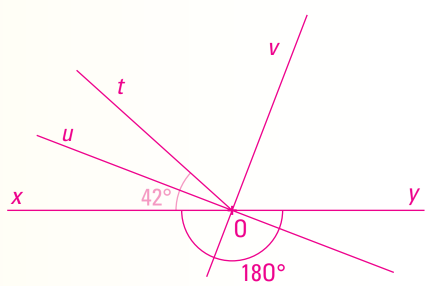
c. **Calculez** la mesure de l'angle $\widehat{tOy}$. **Vérifiez** au rapporteur.
$\widehat{tOy} = 180° - 42° = 138°$

d. **Tracez** les bissectrices [O*u*) de l'angle $\widehat{xOt}$ et [O*v*) de l'angle $\widehat{tOy}$.

e. **Mesurez** l'angle $\widehat{uOv}$ au rapporteur. $\widehat{uOv} =$ 90°

f. **Montrez** par un calcul que $\widehat{uOv} = 90°$.
$\widehat{uOv} = \dfrac{\widehat{xOt}}{2} + \dfrac{\widehat{tOy}}{2} = 21° + 69° = 90°$

g. **Dites** ce que l'on peut en déduire pour les droites (O*u*) et (O*v*).
Les droites (O*u*) et (O*v*) sont perpendiculaires.



EXERCICE 10

Tracez un parallélogramme ABCD.

Attention, il ne s'agit ici que d'un exemple !

Un angle aigu a une mesure comprise entre 0° et 90°.
Un angle obtus a une mesure comprise entre 90° et 180°.

a **Mesurez** l'angle $\widehat{ABC}$. **Dites** s'il est aigu ou obtus.

$\widehat{ABC} = 73°$. C'est un angle aigu.

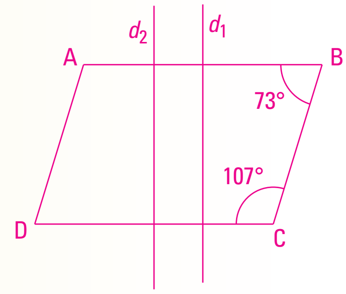
b **Mesurez** l'angle $\widehat{BCD}$. **Dites** s'il est aigu ou obtus.

$\widehat{BCD} = 107°$. C'est un angle obtus.

c **Tracez** la médiatrice d_1 du segment [AB] et la médiatrice d_2 du segment [CD].

d **Décrivez** ce que vous observez quant à la direction des droites d_1 et d_2.

Les droites d_1 et d_2 sont parallèles.

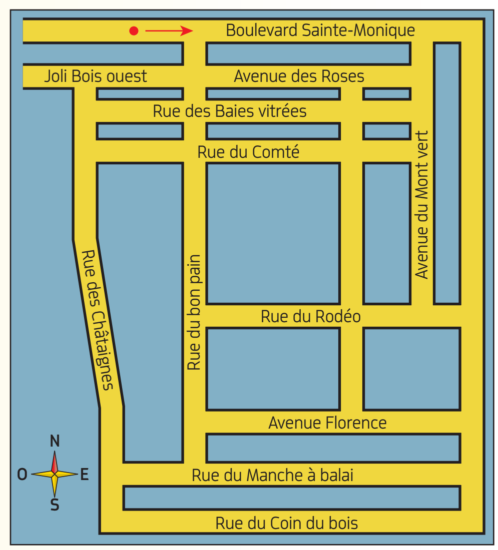


EXERCICE 11

Situation

Anne-Lise, repérée par le point rouge sur le plan, doit rejoindre son frère Aurélien qui lui a donné les indications suivantes :

– Suis le boulevard Sainte-Monique et prends la 2^e perpendiculaire.
– Prends à droite la 3^e parallèle au boulevard Sainte Monique, puis prends la 2^e perpendicualire vers le sud.
– Tourne à gauche à la 1^re perpendiculaire rencontrée. Au bout de la rue, descends vers le sud jusqu'à la 2^e perpendiculaire.
– Rendez-vous dans cette rue !



Problématique : **Dans quelle rue Aurélien attend-il sa sœur ?**

Réaliser
Communiquer

Répondez à la problématique.

Aurélien attend sa sœur dans la rue du Manche à balai.

EXERCICE 12

Situation

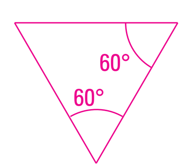
Un robot est programmé pour répéter le programme suivant : avancer en ligne droite de deux mètres, puis tourner sur la droite de 60°.

Problématique : **Combien de fois doit-on appliquer le programme pour que le robot revienne au point de départ ?**

S'approprier
Réaliser

Répondez à la problématique en faisant un dessin.

Le robot ne pourra répéter le programme que 3 fois.



Je m'évalue

Nom : ....

Prénom : ....

Date : .... Classe : ....

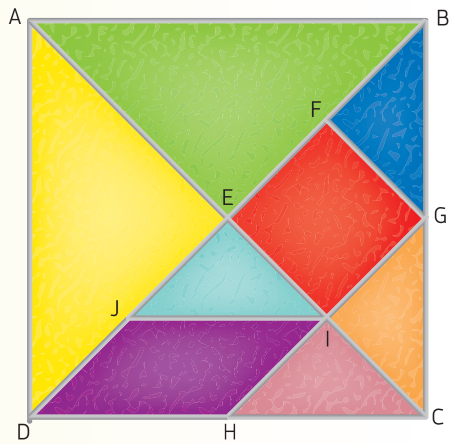
Situation

François est maître verrier. Un client souhaite créer une fenêtre avec un vitrail selon le modèle ci-contre.

Pour assurer des découpes parfaites, François doit modéliser ce vitrail à partir d'un carré ABCD.

Problématique

Quel programme de construction François doit-il mettre en œuvre pour réaliser ce vitrail ?



a S'approprier

À partir de la figure correspondant au vitrail, **nommez** :

Une bissectrice : (AE) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAD}$.

Une médiatrice : (AE) est la médiatrice du segment [BD].

Deux droites perpendiculaires : (AE) et (DB) ou (DB) et (FG) ou (GH) et (FG).

Deux droites parallèles : (GH) et (DB) ou (AB) et (DC) ou (AD) et (BC).

b S'approprier Analyser

Pour répondre à la problématique, **retrouvez** l'ordre chronologique du protocole de construction de ce vitrail.

N°	Étapes
1	**a.** Tracez un carré ABCD de côté 10 cm.
2	**b.** Tracez le segment [BD]. Il partage le carré ABCD en 2 triangles égaux.
4	**c.** Placez le point F, milieu de [EB].
5	**d.** Tracez la perpendiculaire à (EB) passant par F. Elle coupe [BC] en G. On obtient le triangle BFG.
7	**e.** Tracez la parallèle à (DH) passant par I. Elle coupe [ED] en J. On obtient le parallélogramme DJIH et le triangle EIJ.
3	**f.** Tracez la bissectrice de l'angle $\widehat{BAD}$. Elle coupe [BD] en E. On obtient les triangles AEB, BEC, CED et AED.
6	**g.** Tracez la parallèle à [BD] passant par G. Elle coupe [DC] en H et [AE] en I. On obtient les triangles GCH, GIC, CIH et le carré EFGI.

Communiquer

Appelez le professeur pour valider votre protocole de construction.

Je m'évalue

c Réaliser Valider **Validez** votre protocole en construisant le vitrail soit à partir du fichier **08_vitrail.ggb**, soit sur papier en utilisant l'espace disponible ci-dessous.

Voir le fichier 08_vitrail_corrigé.ggb.

Grille d'autoévaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✔	✔	✔
S'approprier	• **Je connais** les notions˜géométriques˜: milieu, parallèle, perpendiculaire, angles, bissectrice, médiatrice, pour décrire et construire des objets géométriques.	a b			
Analyser Raisonner	• **Je propose** un protocole pour construire la figure demandée.	b			
Réaliser	• **Je trace** la perpendiculaire et la parallèle à une droite donnée passant par un point donné. • **Je construis** la bissectrice d'un angle donné à la règle et au compas ou avec le logiciel GeoGebra.	c			
Valider	• **Je vérifie** si je peux répondre ou non à la problématique. • **Je vérifie** la vraisemblance de mes résultats.	c			
Communiquer	• **J'expose** ma démarche en employant le vocabulaire adapté. • **Je réponds** clairement à la problématique.	b A			

Triangles

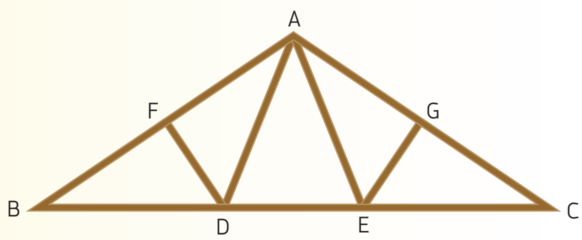
24

CAPACITÉS
- ➜ Identifier un triangle isocèle, un triangle équilatéral, un triangle rectangle.
- ➜ Déterminer la valeur d'un angle d'un triangle connaissant la valeur des deux autres angles.

ACTIVITÉ 1 Reconnaître des triangles particuliers

Situation

Jules observe le dessin d'une charpente en bois.
Il compte au total 10 triangles et trouve que les triangles rectangles sont plus nombreux que les triangles isocèles.



Le dessin est à l'échelle.

Problématique : Jules a-t-il bien compté ?

a *S'approprier* **Nommez** tous les triangles de la figure.
ABC ; ABD ; ABE ; AFD ; ACE ; ADE ; ACD ; AGE ; BFD ; CGE.

b *Réaliser* **Donnez** le nombre total de triangles trouvés : 10

c *Analyser* **Cochez** la réponse exacte.
Vous trouvez : ❒ moins ☒ autant ❒ plus de triangles que Jules.

d *S'approprier* **Nommez** tous les triangles qui semblent isocèles sur la figure.
ABC ; ABD ; ACE ; ADE.

Un **triangle isocèle** a deux côtés de même longueur.

e *Réaliser* **Donnez** le nombre de triangles isocèles trouvés : 4

f *S'approprier* **Nommez** tous les triangles qui semblent rectangles sur la figure.
AGE ; BFD ; CGE ; AFD.

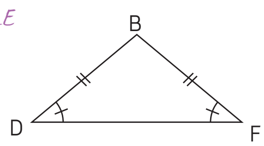
g *Réaliser* **Donnez** le nombre de triangles rectangles trouvés : 4

h *Valider* *Communiquer* **Répondez** à la problématique. **Justifiez** votre réponse.
Jules a bien compté le nombre total de triangles. Mais il s'est trompé dans le décompte des triangles particuliers.
Il y a autant de triangles rectangles que de triangles isocèles.

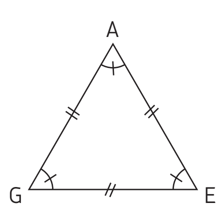
Je fais le point

- Un triangle isocèle a 2 côtés égaux et 2 angles égaux.
- Un triangle équilatéral a ses 3 côtés égaux et ses 3 angles égaux.
- Un triangle rectangle a un angle droit.

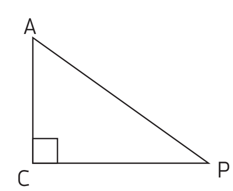
Exemple



Le triangle BDF est isocèle en B.



Le triangle AEG est équilatéral.

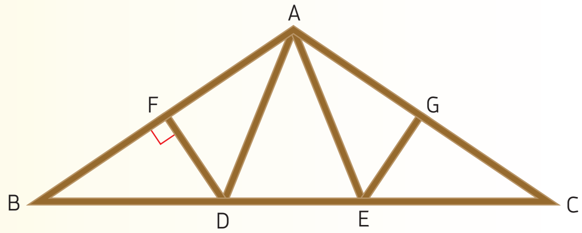


Le triangle CAP est rectangle en C.

ACTIVITÉ 2 Calculer la mesure d'un angle d'un triangle

Situation

Sur le plan de la charpente, l'angle $\widehat{BDF}$ mesure 56°.
Pour être conforme au cahier des charges de construction de la charpente, la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ doit être comprise entre 105° et 120°.



Le dessin est à l'échelle.

Problématique

La mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ est-elle conforme au cahier des charges ?


La somme des trois angles d'un triangle est égale à 180°.

a S'approprier / Réaliser
Mesurez, sur le dessin, l'angle $\widehat{BAC}$ à l'aide d'un rapporteur.
$\widehat{BAC} \approx$ 113°
Pour vérifier la mesure donnée par le rapporteur, on la détermine par le calcul.

b Réaliser
Calculez la mesure de l'angle $\widehat{FBD}$ dans le triangle rectangle BDF.
$\widehat{FBD} = 180° - \widehat{BFD} - \widehat{BDF}$
$\widehat{FBD} =$ 180° – 90° – 56° = 34°

c S'approprier
Rappelez la nature du triangle ABC (voir activité 1).
Le triangle ABC est isocèle.

d Analyser
Déduisez des deux questions précédentes la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$. **Justifiez**.
Le triangle ABC étant isocèle, on a $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$
On sait que $\widehat{ABC} = 34°$. Donc $\widehat{ACB} = 34°$.

e Réaliser
Calculez la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ dans le triangle ABC.
Dans le triangle ABC, $\widehat{BAC} = 180° - \widehat{ABC} - \widehat{ACB} = 180° - 34° - 34° = 112°$

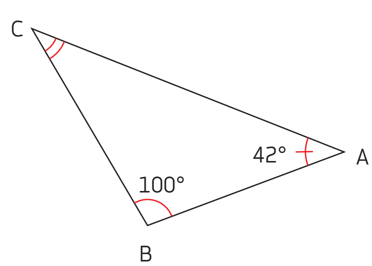
f Valider
Comparez avec la mesure trouvée à la question **a.**
Les deux valeurs sont très proches.

g Valider / Communiquer
Répondez à la problématique. **Justifiez** votre réponse.
112° est compris entre 105° et 120°. La mesure de l'angle est donc conforme au cahier des charges.

Je fais le point

- La somme des trois angles d'un triangle est égale à 180°.
- Les trois angles d'un triangle équilatéral sont égaux à 60°.

Exemple
Un triangle ABC est tel que $\widehat{A} = 42°$ et $\widehat{B} = 100°$.
On sait que $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$. Donc $\widehat{C} = 180° - 42° - 100° = 38°$.



Quadrilatères particuliers 25

CAPACITÉS
→ Identifier un losange, un parallélogramme.
→ Tracer un rectangle et un carré.

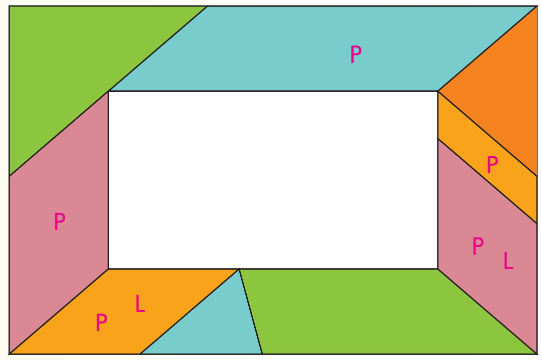
ACTIVITÉ 1 Reconnaître un parallélogramme et un losange

Situation

L'encadrement d'un miroir est composé de figures géométriques en verre coloré.

Problématique

Combien y a-t-il de parallélogrammes et combien y a-t-il de losanges parmi ces figures ?



a S'approprier Analyser — **Cochez** les propositions exactes pour un parallélogramme.

☒ côtés opposés parallèles ❒ 4 côtés égaux
☒ côtés opposés égaux ❒ 4 angles droits

b Réaliser — Sur le dessin, **marquez P** pour les figures qui semblent être des parallélogrammes.

c S'approprier Analyser — **Cochez** les propositions exactes pour un losange.

☒ côtés opposés parallèles ☒ 4 côtés égaux
☒ côtés opposés égaux ❒ 4 angles droits

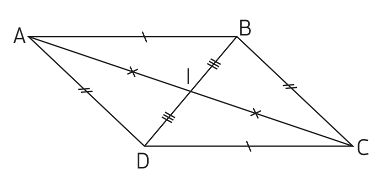
d Réaliser — Sur le dessin, **marquez L** pour les figures qui semblent être des losanges.

e Communiquer — **Répondez** à la problématique.

Il y a 5 parallélogrammes dont 2 sont des losanges.

Je fais le point

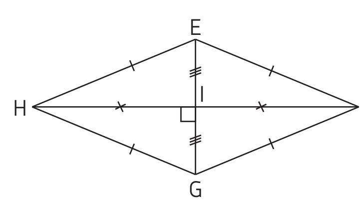
• Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles et de même longueur.
Ses diagonales se coupent en leur milieu.



Exemple

Dans le parallélogramme ABCD, le point I est le milieu des diagonales [AC] et [BD].

• Un **losange** est un quadrilatère qui a ses 4 côtés égaux. Ses diagonales sont perpendiculaires.
Un losange est un parallélogramme particulier.



Exemple

Dans le losange EFGH, les diagonales [EG] et [FH] sont perpendiculaires.

ACTIVITÉ 2 Dessiner un rectangle et un carré

Situation

Un patchwork en tissu est composé de carrés et de rectangles cousus ensemble.
Sur le modèle ci-contre, on a assemblé 3 rectangles et 2 carrés.

Problématique

Est-il possible de dessiner un patchwork, de mêmes dimensions que celui du modèle, mais composé de 3 carrés et 2 rectangles ?

a S'approprier — **Cochez** les propositions exactes pour un rectangle.

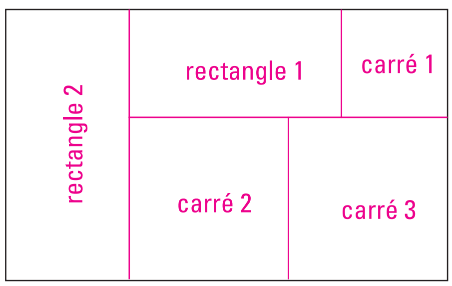
☒ côtés opposés parallèles ❐ 4 côtés égaux
☒ côtés opposés égaux ☒ 4 angles droits

b S'approprier — **Cochez** les propositions exactes pour un carré.

☒ côtés opposés parallèles ☒ 4 côtés égaux
☒ côtés opposés égaux ☒ 4 angles droits

c Analyser Réaliser — **Dessinez** votre patchwork si c'est possible. Les dimensions des carrés et des rectangles ne sont pas imposées.

Par exemple :

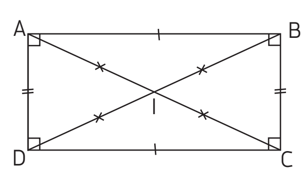


d Communiquer — **Répondez** à la problématique.

Oui, un tel patchwork est possible.

Je fais le point

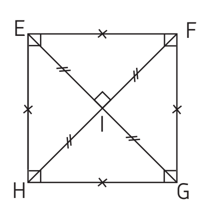
- Un rectangle est un quadrilatère qui a 4 angles droits.
Ses diagonales se coupent en leur milieu et ont la même longueur.



Exemple

Dans le rectangle ABCD, on a $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90°$.
Le point I est le milieu de [AC] et [BD]°; AC= BD.

- Un carré a ses 4 angles droits et ses 4 côtés égaux.



Exemple

Dans le carré EFGH, on a EF = FG = GH = EH°;
$\widehat{E} = \widehat{F} = \widehat{G} = \widehat{H} = 90°$.
(EG) est perpendiculaire à (FH)°; EG= FH.

Cercle

CAPITALES

→ Tracer un cercle de rayon donné et de centre donné.
→ Identifier un triangle rectangle inscrit dans un cercle et dont l'hypoténuse en est un diamètre.

ACTIVITÉ 1 Utiliser le vocabulaire relatif au cercle

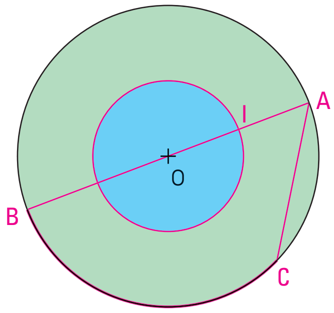
Situation

Raphaël est jardinier de la ville de Fleurie. Il donne des indications à Martin, son adjoint, pour que celui-ci aménage un massif circulaire de centre O et de rayon 2 m.

– Plante des tulipes noires le long d'un diamètre quelconque [AB].
– Mets des tulipes roses le long du segment [AC], sachant que le point C est un point du cercle tel que AC = 2 m.
– Plante des tulipes rouges le long de la portion de cercle comprise entre les points C et B.
– Garnis avec des tulipes bleues le disque de centre O et de rayon 1 m.
– Sème de la pelouse sur le reste du massif.

Problématique

Ces indications sont-elles suffisantes pour que Martin aménage le massif comme le souhaite Raphaël ?



b Analyser Réaliser — **Coloriez** sur le dessin l'emplacement des différentes plantes. En cas de difficultés, **passez** à la question **b.** Si vous avez réussi, allez à la question **f**.

b Réaliser — **Tracez** un diamètre quelconque du cercle. Notez A et B ses extrémités sur le cercle.

c Réaliser — **Placez** sur le cercle un point C tel que OA = AC. **Tracez** le segment [AC].

d Réaliser — **Placez** le point I milieu de [OA]. **Tracez** le cercle de centre O et de rayon OI.

e Réaliser — **Complétez** le dessin en passant en couleur l'emplacement des différentes plantes.

f Communiquer — **Répondez** à la problématique.

Oui, Martin peut aménager le massif.

Je fais le point

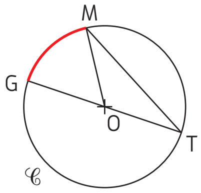
• Un **cercle** de centre .... O est formé de tous les points situés à la même distance du point O. Cette distance est appelée le rayon .... du cercle.

• Le diamètre .... est égal au double du rayon.

• La surface limitée par un cercle est un **disque**.

Exemple

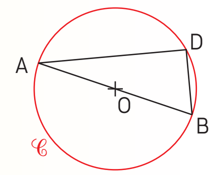
Le point O est le centre du cercle $\mathscr{C}$.
Le segment [OM] est un rayon du cercle et [GT] un diamètre.
Le segment [MT] est une corde du cercle.
La partie rouge du cercle est l'arc de cercle $\overset{\frown}{MG}$.



ACTIVITÉ 2 Identifier un triangle rectangle à l'aide de son cercle circonscrit

Situation

On sait que les trois sommets du triangle ABD sont sur le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [AB].
Sami a l'impression que le triangle ABD est rectangle, quelle que soit la position du point D sur le cercle $\mathscr{C}$.



Problématique : L'impression de Sami est-elle bonne ?

a S'approprier

Rappelez la définition d'un triangle rectangle.

Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit.

b S'approprier

Rappelez la mesure d'un angle droit, en degrés : 90°

Ouvrez le fichier **09_cercle.ggb.**

Outils GeoGebra utilisés	
Angle	Déplacer

c Réaliser

Affichez la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$. Pour cela :

Sélectionnez l'outil *Angle*.

Cliquez successivement et dans cet ordre sur les points A, D, B.
La mesure de l'angle $\widehat{ADB}$ s'affiche.
Complétez : $\widehat{ADB} = 90°$

d Réaliser Valider

Sélectionnez l'outil *Déplacer* et déplacez le point D sur le cercle ($\mathscr{C}$).
Dites si la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$ est modifiée.

La mesure de l'angle n'est pas modifiée.

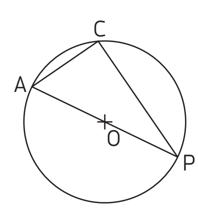
e Valider Communiquer

Répondez à la problématique.

L'impression de Sami est bonne. Lorsqu'on joint un point d'un cercle aux deux extrémités d'un diamètre, on obtient un angle droit.

Je fais le point

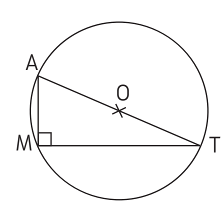
- Si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre l'un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.



Exemple

Si on sait que le triangle ACP est inscrit dans le cercle de diamètre [AP], alors on en conclut que le triangle ACP est rectangle en C.

- Si un triangle est rectangle, alors son cercle circonscrit a pour diamètre son hypoténuse.



Exemple

Si on sait que le triangle MAT est rectangle en M, alors le cercle de diamètre [AT] passe par le point M.

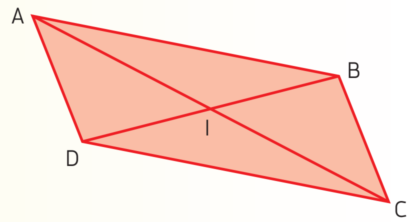
Identifier un quadrilatère par ses diagonales >J'utilise un logiciel

27

ACTIVITÉ 1 Reconnaître le quadrilatère 1

Situation

Le quadrilatère ABCD est tel que le point I est le milieu des segments [AC] et [BD].



Problématique

Le quadrilatère ABCD est-il un parallélogramme ? un losange ? un rectangle ?

Ouvrez le fichier **09_quadrilatere_1.ggb.**

a *S'approprier*
Barrez la réponse fausse.
Les segments [AC] et [BD] sont les ~~côtés~~ | diagonales | du quadrilatère ABCD.

b *Réaliser*
Donnez la mesure des segments [AB], [BC], [CD] et [DA]. Pour cela :
- Sélectionnez l'outil *Distance* .
- Cliquez sur le segment [AB] en n'importe quel point. La longueur AB s'affiche à côté du segment.
Faites de même pour les autres segments.
- Complétez : AB = 8 cm ; BC = 5 cm ; CD = 8 cm ; DA = 5 cm.

c *Réaliser*
Indiquez les côtés de même longueur en entourant les égalités exactes.
AB = BC AB = CD AB = DA BC = CD BC = DA.

d *Valider* *Communiquer*
Répondez à la problématique en cochant la ou les réponses exactes.
Le quadrilatère ABCD est : ☒ un parallélogramme ❒ un losange ❒ un rectangle ❒ un carré.

e *Valider*
Déplacez le point A avec la souris après avoir sélectionné l'outil *Déplacer* .
Votre réponse à la question **d** est-elle modifiée ?

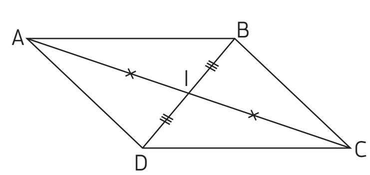
Non, on obtient toujours un parallélogramme.

Je fais le point

- Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un **parallélogramme**.

Exemple

Si le point I est le milieu des segments [AC] et [BD], alors le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



> J'utilise un logiciel

ACTIVITÉ 2

Reconnaître les quadrilatères 2 et 3

Situation

Louise et Malo ont deux quadrilatères à identifier.

Après avoir fait les deux études demandées ci-dessous, Louise et Malo arrivent à des conclusions différentes.

Louise : Le quadrilatère 2 est un carré et le quadrilatère 3 est un rectangle.

Malo : Le quadrilatère 2 est un losange et le quadrilatère 3 est un carré.

Problématique : L'un d'eux a-t-il raison ?

1 • Étude du quadrilatère 2

Ouvrez le fichier **09_quadrilatere_2.ggb.**

Le quadrilatère ABCD est tel que le point I est le milieu des segments [AC] et [BD].

1 a Réaliser — **Déplacez** le point C avec la souris de façon à obtenir $\widehat{CID} = 90°$.

1 b S'approprier — **Barrez** le mot encadré incorrect dans la phrase suivante.
Si $\widehat{CID} = 90°$, alors les diagonales [AC] et [BD] du quadrilatère ABCD sont ~~parallèles~~ perpendiculaires.

1 c Réaliser — **Complétez** : AB = 8 cm ; BC = 8 cm ; CD = 8 cm ; DA = 8 cm.

1 d Valider — **Indiquez** les côtés de même longueur en entourant les égalités exactes.
AB = BC   AB = CD   AB = DA   BC = CD   BC = DA

1 e Valider — **Cochez** la ou les réponses exactes.
Le quadrilatère 2 est : ☒ un losange ❒ un rectangle ❒ un carré ☒ un parallélogramme.

2. Étude du quadrilatère 3

Ouvrez le fichier **09_quadrilatere_3.ggb.**

Le quadrilatère ABCD est tel que le point I est le milieu des segments [AC] et [BD].

2 a Réaliser — **Déplacez** le point C avec la souris de façon à obtenir AC = BD.

2 b S'approprier — **Barrez** le mot encadré incorrect dans la phrase suivante.
Si AC = BD, alors les diagonales du quadrilatère ABCD sont ~~perpendiculaires~~ de même longueur.

2 c Réaliser — **Complétez** : $\widehat{ABC} = 90°$; $\widehat{BCD} = 90°$; $\widehat{CDA} = 90°$; $\widehat{DAB} = 90°$

2 d Valider — **Cochez** la ou les réponses exactes.
Le quadrilatère 3 est : ❒ un losange ☒ un rectangle ❒ un carré ☒ un parallélogramme.

3. Réponse

Communiquer — **Répondez** à la problématique. Louise et Malo ont tort tous les deux. Ils ont reconnu chacun un seul quadrilatère.

Je fais le point

- Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires, alors ce quadrilatère est un **losange**.
- Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu et sont de même longueur, alors ce quadrilatère est un **rectangle**.

Je m'entraîne

QCM

Cochez la réponse exacte.

a Un triangle qui a ses trois angles égaux est un triangle :
❐ isocèle ❐ rectangle ☒ équilatéral.

b La somme des angles d'un triangle est égale à :
❐ 100° ☒ 180° ❐ 360°.

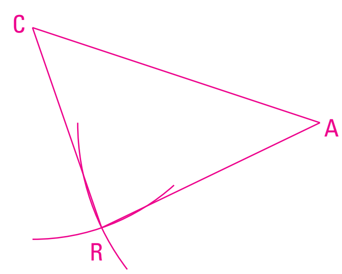
c Si les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires, alors ce parallélogramme est :
❐ un rectangle ☒ un losange ❐ un carré.

d Si le rayon d'un cercle mesure 2,6 m, alors son diamètre mesure :
❐ 1,3˜m ❐ 4,2˜m ☒ 5,2˜m.

▶▶▶ Triangles

EXERCICE 1

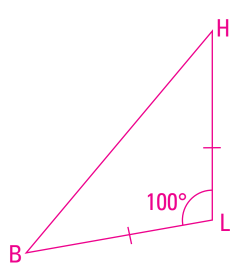
Tracez à la règle et au compas le triangle ARC tel que AR = 3,2 cm, AC = 4 cm, RC = 2,8 cm.



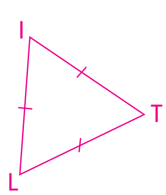
Voir Méthode 14 page 196.

EXERCICE 2

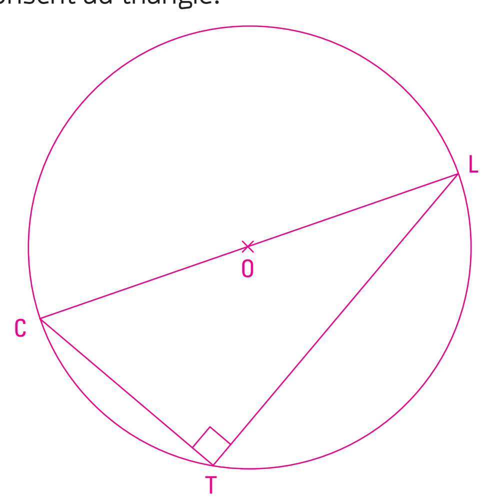
a **Tracez** le triangle BHL isocèle en L tel que BL = HL = 2,5 cm et $\widehat{BLH}$ = 100°.



b **Tracez** le triangle équilatéral LIT, de côté 1,7 cm.



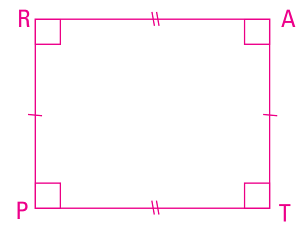
c **Tracez** le triangle TCL rectangle en T tel que TC = 3 cm et TL = 5 cm. Puis, **tracez** le cercle circonscrit au triangle.



▶▶▶ Quadrilatères particuliers

EXERCICE 3

Tracez un rectangle RATP tel que RA = 3,1 cm et RP = 2,5 cm.



EXERCICE 4

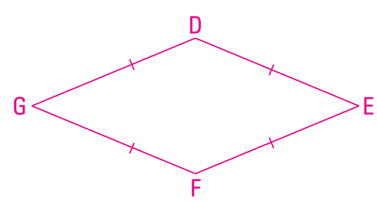
Le tableau ci-dessous concerne les quadrilatères particuliers.
Mettez une croix dans la case lorsque la propriété est vraie.

Propriété	Parallélogramme	Losange	Rectangle	Carré
Les côtés opposés sont égaux.	x	x	x	x
Tous les côtés sont égaux.		x		x
Les 4 angles sont droits.			x	x
Les diagonales se coupent en leur milieu.	x	x	x	x
Les diagonales sont perpendiculaires.		x		x
Les diagonales ont la même longueur.			x	x

EXERCICE 5

Construisez un losange DEFG de côté 3,4 cm.

Aucun angle n'étant donné, il y a une infinité de constructions possibles.



▶▶▶ Cercles

EXERCICE 6

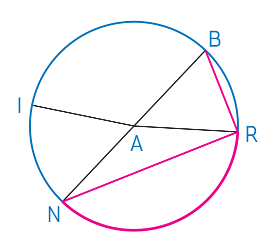
On donne le cercle de centre A et les points B, R, I, N sur ce cercle.

a. **Nommez** deux rayons de ce cercle. [AB], [AR].

b. **Tracez** deux cordes de ce cercle et nommez-les. [BR], [RN].

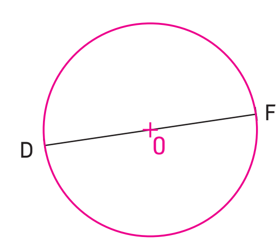
c. **Nommez** un diamètre de ce cercle. [BN].

d. **Passez** en rouge l'arc de cercle $\overset{\frown}{RN}$.



EXERCICE 7

On donne le segment [DF].
Construisez le cercle de diamètre [DF].



Je vais plus loin

EXERCICE 8

Situation

Un jeu est constitué des 10 étiquettes suivantes qui concernent des quadrilatères.

Deux angles droits seulement	Quatre angles droits
Côtés opposés égaux deux à deux	Deux côtés égaux seulement
Quatre côtés égaux	Côtés opposés parallèles
Deux côtés parallèles seulement	Diagonales égales
Diagonales qui se coupent en leur milieu	Diagonales perpendiculaires

Chaque joueur choisit deux étiquettes au hasard parmi les dix et doit essayer de dessiner un quadrilatère qui a ces deux propriétés.

Problématique : **Est-il toujours possible de réaliser le dessin ?**

a S'approprier

Rachid tire les deux étiquette suivantes :

Quatre côtés égaux	Côtés opposés parallèles

Dites quel type de figure il peut dessiner° : Rachid peut dessiner un losange.

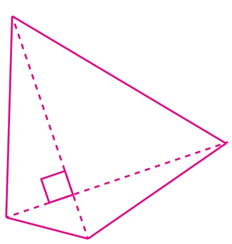
b Analyser

Julie tire les deux étiquettes suivantes :

Diagonales égales	Diagonales perpendiculaires

Elle affirme que la figure obtenue est toujours un carré.
Montrez qu'elle se trompe en dessinant un quadrilatère qui ne soit pas un carré et qui possède les deux propriétés demandées.

Les diagonales du quadrilatère sont de même longueur et perpendiculaires. Mais elles ne se coupent pas en leur milieu. Le quadrilatère n'est donc pas un parallélogramme.
Par conséquent, la figure obtenue n'est pas un carré.



c Analyser

Lionel tire les deux étiquettes suivantes :

Quatre angles droits	Deux côtés égaux seulement

Lionel est déçu. **Expliquez** pourquoi.

Aucun quadrilatère ne peut avoir ces deux propriétés en même temps.

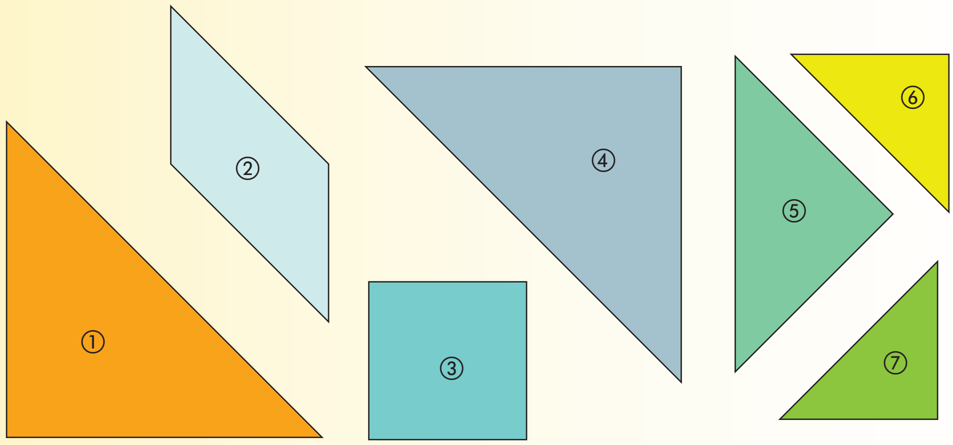
d Communiquer

Répondez à la problématique. **Justifiez**.

Il n'est pas toujours possible de réaliser le dessin, par exemple celui de la question **c**

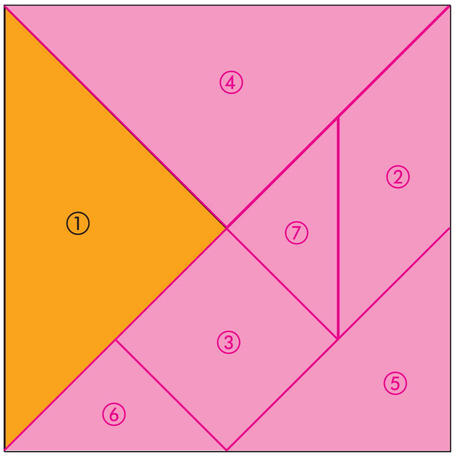
EXERCICE 9

Le jeu de Tangram se compose de 7 pièces qui peuvent s'assembler pour former différentes figures.



a **Complétez** les phrases suivantes.

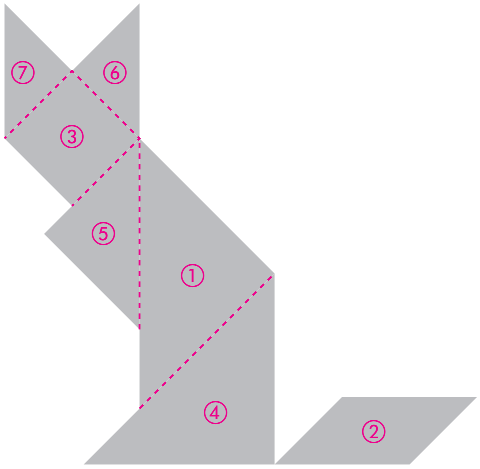
- Les pièces 1 4 5 6 7 sont des triangles rectangles .... et isocèles ....
- La pièce 2 est un parallélogramme .... et la pièce 3 est un carré ....



b Dans le grand carré ci-contre, **dessinez** les 7 pièces du jeu de Tangram.
Pour vous aider, le triangle 1 a déjà été tracé.

Vous pouvez imprimer le fichier **09_tangram.pdf** pour essayer différentes dispositions après avoir découpé les 7 pièces du jeu.

c **Faites apparaître**, sur cette silhouette de chat, les côtés des différentes pièces du jeu et leur numéro.
Les dimensions des pièces ont été réduites.
Vous pouvez utiliser les pièces découpées à la question précédente.



Je m'évalue

Nom : ....

Prénom : ....

Date : .... Classe : ....

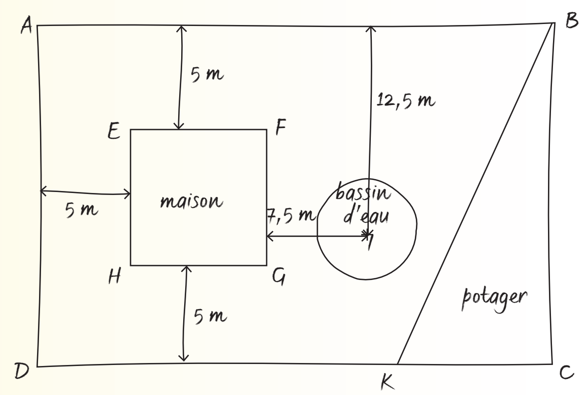
Situation

Kamel a acheté un terrain rectangulaire de 35 m de long par 20 m de large. Il souhaite aménager son terrain avec une maison, un potager et un bassin d'eau.

Il fait un croquis à main levée de son projet pour que le paysagiste puisse l'étudier.

La surface au sol de la maison est un carré de 10 m de côté. Les côtés de la maison sont parallèles aux côtés du terrain et distants de 5 m des côtés [AB], [AD] et [DC] du terrain.

Le potager, en forme de triangle rectangle, occupe l'angle $\widehat{C}$ du terrain avec CK = 15 m.



Le bassin d'eau est circulaire, son diamètre mesure 7,5 m. Le centre I du bassin est à 7,5 m du côté [FG] de la maison et à 12,5 m du côté [AB] du terrain.

Problématique

Le paysagiste réalise un dessin exact du projet à l'échelle 1/250 pour vérifier si la disposition souhaitée par Kamel est réalisable. Kamel verra-t-il son projet validé par le paysagiste ?

1 • Dessin du terrain et de la maison

1 a Réaliser — **Montrez** que, sur un dessin à l'échelle 1/250, la longueur du terrain mesure 14 cm et sa largeur 8 cm.

Longueur = 35 ÷ 250 = 0,14 m = 14 cm

Largeur = 20 ÷ 250 = 0,08 m = 8 cm

1 b Réaliser — **Tracez**, à la page suivante, le rectangle ABCD qui représente le terrain.

1 c Réaliser — Sur un dessin à l'échelle 1/250, le côté du carré mesure 4 cm et la distance entre la maison et les côtés du terrain est de 2 cm.

Tracez, à la page suivante, le carré EFGH qui représente la maison.

Communiquer — A — **Appelez** le professeur pour lui expliquer votre tracé.

2 • Dessin du potager et du bassin d'eau

2 a S'approprier — **Cochez** la réponse exacte. Le potager est :

- ❒ un triangle isocèle
- ☒ un triangle rectangle
- ❒ un rectangle.

2 b Réaliser — **Tracez** le potager sur le dessin sachant que CK mesure 6 cm sur le dessin.

Je m'évalue

2 c *Réaliser* Sur le dessin, le rayon du bassin mesure 1,5 cm, la distance du point I au côté [FG] est 3 cm et la distance du point I au segment [AB] est 5 cm. **Placez** le centre I du bassin et tracez le cercle qui représente le bassin.

2 d *Valider* **Dites** si, d'après le dessin, le projet de Kamel est réalisable ou non.

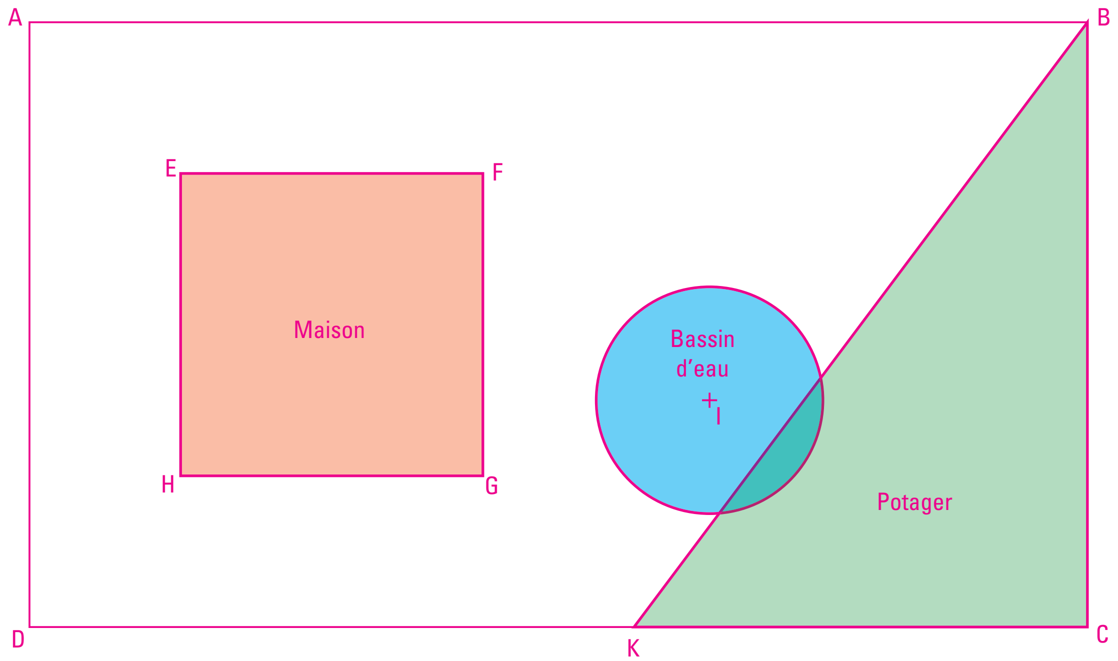
Le projet de Kamel n'est pas réalisable sans modification. En effet, le bassin d'eau empiète sur le potager.

3 • Réponse

Communiquer **Répondez** à la problématique.

Le paysagiste ne va pas valider le projet de Kamel.

Votre dessin



Grille d'autoévaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition ✔ (rouge)	✔ (orange)	✔ (vert)
S'approprier	• **Je donne** la nature de la figure géométrique.	2 a			
Réaliser	• **Je calcule** les dimensions à reporter sur le dessin. • **Je fais** les constructions demandées.	1 a 1 b 1 c 2 b 2 c			
Valider	• **J'observe** le dessin pour voir si le projet est réalisable.	2 d			
Communiquer	• **J'explique** mon tracé au professeur. • **Je réponds** clairement à la question posée.	Appel 3			

Symétrie par rapport à une droite

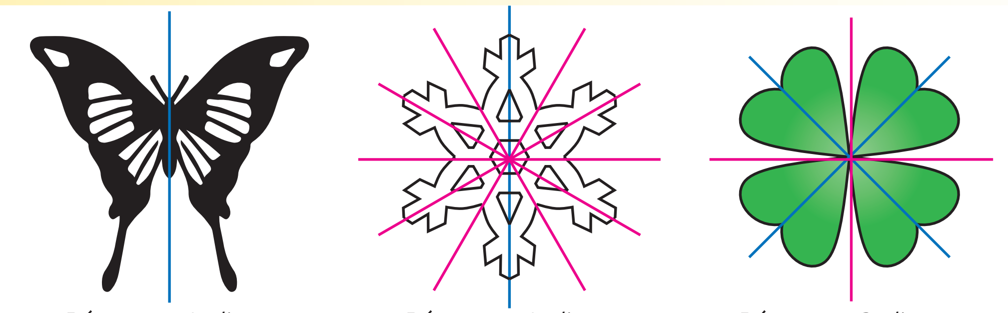
28

CAPACITÉS
- → Identifier dans une figure donnée une droite comme axe de symétrie.
- → Construire l'image d'une figure simple par symétrie orthogonale par rapport à une droite.

ACTIVITÉ 1 Identifier un axe de symétrie

Situation

Lisette doit déterminer pour les images ci-dessous le nombre de pliages différents qu'il est possible de faire afin d'obtenir deux figures qui se superposent exactement.
Elle indique les axes selon lesquels elle peut plier les dessins.
Voici les réponses proposées par Lisette.



Réponse : 1 pliage — Réponse : 1 pliage — Réponse : 2 pliages

Les droites bleues sont les **axes de symétrie** proposés par Lisette.

Problématique

Les réponses de Lisette sont-elles justes ?

a (S'approprier) **Tracez** sur chaque image les axes de symétrie oubliés par Lisette, s'il y en a.

b (Valider, Communiquer) **Répondez** à la problématique. **Justifiez** votre réponse.

Les réponses de Lisette ne sont pas toutes justes.
Elle a raison pour le papillon mais, pour la seconde figure, il y a 6 pliages possibles et, pour le trèfle, il y a 4 pliages possibles.

Je fais le point

- Un **axe de symétrie** d'une figure est une droite d qui a la propriété suivante : si on plie la figure autour de d, on obtient deux parties qui se superposent.

Exemple

La droite d est axe de symétrie de la figure (F).

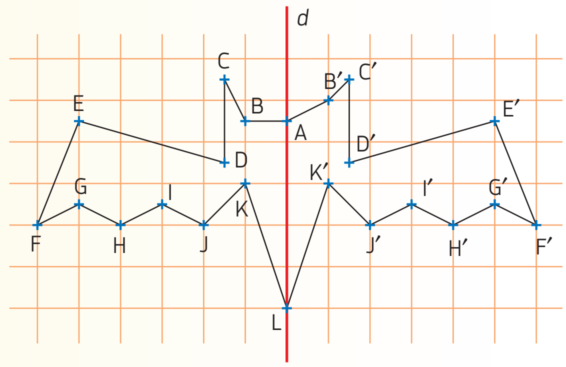
ACTIVITÉ 2 Construire une image par symétrie orthogonale

Situation

Ludmilla réalise un logo pour une société de télésurveillance.

Dans son cahier des charges, cette société demande à ce que le logo soit parfaitement symétrique. Ludmilla réalise un logo dont l'axe de symétrie est la droite *d*.

Les points situés à gauche de la droite *d* sur la figure ci-contre sont fixes. Ludmilla n'est pas satisfaite de son premier essai.



Problématique

Comment modifier la figure pour que le logo de Ludmilla respecte le cahier des charges ?

Ouvrez le fichier 10_chauvesouris1.ggb.

a *S'approprier* **Cochez** la bonne réponse.

Pour que le logo soit parfaitement symétrique, la droite *d* doit être :

❒ la bissectrice du segment [BB′]. ☒ la médiatrice du segment [BB′].

❒ le milieu du segment [BB′].

b *Réaliser* **Comparez** les longueurs AB et AB′ avec l'outil , et **cochez** la bonne réponse.

☒ AB < AB′ ❒ AB = AB′ ❒ AB > AB′

c *Analyser* **Énoncez** les conditions que doivent remplir les points A, B et B′ et les longueurs AB et AB′ pour que la figure de Ludmilla soit parfaitement symétrique.

Les points A, B et B′ doivent être alignés et les longueurs AB et AB′ doivent être égales.

d *Valider* *Communiquer* **Répondez** à la problématique en justifiant votre réponse.

Il faut déplacer le point B′ de telle sorte que la droite *d* soit la médiatrice du segment [BB′].

e *Réaliser* *Valider* **Vérifiez** la réponse à la problématique en construisant le logo qui respecte le cahier des charges de la société de Ludmilla à partir, soit du fichier **10_chauvesouris2.ggb** (vous utiliserez l'outil), soit du fichier **10_chauvesouris2.docx.**

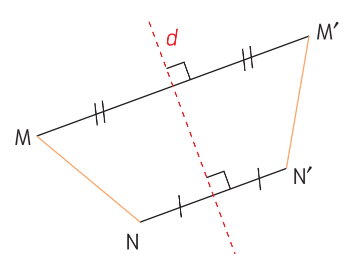
Voir le fichier 10_chauvesouris2_corrigé.ggb ou le fichier 10_chauvesouris2_corrigé.docx.

Je fais le point

- Par la **symétrie axiale** (on dit aussi **orthogonale**) d'axe *d*, le point M′ est le **symétrique** du point M si la droite *d* est la médiatrice du segment [MM′].

Exemple

Les points M et M′ sont symétriques par rapport à la droite *d*.
Les points N et N′ sont symétriques par rapport à la droite *d*.
La droite *d* est axe de symétrie du segment [MM′].
La droite *d* est axe de symétrie du segment [NN′].



Symétrie par rapport à un point

29

CAPACITÉS
- Identifier dans une figure donnée un point comme centre de symétrie.
- Construire l'image d'une figure simple par symétrie centrale.

ACTIVITÉ 1 Identifier un centre de symétrie

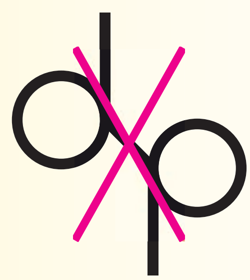
Situation

Le professeur de mathématiques propose à Nicolas de découvrir un nouveau type de symétrie et lui demande de classer les images ci-dessous.

Il faut déterminer si ces images possèdent un point tel que si on fait faire une rotation de 180° (c'est-à-dire un demi-tour) autour de ce point, on obtient deux figures superposables.

Voici les réponses de Nicolas.

Réponse : 1 point



Réponse : 1 point

Réponse : pas de point

Problématique : Les réponses de Nicolas sont-elles justes ?

a S'approprier — **Dessinez** sur chaque image le point, s'il existe, pour lequel on obtient deux figures superposables si on fait une rotation de 180° autour de ce point.

b Valider, Communiquer — **Répondez** à la problématique.

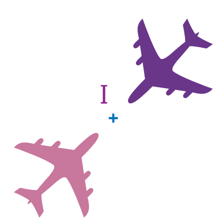
Les réponses d Niol as sont totes js tes.

Je fais le point

- Le **centre de symétrie** d'une figure est le point I qui a la propriété suivante : si la figure fait un demi-tour autour de I, on obtient deux figures sper posab es.

Exemple

La figure est constituée de deux avions et du point I.
Si on la fait tourner de 180°, c'est-à-dire un demi-tour autour du point I alors l'avion rose prend exactement la place de l'avion violet et l'avion violet prend exactement la place de l'avion rose.
Le point I est le centre de symétrie de la figure (si on ne tient pas compte des couleurs).

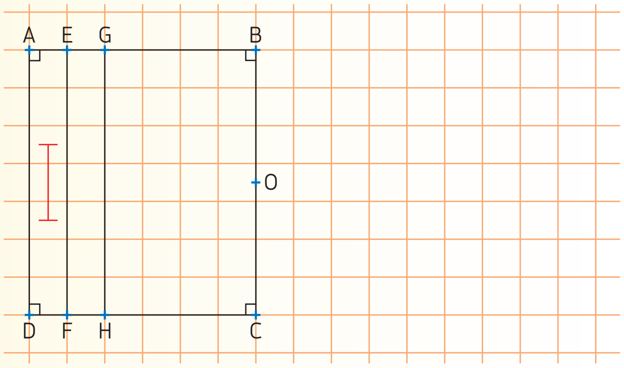


ACTIVITÉ 2 # Construire une image par symétrie centrale

Situation

Le terrain de rugby d'une ville doit être rénové. Pascal est chargé d'en réaliser un plan précis qui servira aux ouvriers pour le traçage des différentes lignes et positions.

Il a déjà dessiné la moitié du terrain et veut construire l'autre moitié par symétrie.



Le schéma n'est pas à l'échelle.

Problématique

Pourquoi Pascal choisit-il de construire la seconde partie du terrain à l'aide de la symétrie de centre O ?

Ouvrez le fichier 10_rugby.ggb.

a Réaliser

Avec l'outil , **construisez** le symétrique A′ du point A par rapport au point O.

Voir le fichier 10_rugby_corrigé.ggb.

b Réaliser

Tracez le segment [AA′] et **cochez** la bonne réponse.

☒ Les points A, O et A′ sont alignés. ☐ Les points A, O et A′ ne sont pas alignés.

c S'approprier

Mesurez les segments [OA] et [OA′].

OA = 6,95 OA′ = 6,95

d S'approprier, Analyser

Cochez les bonnes réponses.

Le point O est :

☒ le milieu du segment [AA′]

☒ le centre de symétrie du terrain

☐ un axe de symétrie du segment [AA′].

e Réaliser

Complétez la figure du fichier **10_rugby.docx** en dessinant le symétrique de cette figure par rapport au point O.

Voir le fichier 10_rugby_corrigé.docx.

f Valider, Communiquer

Répondez à la problématique. **Justifiez** votre réponse.

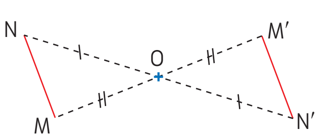
Cette construction donne les mêmes conditions de jeu aux deux équipes. Le point O étant le centre de symétrie du terrain, pour chaque point M de la partie gauche du terrain, il y a un point M′ correspondant dans la partie droite, tel que le point O soit le milieu du segment [MM′].

Je fais le point

- Par la **symétrie centrale de centre O**, le point M′ est le symétrique du point M par rapport au point O si le point O est le milieu du segment [MM′].

Exemple

Les points M et M′ sont symétriques par rapport au point O.
Les points N et N′ sont symétriques par rapport au point O.
Le point O est centre de symétrie du segment [MM′].
Le point O est centre de symétrie du segment [NN′].



Vérifier des propriétés

>J'utilise un logiciel

30

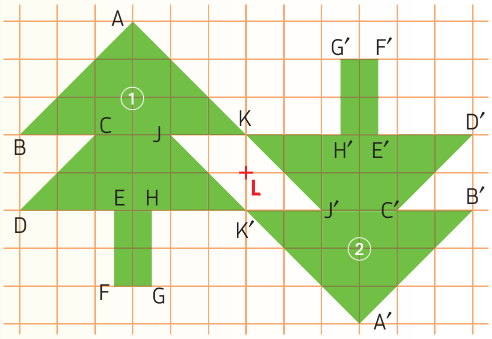
ACTIVITÉ 1 Étudier les propriétés géométriques de la symétrie centrale

Situation

Sacha doit réaliser une guirlande en papier avec un motif sapin sur une découpeuse laser.

Sacha commence par créer le patron de la guirlande sur un logiciel de géométrie : elle construit un sapin et son symétrique par rapport au point L.

Pour simplifier la programmation du travail sur la découpeuse laser, Sacha doit vérifier que certaines propriétés géométriques sont respectées entre le motif ① et son symétrique ②.



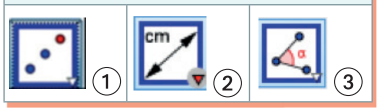
Problématique

Les longueurs et les mesures des angles du motif ② sont-elles conservées par rapport à celles du motif ① ?

Ouvrez le fichier 10_sapindenoel.ggb.

a *Réaliser* **Complétez** le dessin pour que le point L soit centre de symétrie de la figure.
Pour cela : **sélectionnez** l'outil ① et **cliquez** successivement sur un point à l'intérieur du sapin, puis sur le point L. Voir le fichier 10_sapindenoel_corrigé.ggb.

Outils GeoGebra utilisés



b *S'approprier* **Complétez** les phrases suivantes :

Le symétrique du point A est le point A′ .

Le symétrique du segment [AK] est le segment [A′K′] .

Le symétrique de l'angle $\widehat{K}$ est l'angle $\widehat{K'}$.

c *Réaliser* À l'aide de l'outil ②, **affichez** les mesures suivantes :

AK = 4,24 A′K′ = 4,24 DE = 2,54 D′E′ = 2,54 CD = 2,83 C′D′ = 2,83

d *Réaliser* À l'aide de l'outil ③, **affichez** les mesures des angles suivants :

$\widehat{A}$ = 90° ; $\widehat{A'}$ = 90° $\widehat{D}$ = 45° ; $\widehat{D'}$ = 45° $\widehat{K}$ = 45° ; $\widehat{K'}$ = 45°

e *Valider* *Communiquer* **Répondez** à la problématique : Les longueurs et les mesures des angles du motif ② sont conservées par rapport à celles du motif ① ; la symétrie centrale conserve les longueurs et les mesures des angles.

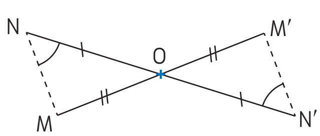
Je fais le point

- La symétrie centrale est une transformation géométrique qui conserve les longueurs et la mesure des angles .

Exemple :

Les points M et M′ sont symétriques par rapport au point O.

Les points N et N′ sont symétriques par rapport au point O.



MN = M′N′ ; $\widehat{N} = \widehat{N'}$; $\widehat{M} = \widehat{M'}$

ACTIVITÉ 2 Étudier les propriétés géométriques de la symétrie axiale

Situation

Dans le cadre du parcours citoyen, deux professeurs d'éducation civique et de mathématiques ont décidé de travailler autour de l'Arc de Triomphe de Paris.
C'est Jean-François-Thérèse **Chalgrin** qui est à l'origine de la conception de ce monument en 1806.

Problématique

Quelles propriétés géométriques de la symétrie axiale Jean-François-Thérèse Chalgrin a-t-il utilisées pour la conception des deux colonnes de l'Arc de Triomphe ?

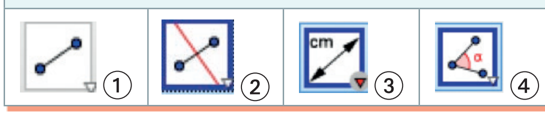
Ouvrez le fichier 10_ArcdeTriomphe.ggb.

a Réaliser — **Tracez** le segment [CC′] : **sélectionnez** l'outil ① et **cliquez** sur les points C et C′.

Voir le fichier 10_ArcdeTriomphe_corrigé.ggb

b Réaliser — **Tracez** la médiatrice du segment [CC′] : **sélectionnez** l'outil ② et **cliquez** sur le segment [CC′].

Outils GeoGebra utilisés



① ② ③ ④

c Réaliser — **Répétez** les étapes **a.** et **b.** pour les segments [EE′] et [GG′].

d S'approprier — **Décrivez** ce que vous voyez à l'écran.

Les médiatrices des segments [CC′], [EE′] et [GG′] sont confondues avec la droite *d*.

e S'approprier — **Complétez** les phrases suivantes.

Le symétrique du point D par rapport à la droite *d* est le point D′.

Le symétrique du segment [EI] par rapport à la droite *d* est le segment [E′I′].

Le symétrique de l'angle $\widehat{CGF}$ par rapport à la droite *d* est l'angle $\widehat{C'G'F'}$.

f Réaliser — À l'aide de l'outil ③, **affichez** les mesures des segments suivants.

DC = 1,66 ; D′C′ = 1,66 EI = 0,44 ; E′I′ = 0,44 CG = 1,61 ; C′G′ = 1,61

g Réaliser — À l'aide de l'outil ④, **affichez** les mesures des angles suivants.

$\widehat{EFC}$ = 110° ; $\widehat{C'F'E'}$ = 110° $\widehat{CGF}$ = 37° ; $\widehat{F'G'C'}$ = 37°

h Valider, Communiquer — **Répondez** à la problématique.

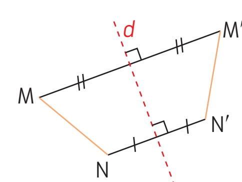
La propriété géométrique utilisée par Jean-François-Thérèse Chalgrin est la suivante : la symétrie axiale conserve les longueurs et les mesures des angles.

Je fais le point

- La symétrie axiale est une transformation géométrique qui conserve les longueurs et la mesure des angles.

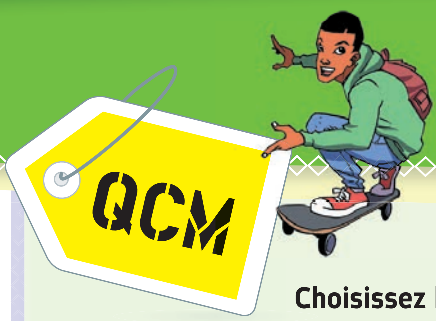
Exemple

Le point M′ est le symétrique du point M par rapport à la droite *d*.
Le point N′ est le symétrique du point N par rapport à la droite *d*.



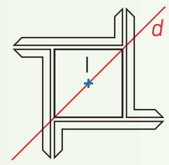
MN = M′N′ ; $\widehat{M} = \widehat{M'}$; $\widehat{N} = \widehat{N'}$

Je m'entraîne

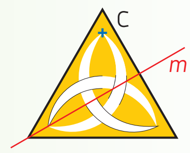


Choisissez la ou les bonnes réponses.

a L'image ci-contre est symétrique par rapport :
☐ à la droite *d* ☒ au point I ☐ les deux.



b L'image ci-contre est symétrique par rapport :
☐ à la droite *m* ☐ au point C ☐ les deux ☒ aucun des deux.



c La carte à jouer ci-contre possède :
☐ un axe de symétrie ☒ un centre de symétrie ☐ les deux.

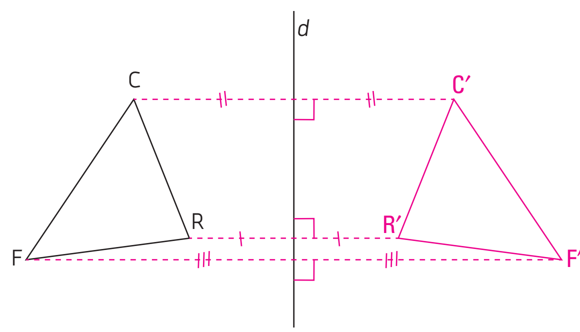
d Le drapeau suédois ci-contre possède :
☒ un axe de symétrie
☐ un centre de symétrie
☐ les deux.

▶▶▶ Construction d'une figure symétrique par rapport à une droite

EXERCICE 1

On donne CFR un triangle quelconque et *d* une droite.

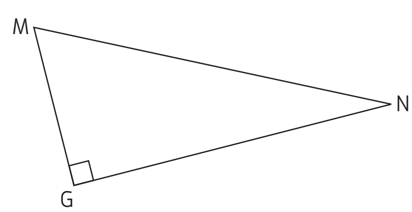
Construisez le symétrique C′F′R′ de ce triangle par rapport à *d*.



▶▶▶ Axes de symétrie d'une figure

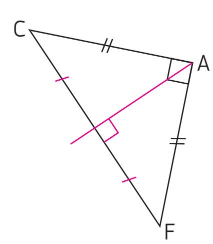
EXERCICE 2

a MGN est un triangle rectangle. **Tracez** son ou ses axes de symétrie, s'ils existent.



b ACF est un triangle rectangle et isocèle. **Tracez** son ou ses axes de symétrie, s'ils existent.

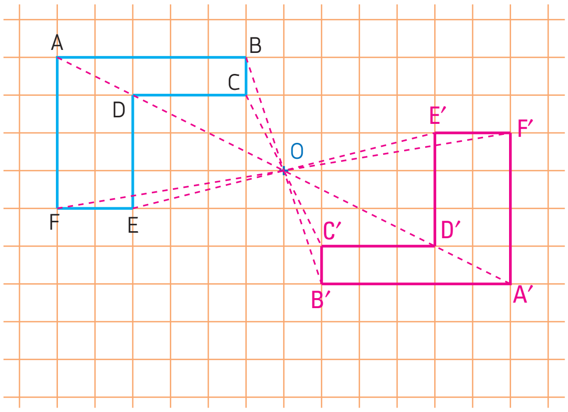
Il n'y a pas d'axes de symétrie pour le triangle MGN.



▸▸▸ Construction du symétrique d'une figure par rapport à un point

EXERCICE 3

Construisez le symétrique de la figure bleue par rapport au point O.



EXERCICE 4

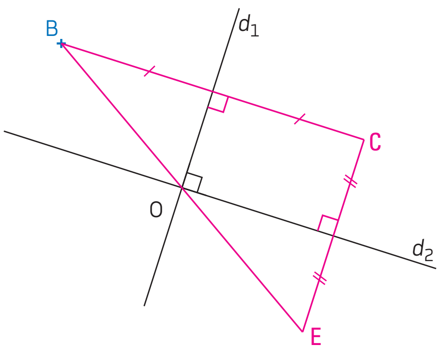
d_1 et d_2 sont deux droites perpendiculaires en O ; B est un point quelconque.

a **Construisez** le symétrique du point B par rapport à la droite d_1. On le note C.

b **Construisez** le symétrique du point C par rapport à la droite d_2. On le note E.

c **Tracez** le segment [BE].

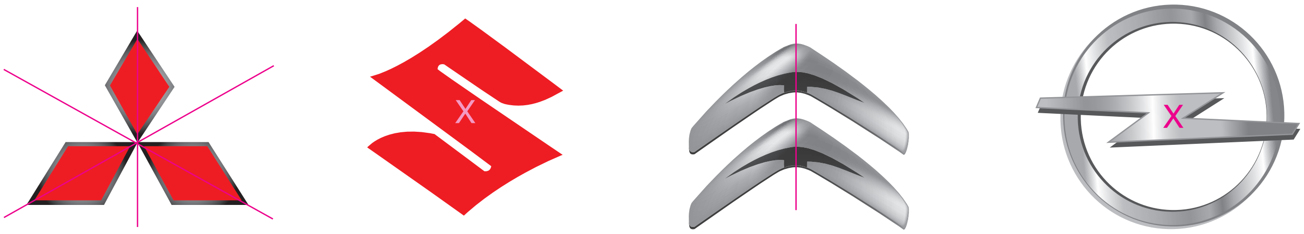
d **Complétez la phrase**.
Le point O est le milieu du segment [BE].
Donc le point E est le symétrique du point B par rapport au point O.



▸▸▸ Centre de symétrie

EXERCICE 5

Voici quatre figures de logos de marques de voitures.



a **Tracez** le ou les axes de symétrie de ces logos, s'ils existent.

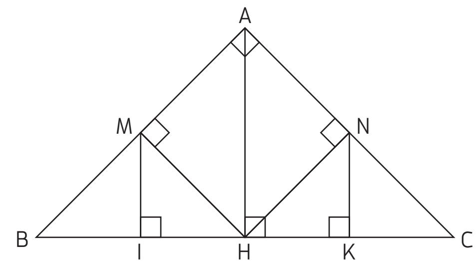
b **Placez** le centre de symétrie de ces logos, s'il existe.

Je vais plus loin

EXERCICE 6

Le triangle ABC est rectangle et isocèle en A.

Nommez :



– Deux droites perpendiculaires. (MI) et (BC) ; (AH) et (BC) ; (NK) et (HC).

– Deux droites parallèles. (MI) et (AH) ; (MI) et (NK) ; (NK) et (AH).

– Deux droites sécantes qui ne sont pas perpendiculaires.
(MI) et (MH) ; (NK) et (NH).

– Le milieu du segment [AB] : le point M.

– Le milieu du segment [AC] : le point N.

– La nature des triangles AHB et BMH : isocèles.

– La nature du quadrilatère AMHN : un carré.

– Le symétrique de B par rapport à la droite (AH) et le symétrique de B par rapport à la droite (MI).
Le symétrique de B par rapport à la droite (AH) est le point C et le symétrique de B par rapport à la droite (MI) est le point H.

– Le symétrique de B par rapport au point I : le point H.

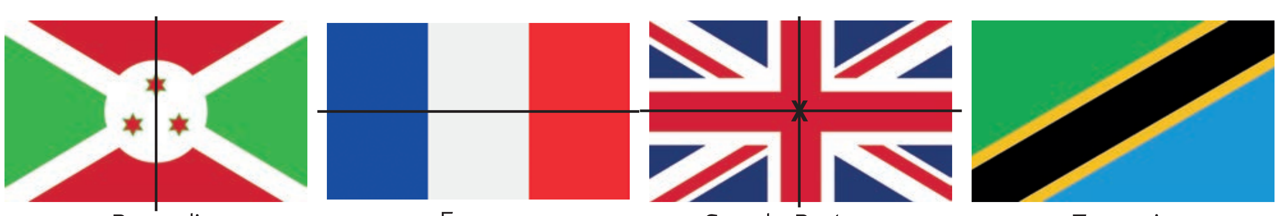
– Le triangle dont la droite (MH) est axe de symétrie : le triangle AHB.

EXERCICE 7

Situation

Lilou a un exercice sur les symétries à réaliser à partir des drapeaux de quelques pays.
Pour chacun d'eux, elle doit indiquer :
- le nombre d'axes de symétrie et les tracer ;
- si le centre du rectangle est centre de symétrie du drapeau.

Problématique : **Quelles seront les réponses de Lilou si elle tient compte des couleurs ?**



Burundi — France — Grande-Bretagne — Tanzanie

Le drapeau du Burundi possède 1 axe de symétrie mais pas de centre de symétrie.

Le drapeau de la France possède 1 axe de symétrie mais pas de centre de symétrie.

Le drapeau de la Grande-Bretagne possède 2 axes de symétrie et un centre de symétrie (le centre du rectangle).

Le drapeau de la Tanzanie ne possède ni axe de symétrie ni centre de symétrie.

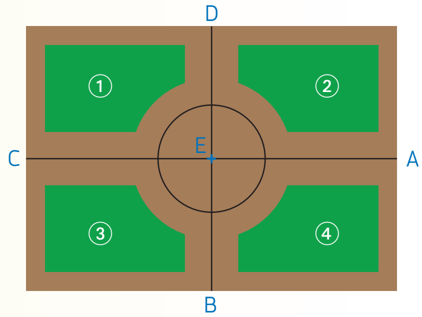
EXERCICE 8

Situation

Timéo veut refaire lui-même ce parterre dans son jardin. Il commence par construire le parterre ①.

Problématique

Quelles sont les étapes de construction des parterres ②, ③ et ④ ?



1 Analyser — Au premier coup d'œil, **nommez** les propriétés géométriques que vous reconnaissez sur ce dessin :

☒ parallélisme ☒ perpendicularité
☒ symétrie centrale ☒ symétrie orthogonale

2 S'approprier — **Cochez** la bonne réponse et **complétez** les pointillés correspondants.

2 a La symétrie qui permet d'obtenir le parterre ② à partir du parterre ① est une symétrie :

❒ centrale de centre ……….
☒ orthogonale par rapport à la droite (BD)

2 b La symétrie qui permet d'obtenir le parterre ③ à partir du parterre ① est une symétrie :

❒ centrale de centre ……….
☒ orthogonale par rapport à la droite (AC)

2 c La symétrie qui permet d'obtenir le parterre ④ à partir du parterre ① est une symétrie :

☒ centrale de centre E
❒ orthogonale par rapport à la droite ……….

2 d La symétrie qui permet d'obtenir le parterre ④ à partir du parterre ③ est une symétrie :

❒ centrale de centre ……….
☒ orthogonale par rapport à la droite (BD)

2 e La symétrie qui permet d'obtenir le parterre ② à partir du parterre ③ est une symétrie :

☒ centrale de centre E
❒ orthogonale par rapport à la droite ……….

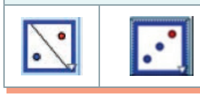
3 Analyser / Communiquer — **Proposez** le protocole de construction à suivre pour représenter ce parterre en entier à partir du parterre ①.

Ici, plusieurs protocoles sont possibles. Par exemple : on effectue une symétrie d'axe (DE) du parterre ① pour obtenir le parterre ② ; puis on effectue une symétrie de centre E du parterre ① pour obtenir le parterre ④ et enfin on effectue une symétrie de centre E du parterre ② pour obtenir le parterre ③.

4 Valider / Réaliser — **Vérifiez** la réponse à la problématique en construisant le parterre, à partir soit du fichier **10_jardin.ggb** soit du fichier **10_jardin.docx.**

Voir le fichier 10_jardin_corrigé.ggb. ou le fichier 10_jardin_corrigé.docx.

Outils GeoGebra utilisés

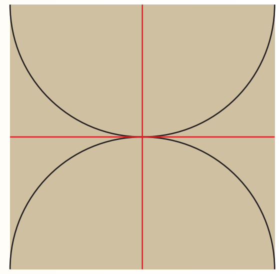


Je m'évalue

Nom : ....
Prénom : ....
Date : .... Classe : ....

Situation

François doit régler une fraiseuse numérique de manière à obtenir le motif « diamant » sur du carrelage.
Les protocoles de construction ont malheureusement été mal rangés et celui qu'il a trouvé a été déchiré.
François commence par tester le début du protocole sur un logiciel de géométrie pour savoir quelle(s) étape(s) il doit y ajouter pour obtenir le motif « diamant ».



1. Avec l'outil , tracer le symétrique du carré ABCD par rapport à la droite (BC) en cliquant successivement dans le carré ABCD et sur le segment [BC].
2. Avec l'outil , tracer le symétrique de l'arc de cercle par rapport à la droite (BC) en cliquant successivement sur cet arc et sur le segment [BC].
3. Avec l'outil , tracer le symétrique du carré ABCD par rapport au point B en cliquant successivement dans le carré de droite et sur le point B.
4. Avec l'outil , tracer le symétrique de l'arc de cercle par rapport au point B en cliquant successivement sur cet arc et sur le point B.
5. Avec l'outil , tracer le symétrique…

Problématique

Quelle(s) étape(s) François doit-il ajouter pour terminer le motif « diamant » ?

1 • Test du début du protocole

Ouvrez le fichier 10_carrelagediamant.ggb.

1 a *Réaliser* — **Réalisez** les étapes 1 et 2 du protocole de construction.

1 b *S'approprier* — La symétrie ainsi réalisée est une symétrie : ❐ centrale ☒ orthogonale.

1 c *S'approprier* — **Précisez** selon votre réponse à la question **1b.**, soit l'axe soit le centre de la symétrie.

Il s'agit d'une symétrie orthogonale d'axe (BC).

1 d *Réaliser* — **Réalisez** les étapes 3 et 4 du protocole de construction.

1 e *S'approprier* — La symétrie ainsi réalisée est une symétrie : ☒ centrale ❐ orthogonale.

1 f *S'approprier* — **Précisez** selon votre réponse à la question **1e.**, soit l'axe de symétrie soit le centre de symétrie.

Il s'agit d'une symétrie de centre B.

1 g *Valider* *Communiquer* — **Dites** si le début du protocole permettrait d'obtenir le motif « diamant ». **Justifiez.**

Le début du protocole est correct car il permet bien d'obtenir le début du motif diamant demandé.

2 • Dernière étape du protocole

2a Analyser Communiquer **Proposez** une méthode permettant d'obtenir le dernier motif du carrelage.

Pour réaliser le dernier motif, trois possibilités :

– Construire le symétrique du carré BCFG par rapport au point B.

– Construire le symétrique du carré BGHI par rapport à la droite (BI).

– Construire le symétrique du carré ABCD par rapport à la droite (AB).

Communiquer **Appelez** le professeur pour présenter votre démarche.

2b Réaliser **Mettez en œuvre** cette dernière étape sur le fichier **10_carrelagediamant.ggb** ou le fichier **10_carrelagediamant.docx.**

Voir le fichier 10_carrelagediamant_corrigé.ggb ou le fichier 10_carrelagediamant_corrigé.docx.

3 • Exploitation des résultats

Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

François doit ajouter une étape. Cette étape est celle que l'élève a faite à la question **2a**

Grille d'autoévaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition ✔ (rouge)	✔ (orange)	✔ (vert)
S'approprier	• **Je reconnais** une figure construite par symétrie axiale. • **J'identifie** un axe de symétrie. • **Je reconnais** une figure construite une symétrie centrale. • **J'identifie** un centre de symétrie.	1b 1c 1e 1f			
Analyser Raisonner	• **Je propose** une démarche pour construire le motif « diamant ».	2a			
Réaliser	• **Je construis** une figure par symétrie axiale sur GeoGebra. • **Je construis** une figure par symétrie centrale sur GeoGebra. • **Je termine** le protocole de construction du motif « diamant ».	1a 1d 2b			
Valider	• **Je vérifie** si je peux répondre au début de la problématique. • **Je vérifie** si je peux répondre à la problématique.	1g 3			
Communiquer	• **Je justifie** ma réponse • **Je propose** clairement à l'écrit ma démarche en employant le vocabulaire adapté. • **J'expose** clairement à l'oral ma démarche en employant le vocabulaire adapté. • **Je réponds** clairement à la problématique.	1g 2a A 3			

Unités de longueur et périmètres

31

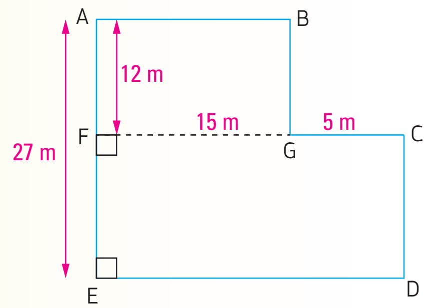
CAPACITÉS
- ➜ Convertir, en utilisant les unités du système métrique, des longueurs.
- ➜ Calculer le périmètre d'un carré, d'un rectangle, d'un disque.

ACTIVITÉ 1 Calculer le périmètre d'une surface

Situation

Au lycée MathenSeine, on décide d'insonoriser la salle de détente des élèves schématisée ci-contre.

Après avoir posé des panneaux d'isolation phonique, on fixe une corniche de finition sur le pourtour de la pièce (en bleu sur la figure).
On donne FG = 15 m˜; GC= 5 m˜;
AF = 12˜m˜; AE= 27˜m.



Le dessin n'est pas à l'échelle.

Problématique : Quelle longueur de corniche de finition faut-il prévoir?

a *S'approprier* **Reportez** les cotes données sur le dessin.

b *Analyser* *Communiquer* **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.
Il faut calculer le périmètre de la salle de détente, soit le périmètre de la figure ABGCDEFA.

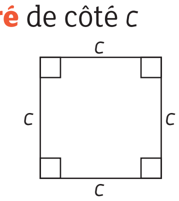
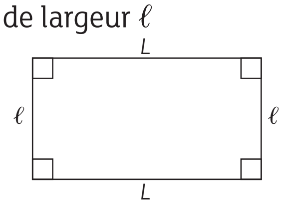
c *S'approprier* **Donnez** les longueurs des segments [AB] et [BG]˜: AB= 15 m BG = 12 m

d *Réaliser* **Calculez** les longueurs ED et CD˜: ED = GF + GC = 15 + 5 = 20 m CD = AE – AF = 27 – 12 = 15 m

e *Réaliser* **Calculez** le périmètre de la salle de détente.
AB + BG + GC + CD + ED + AE = 15 + 12 + 5 + 15 + 20 + 27 = 94 m

f *Communiquer* **Répondez** à la problématique.
Il faut prévoir 94 m de corniche pour la salle de détente.

Je fais le point

Figure	Formule du périmètre P	Exemple
• **Carré** de côté c 	$P = 4 \times c$	Le périmètre d'un carré de côté 7 m est : $P = 4 \times 7 = 28$˜m.
• **Rectangle** de longueur L et de largeur ℓ 	$P = 2 \times (L + \ell)$	Le périmètre d'un rectangle de longueur 18˜cm et de largeur 13˜cm est : $P = 2 \times (18 + 13) = 2 \times 31 = 62$ cm.

ACTIVITÉ 2 Calculer le périmètre d'un disque

Situation

La roue du vélo de Théo a un diamètre de 70 cm.

Problématique

Combien de tours de pédalier doit faire Théo pour parcourir 400 m ?

a Analyser, Communiquer — **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique. Attention, on ne demande pas de répondre à la problématique, ni de faire de calculs.

Il faut calculer le périmètre de la roue de Théo et diviser la distance à parcourir par le périmètre de la roue.

b Réaliser — **Calculez** le rayon de la roue, en mètres : $R =$ 0,35 m

Ouvrez le fichier 11_velo.ggb.

c Réaliser — **Réglez** le curseur du rayon R sur la valeur du rayon trouvé à la question **b**.

d Réaliser — À l'aide du curseur «˜*dérouler, enrouler*˜»,**faites** faire un tour à la roue.

e S'approprier — **Notez** la longueur parcourue, en mètres˜:2,2 m

f Réaliser — À l'aide de la formule $P = 2 \times \pi \times R$, **calculez** le périmètre P, en mètres, de la roue du vélo de Théo. **Arrondissez** au dixième.

$P = 2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 0,35 = 2,2$ m

g Valider, Communiquer — **Comparez** les résultats obtenus aux questions **e.** et **f.**

Ils sont égaux.

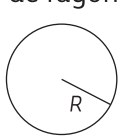
h Réaliser — **Calculez** le nombre de tours de pédalier nécessaire pour parcourir 400˜m.**Arrondissez** à l'unité.

$400 \div 2,2 \approx 182$

i Communiquer — **Répondez** à la problématique.

Théo devra faire environ 182 tours de pédalier pour parcourir 400 m.

Je fais le point

Figure	Formule du périmètre P	Exemple
• **Disque** de rayon R 	$P = 2 \times \pi \times R$	Le périmètre (ou la circonférence) d'un disque de rayon 50 km est : $P = 2 \times \pi \times 50 \approx 314$ km.

Unités et calculs d'aires

32

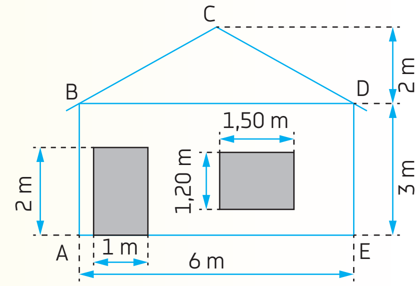
CAPACITÉS
- Convertir, en utilisant les unités du système métrique, des aires.
- Calculer l'aire d'un triangle, d'un carré, d'un rectangle, d'un disque.

ACTIVITÉ 1 Calculer l'aire d'un rectangle et d'un triangle

Situation

Suite à de nombreuses intempéries, Vanessa désire refaire l'enduit de la façade de sa maison.
Pour obtenir une estimation du coût des travaux, elle demande des devis à plusieurs entreprises. Elle doit leur fournir l'aire de la façade sans la porte et sans la fenêtre.
On donne : aire d'un rectangle = longueur × largeur

$$\text{aire d'un triangle} = \frac{\text{côté} \times \text{hauteur associée}}{2}$$



Problématique

Quelle aire de la surface à enduire Vanessa doit-elle donner aux entreprises auxquelles elle demande un devis ?

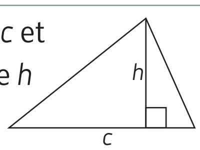
a *Analyser Communiquer* **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique. Attention, on ne demande pas de répondre à la problématique, ni de faire de calculs.

Vanessa doit calculer l'aire de la façade (rectangle ABDE + triangle BCD), puis retrancher l'aire de la porte et l'aire de la fenêtre.

b *S'approprier Réaliser* **Calculez**, en m² :
- l'aire du rectangle ABDE : $3 \times 6 = 18$ m²
- l'aire du triangle BCD : $\frac{6 \times 2}{2} = 6$ m²
- l'aire de la fenêtre : $1,50 \times 1,20 = 1,8$ m²
- l'aire de la porte : $2 \times 1 = 2$ m²

c *Réaliser Communiquer* **Répondez** à la problématique : $(18 + 6) - (1,8 + 2) = 20,2$ m²
Vanessa devra indiquer aux entreprises une aire de 20,2 m² à enduire.

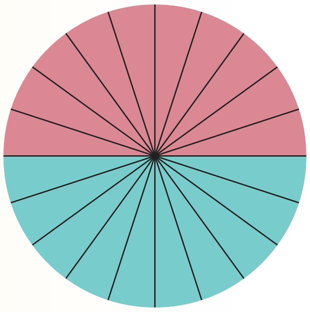
Je fais le point

Figure	Formule de l'aire A	Exemple
• **Carré** de côté c	$A = c \times c = c^2$	L'aire d'un carré de côté 7 m est : $A = 7^2 = 49$ m².
• **Rectangle** de longueur L et de largeur ℓ	$A = L \times \ell$	L'aire d'un rectangle de longueur 18 cm et de largeur 13 cm est : $A = 18 \times 13 = 234$ cm².
• **Triangle** de côté c et de hauteur associée h 	$A = \frac{c \times h}{2}$	L'aire d'un triangle de côté 48 cm et de hauteur 10 cm est : $A = \frac{48 \times 10}{2} = 240$ cm².

ACTIVITÉ 2 Calculer l'aire d'un disque

Situation

Archimède fut le premier à trouver, en faisant un savant découpage, comment calculer l'aire d'un disque lorsque l'on connaît son périmètre.
Il a commencé par diviser ce disque en plusieurs secteurs égaux, comme le montre la figure ci-contre.



Problématique

Comment peut-on, connaissant la formule du périmètre de ce disque, retrouver la formule de son aire ?

a S'approprier — **Donnez** la formule donnant le périmètre d'un disque.

$P = 2 \times \pi \times R$

Ouvrez le fichier 11_aire du disque.ggb.

b Réaliser / Communiquer — **Déplacez** le curseur « ouverture » et **décrivez** ce que vous voyez.

Le disque s'ouvre pour former 20 secteurs circulaires (alignés par 10).

c Réaliser / Communiquer — **Déplacez** le curseur « glissement » et **décrivez** ce que vous voyez.

Le glissement des secteurs entre eux permet d'obtenir une figure proche d'un parallélogramme.

d Réaliser / Communiquer — **Déplacez** le curseur «construction » et **décrivez** ce que vous voyez.

Le glissement du secteur circulaire de gauche permet d'obtenir une figure proche d'un rectangle.

e S'approprier — **Cochez** la bonne réponse.

La figure que vous obtenez se rapproche d'un :

- ☐ carré
- ☒ rectangle
- ☐ parallélogramme.

f Valider — **Cochez** la bonne réponse.

La largeur de cette figure est proche de :	☐ ° × R	☒ R	☐ ° × R^2
La longueur de cette figure est proche de :	☒ ° × R	☐ R	☐ ° × R^2

g Réaliser — **Donnez** alors l'expression de l'aire de cette figure.

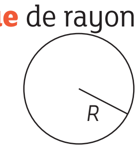
$\mathscr{A} = \pi \times R \times R = \pi \times R^2$

h Communiquer — **Répondez** à la problématique.

On découpe un disque en secteurs circulaires. On construit une figure proche d'un rectangle à partir de ces secteurs.

L'aire du disque est égale à celle du rectangle obtenu.

Je fais le point

Figure	Formule de l'aire A	Exemple
• **Disque** de rayon R 	$A = \pi \times R^2$	L'aire d'un disque de rayon 50 km est : $A = \pi \times 50^2 \approx 7\,850$ km^2.

Je m’entraîne

QCM

Cochez la ou les bonne(s) réponse(s).

a L’aire d’une surface peut s’exprimer˜: ☐ **en mètres** ☒ **en mètres carrés** ☐ **en centimètres.**

b La longueur d’un cercle de rayon 1 mètre est environ˜:
☐ **3,14˜mètres** ☒ **6,28˜mètres** ☐ **0,785˜mètre carré.**

c 100 fois 1 m² est égal à˜: ☐ **1˜dm²** ☒ **1˜dam²** ☐ **1˜hm².**

▶▶▶ Unités de longueur

EXERCICE 1

Voir Méthode 7 page 189.

Complétez.

a 105˜m= 10,5 ˜dam= 10 500 ˜cm

b 5,5˜dm= 0,55 ˜m= 550 ˜mm

c 12,8˜km= 128 ˜hm˜= 12 800 ˜m

d 0,16˜cm= 0,016 ˜dm= 1,6 ˜mm

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

EXERCICE 2

Au cours d’une manche de qualification au saut à ski, les quatre premiers du classement sont, par ordre alphabétique : Ammann (A), Hautemaeki (M), Kofler (K) et Malysz (M).
M a réalisé un saut de 137˜m, soit 7˜m de moins que A et 55˜dm de plus que K. Le saut de H est plus court de 300˜cm que celui de M.

a **Calculez** la longueur du saut de A, K et H en mètres.

Longueur du saut de A : 137 + 7 = 144 m

Longueur du saut de K : 137 – 5,5 = 131,5 m (55 dm = 5,5 m)

Longueur du saut de H : 137 – 3 = 134 m (300 cm = 3 m)

b **Établissez** le classement de ces quatre concurrents. Le classement est le suivant : A, M, H et K.

▶▶▶ Unités d’aire

EXERCICE 3

Voir Méthode 8 page 190.

Complétez.

a 44˜dm² = 0,44 m² = 440 000 mm²˜

b 32,43˜m² = 3 243 dm² = 0,324 3 dam²

c 12,1˜hm² = 121 000 m² = 0,121 km²

km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²

▶▶▶ Périmètre d'une surface

EXERCICE 4

a **Calculez**, en mètres, le périmètre d'un rectangle de longueur 4,5˜m et de largeur 0,9˜m.

$P = 2 \times (4{,}5 + 0{,}9) = 10{,}8$ m

b **Calculez**, en centimètres, le périmètre d'un rectangle de longueur 12,6˜cm et de largeur 37˜mm.

37 mm = 3,7 cm $\qquad$ $P = 2 \times (12{,}6 + 3{,}7) = 32{,}6$ cm

c **Calculez**, en mètres, la longueur d'un cercle de rayon 37˜m. **Arrondissez** au centième.

$P = 2 \times \pi \times 37 \approx 232{,}48$ m

d DEFG est un parallélogramme tel que DE = 72˜dm et EF= 49˜dm. **Calculez**, en décimètres, son périmètre.

$P = 2 \times (72 + 49) = 242$ m

e TSVP est un losange tel que TS = 5,2˜cm. **Calculez** son périmètre, en centimètres.

$P = 4 \times 5{,}2 = 20{,}8$ cm

▶▶▶ Aire d'une surface

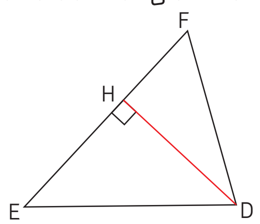
EXERCICE 5

a Le triangle ABC est rectangle en A. On donne AB = 14˜m et AC= 8˜m. **Calculez**, en m², l'aire du triangle ABC.

$A = \dfrac{14 \times 8}{2} = 56$ m²

b Le triangle DEF est tel que DE = 3,5˜cm, DF= 3˜cm, EF= 4˜cm, DH= 2,54˜cm.
Calculez, en cm², l'aire du triangle DEF.

$A = \dfrac{4 \times 2{,}54}{2} = 5{,}08$ cm²

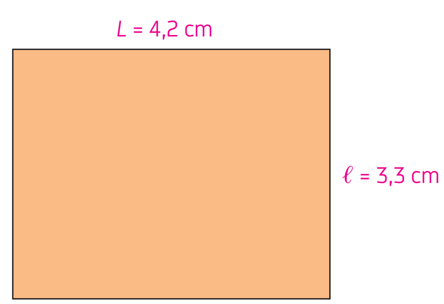


EXERCICE 6

a **Calculez** la largeur d'un rectangle de périmètre 15˜cm et de longueur 4,2˜cm.

$P = 2 \times (L + \ell)$. D'où $\ell = \dfrac{P}{2} - L = \dfrac{15}{2} - 4{,}2 = 3{,}3$ cm.

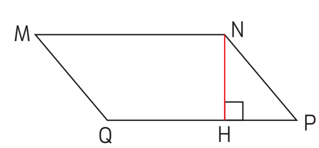
b **Dessinez** ce rectangle.



EXERCICE 7

Le parallélogramme MNPQ est tel que MN = 2,5 m ; NP = 1,5 m et NH = 1,15 m.
Calculez, en m², l'aire du parallélogramme MNPQ.

$A = 2{,}5 \times 1{,}15 = 2{,}875$ m²



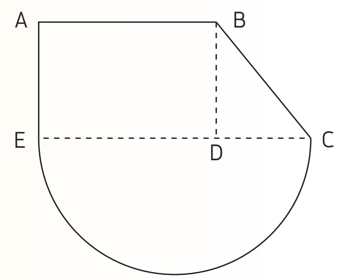
Je vais plus loin

EXERCICE 8

Situation

La mairie de votre commune prévoit l'installation d'un jardin d'enfants. Pour être aux normes, la mairie doit entièrement clôturer ce jardin (hors porte d'accès) et recouvrir le sol d'un revêtement souple.

ABDE est un rectangle tel que AB = 60 m et $AE = \frac{3}{4}$ AB.
Le triangle BCD est rectangle isocèle.
L'arc $\overset{\frown}{CE}$ est un demi-cercle de diamètre [EC].
Le segment [BC] correspond à la porte d'accès au jardin d'enfants.



Plan du jardin d'enfants.
Le dessin n'est pas à l'échelle.

Problématique

Quelle longueur de clôture et quelle surface de revêtement la mairie doit-elle prévoir ?

1 • Calcul de la longueur de clôture

1a Analyser / Communiquer — **Proposez** une méthode permettant de calculer la longueur de clôture. Attention, on ne demande pas de répondre à la problématique, ni de faire de calculs.

Il faut calculer le périmètre de la figure, à savoir les longueurs AB, AE et la longueur du demi-cercle $\overset{\frown}{CE}$, puis les additionner.

1b Réaliser — **Mettez en œuvre** la méthode pour calculer la longueur de clôture en arrondissant vos résultats au dixième si nécessaire.

AB = 60 m $AE = \frac{3}{4} \times 60 = 45$ m

EC = ED + DC = AB + AE = 60 + 45 = 105 m. D'où $\overset{\frown}{CE} = \pi \times 52{,}5 \approx 164{,}9$ m

$P = AB + AE + \overset{\frown}{CE} = 60 + 45 + 164{,}9 = 269{,}9$ m

2 • Calcul de l'aire de la surface de revêtement souple

2a Réaliser — **Calculez**, en m², l'aire du rectangle ABDE.

$60 \times 45 = 2\,700$ m²

2b Réaliser — **Calculez**, en m², l'aire du triangle BCD.

$\frac{45 \times 45}{2} = 1012{,}5$ m²

2c Réaliser — **Calculez**, en m², l'aire du demi-disque. **Arrondissez** votre résultat au dixième.

$\frac{\pi \times 52{,}5^2}{2} \approx 4\,329{,}5$ m²

2d Réaliser — **Calculez**, en m², l'aire totale de la surface de revêtement de sol souple.

$2\,700 + 1\,012{,}5 + 4\,329{,}5 = 8\,042$ m²

3 • Exploitation des résultats obtenus

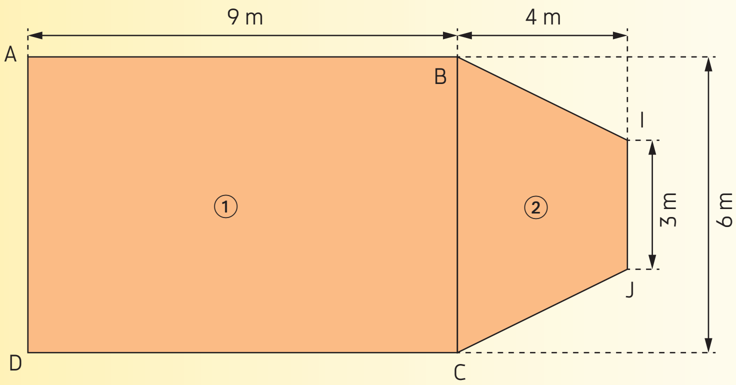
Communiquer — À partir des résultats que vous avez obtenus aux questions **1b** et **2d**, **répondez** à la problématique.

La mairie devra prévoir 269,9 m de clôture et 8 042 m² de revêtement.

EXERCICE 9

Situation

Alane vient de faire construire une piscine dans son jardin. La surface de la piscine a la forme ci-dessous. Les cotes sont exprimées en mètres.



Vue de dessus de la piscine
Le dessin n'est pas à l'échelle.

L'aire A d'un trapèze de grande base B, de petite base b et de hauteur h est :

$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}.$$

Alane dispose d'un budget de 900 € pour recouvrir sa piscine avec une bâche sur mesure. La bâche coûte 14 € le m².

Problématique : Le budget d'Alane sera-t-il suffisant ?

a S'approprier

Donnez la nature des figures qui composent cette piscine.

① : rectangle

② : trapèze

b Analyser / Communiquer

Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique. Attention, on ne demande pas de répondre à la problématique, ni de faire de calculs.

Il faut calculer l'aire de la surface de la piscine, c'est-à-dire la somme de l'aire du rectangle ABCD et de l'aire du trapèze BIJC. On déterminera ensuite le prix de la bâche en multipliant l'aire de la surface de la piscine par le prix au m² de la bâche.

c Réaliser

Mettez en œuvre la méthode que vous avez proposée.

$A_{ABCD} = 9 \times 6 = 54 \text{ m}^2$

$A_{BIJC} = \dfrac{(6 + 3) \times 4}{2} = 18 \text{ m}^2$

D'où $A_{piscine} = 54 + 18 = 72 \text{ m}^2$

Le prix à payer est : $72 \times 14 = 1\,008$ €

d Valider / Communiquer

Répondez à la problématique.

Alane ne dispose que de 900 €, il n'a donc pas un budget suffisant.

Je m'évalue

Nom : ....
Prénom : ....
Date : .... Classe : ....

Situation

Jean-Pierre vient d'acheter un appartement qu'il souhaite rénover. Dans la pièce principale, il veut poser un parquet et des plinthes (bandes protectrices placées le long du sol au pied des murs). Le schéma suivant représente la surface au sol de cette pièce.

AB = 5 m AF = 3,5 m DF = 2 m

Le schéma n'est pas à l'échelle.

Problématique

Quelle aire de parquet et quelle longueur de plinthes Jean-Pierre doit-il prévoir ?

1 • Choix d'une méthode

Analyser Communiquer

Proposez une méthode permettant de calculer l'aire de la surface de la pièce. Attention, on ne demande pas de répondre à la problématique, ni de faire de calculs.

Il faut calculer l'aire du rectangle ABCD, l'aire du triangle AFD et l'aire du demi-disque de diamètre [BC] ; on additionnera ensuite ces trois valeurs.

Communiquer

Appelez le professeur pour valider votre réponse.

2 • Calcul de l'aire du parquet

2 a S'approprier Réaliser

En utilisant la propriété de Pythagore, **vérifiez** que AD = 4 m. **Arrondissez** votre résultat à l'unité.

$AD^2 = AF^2 + DF^2 = 3{,}5^2 + 2^2 = 16{,}25$. D'où $AD = \sqrt{16{,}25} \approx 4$ m

L'aire A d'un triangle de côté c et de hauteur h est˜:

$$A = \frac{c \times h}{2}.$$

L'aire A d'un disque de rayon R est˜: $A = ° \times R^2$.

2 b S'approprier Réaliser

Déterminez, en m², l'aire du triangle rectangle AFD.

$\frac{2 \times 3{,}5}{2} = 3{,}5$ m²

2 c S'approprier Réaliser

Calculez, en m², l'aire du rectangle ABCD.

$5 \times 4 = 20$ m²

2 d S'approprier Réaliser

Calculez, en m², l'aire du demi-disque de diamètre [BC]. **Arrondissez** votre résultat à 0,1 m².

$\frac{\pi \times 2^2}{2} \approx 6{,}3$ m²

2 e Réaliser Valider

Vérifiez que l'aire totale de la pièce principale est de 29,8 m².

Aire totale $= 3{,}5 + 20 + 6{,}3 = 29{,}8$ m²

Je m'évalue

3 • Calcul de la longueur des plinthes

3a Analyser · Communiquer

Proposez une méthode permettant de calculer la longueur de plinthes nécessaire. Attention, on ne demande pas de répondre à la problématique, ni de faire de calculs.

Il faut calculer le périmètre de la pièce principale. Pour cela, on doit connaître les longueurs AB, CD, DF, AF ainsi que la longueur de l'arc $\widehat{BC}$. On additionne ensuite toutes ces valeurs.

3b Réaliser

Mettez en œuvre votre méthode pour calculer la longueur des plinthes en arrondissant vos résultats au dixième si nécessaire.

AB = CD = 5 m DF = 2 m AF = 3,5 m

$\widehat{BC} = \pi \times \frac{BC}{2} = \pi \times \frac{4}{2} \approx 6,3$ m $P = 5 + 5 + 2 + 3,5 + 6,3 = 21,8$ m

4 • Exploitation des résultats

Valider · Communiquer

Répondez à la problématique.

Jean-Pierre a besoin de 29,8 m² de parquet et de 21,8 m de plinthes.

Grille d'autoévaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition ✔	✔	✔
S'approprier	• **Je repère** les données de l'énoncé qui vont permettre de réaliser les calculs demandés.	2a 2b 2c 2d			
Analyser Raisonner	• **Je propose** une démarche pour répondre à la problématique. • **Je propose** une démarche pour répondre à la problématique.	1 3a			
Réaliser	• **J'utilise** le théorème de Pythagore pour calculer une longueur et j'arrondis. • **Je calcule** l'aire d'un triangle. • **Je calcule** l'aire d'un rectangle. • **Je calcule** l'aire d'un demi-disque et j'arrondis mon résultat. • **Je calcule** la somme des aires obtenues. • **Je calcule** le périmètre d'une figure.	2a 2b 2c 2d 2e 3b			
Valider	• **Je vérifie** mes résultats. • **Je vérifie** si je peux répondre ou non à la problématique.	2e 4			
Communiquer	• **J'expose** clairement à l'écrit ma démarche en employant le vocabulaire adapté. • **J'expose** clairement à l'oral ma démarche en employant le vocabulaire adapté. • **J'expose** clairement à l'écrit ma démarche en employant le vocabulaire adapté. • **Je réponds** clairement à la problématique.	1 3a 4			

Solides usuels

33

CAPACITÉ

→ Identifier un cube, un parallélépipède rectangle, un cylindre de révolution, une sphère, un cône de révolution.

ACTIVITÉ 1 Reconnaître un solide usuel

Situation

Pour relever un défi, Marion doit rassembler cinq objets courants avec la consigne suivante : leur forme doit être celle d'un solide usuel ou de deux solides usuels associés.

Les solides usuels concernés sont le cube, le parallélépipède rectangle, le cylindre de révolution, le cône de révolution, la sphère. Voici les objets proposés par Marion :


① aquarium


② bâtons de craie

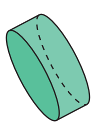

③ chapeau pointu

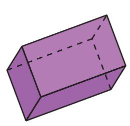

④ balle de tennis

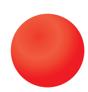

⑤ crayon

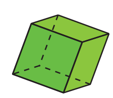
Problématique : **Marion a-t-elle respecté la consigne ?**

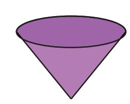
a *S'approprier* **Indiquez** sous chaque dessin le nom du solide usuel représenté (cube ou cône…).


Cylindre de révolution


Parallélépipède rectangle


Sphère


Cube


Cône de révolution

b *Analyser* **Dites** de quel(s) solide(s) usuel(s) est composé chacun des objets choisis par Marion.

① aquarium : parallélépipède rectangle

② bâtons de craie : cylindre de révolution

③ chapeau pointu : cône de révolution

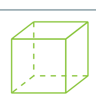
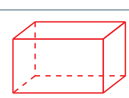
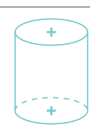
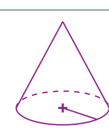
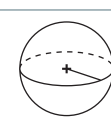
④ balle de tennis : sphère

⑤ crayon : cylindre de révolution et cône de révolution

c *Valider* *Communiquer* **Répondez** à la problématique. **Justifiez** votre réponse.

Marion a respecté la consigne : tous les solides cités en **b.** font partie de la liste donnée dans la situation.

Je fais le point

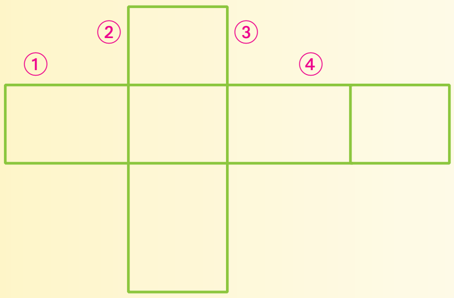
 Cube	 Parallélépipède rectangle	 Cylindre de révolution	 Cône de révolution	 Sphère

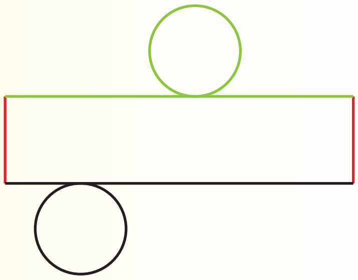
ACTIVITÉ 2 Dessiner le patron d'un solide usuel

Situation

Pierre veut construire un parallélépipède rectangle et un cylindre, de dimensions quelconques, avec du carton souple.

Il dessine un patron pour chacun de ces solides.





Problématique

Pierre va-t-il pouvoir construire, à partir des patrons qu'il a préparés, les solides souhaités ?

a Réaliser Valider **Contrôlez** le patron du parallélépipède rectangle. En particulier, **vérifiez** si les arêtes qui vont se coller ensemble ont la même longueur, si les faces opposées ont les mêmes dimensions…

Les arêtes ①, ②, ③, ④ devraient avoir la même longueur pour pouvoir se coller ensemble.

Ce qui n'est pas le cas.

$P = 2\pi R$ où P est le périmètre du disque de rayon R.

b Réaliser Pierre trace pour base du cylindre un disque de 6 mm de rayon. Calculez, en millimètres, le périmètre P de la base du cylindre. Arrondissez au mm.

$P = 2 \times \pi \times 6 \approx 38$ mm

c Réaliser Valider **Contrôlez** le patron du cylindre en vérifiant si la longueur du rectangle (surface latérale du cylindre) est égale au périmètre de la base trouvée à la question **b**.

La longueur du rectangle sur le dessin mesure 46 mm. Elle est donc trop grande.

d Valider Communiquer **Répondez** à la problématique. **Justifiez** votre réponse.

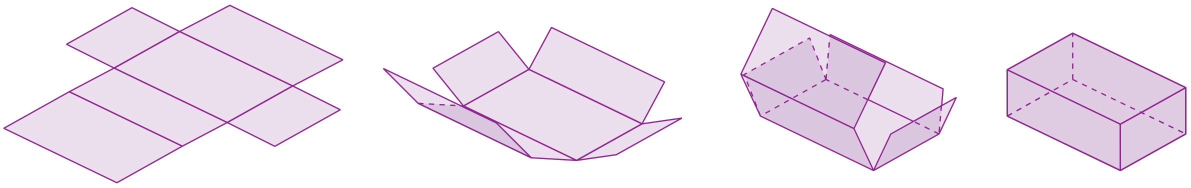
Aucun des patrons dessinés par Pierre ne convient.

Je fais le point

Le patron d'un solide permet de fabriquer ce solide par pliage.

Exemple

Patron du parallélépipède rectangle



Volumes et aires de solides usuels

34

CAPACITÉ

→ Calculer l'aire et le volume d'un cube, d'un parallélépipède rectangle, d'un cylindre de révolution.

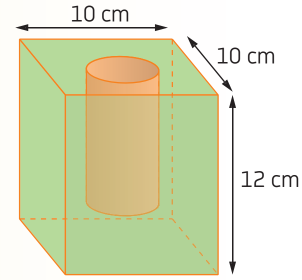
ACTIVITÉ 1 Calculer le volume d'un solide usuel

Situation

Un vase en verre teinté a la forme d'un parallélépipède rectangle auquel on a enlevé, dans la partie centrale, un cylindre vertical de diamètre 6 cm et de hauteur 8 cm.

On sait que 1 cm³ de verre a une masse de 2,3 g.

Dora souhaite acheter trois de ces vases.



Le dessin n'est pas à l'échelle.

Problématique

Si la masse totale des achats est supérieure à 5 kg, le magasin assure gratuitement la livraison à domicile. Dora peut-elle bénéficier d'une livraison à domicile gratuite ?

a *Réaliser* **Calculez**, en cm³, le volume du parallélépipède rectangle.

$10 \times 10 \times 12 = 1\,200$ cm³

b *Réaliser* **Calculez**, en cm³, le volume du cylindre. **Arrondissez** à l'unité.

$\pi \times 3^2 \times 8 \approx 226$ cm³

c *Réaliser* **Calculez** le volume de verre d'un vase.

$1\,200 - 226 = 974$ cm³

d *Réaliser* **Calculez** la masse d'un vase.

$2{,}3 \times 974 = 2\,240{,}2$ g

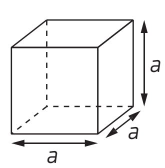
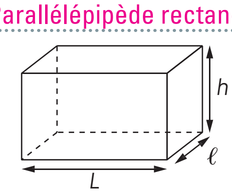
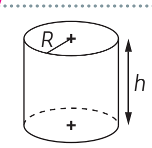
Vous pouvez utiliser les formules données dans la partie Je fais le point.

e *Valider* *Communiquer* **Répondez** à la problématique. **Justifiez** votre réponse.

Masse des trois vases : $2\,240{,}2 \times 3 = 6\,720{,}6$ g $= 6{,}7206$ kg

$6{,}7206$ kg > 5 kg. Dora peut donc bénéficier d'une livraison à domicile gratuite.

Je fais le point

Solide	Cube 	Parallélépipède rectangle 	Cylindre de révolution 
Volume V du solide	$V = a^3$	$V = L \times \ell \times h$	$V = \pi R^2 \times h$
Exemple	L'arête d'un cube mesure 1,5 cm. $V = 1{,}5^3 = 3{,}375$ cm³.	Les dimensions d'un parallélépipède rectangle sont 5 cm, 4 cm et 3 cm. $V = 5 \times 4 \times 3 = 60$ cm³.	Un cylindre a pour rayon 5 cm et pour hauteur 2 cm. $V = \pi \times 5^2 \times 2 \approx 157$ cm³.

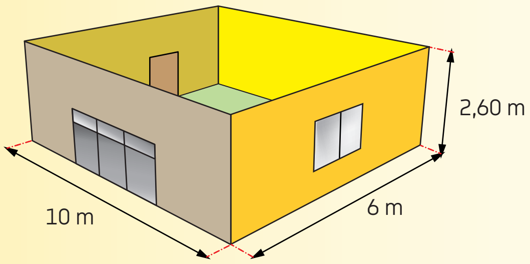
ACTIVITÉ 2 Calculer l'aire d'un solide usuel

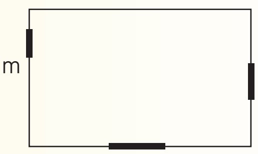
Situation

Une salle de halte-garderie en forme de parallélépipède rectangle mesure 10 m de long, 6 m de large et 2,60 m de haut.

Elle comporte trois ouvertures rectangulaires dont les dimensions sont données sur le schéma ci-dessous.

On veut repeindre les murs de cette salle.





Problématique

Si l'aire de la surface à peindre est inférieure à 60 m², le directeur considère que l'ouvrier d'entretien peut le faire. Sinon, il fera appel à une entreprise extérieure. Quelle sera la décision du directeur ?

a Analyser

Proposez une démarche pour répondre à la problématique. Aucun calcul n'est demandé.

Calculer l'aire des 4 murs, calculer l'aire des ouvertures, retrancher l'aire des ouvertures à l'aire des 4 murs pour obtenir l'aire à peindre.

b Réaliser

Mettez en œuvre votre démarche en détaillant les différentes étapes.

Aire des 4 murs : $2{,}6 \times 6 \times 2 + 10 \times 2{,}6 \times 2 = 83{,}2$ m²

Aire des ouvertures : $1{,}4 \times 1{,}3 + 2{,}05 \times 2{,}5 + 2{,}05 \times 1 = 8{,}995$ m²

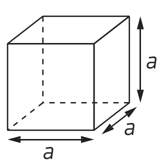
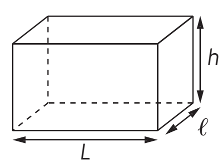
Aire de la surface à peindre : $83{,}2 - 8{,}995 = 74{,}205$ m²

c Valider / Communiquer

Répondez à la problématique.

$74{,}205$ m² $>$ 60 m². Donc le directeur fera appel à une entreprise extérieure.

Je fais le point

Solide	Cube d'arête a 	Parallélépipède rectangle de dimensions L, ℓ et h 
Aire A du solide	$A = 6a^2$	$A = 2(L\ell + \ell h + Lh)$
Exemple	L'arête d'un cube mesure 1,5 cm. $A = 6 \times 1{,}5^2 = 13{,}5$ cm².	Les dimensions d'un parallélépipède rectangle sont 5 cm, 4 cm et 3 cm. $A = 2(5 \times 3 + 3 \times 4 + 5 \times 4) = 94$ cm².

Vérifier un résultat

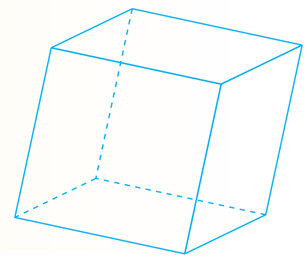
>J'utilise un logiciel 35

ACTIVITÉ 1 Dessiner un patron de cube

Situation

On considère un cube de 1 cm d'arête.

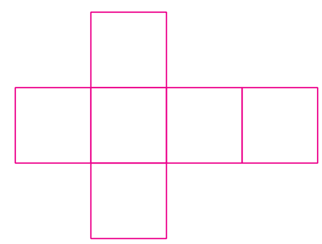
Problématique : **Ce cube peut-il avoir plusieurs patrons différents ?**



a S'approprier — **Barrez** les réponses fausses.

Un cube a ~~4~~ 6 ~~8~~ faces. Les faces d'un cube sont des ~~rectangles~~ carrés .

b Réaliser — **Dessinez** un patron de ce cube.
Attention : deux faces ne doivent pas se superposer lorsqu'on replie le patron.



Ouvrez le fichier **12_cube.ggb.**

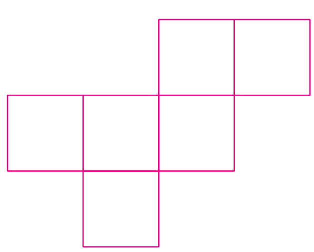
Un premier patron de cube est proposé à l'écran. Pour ouvrir ou fermer plus ou moins ce patron, **utilisez** le curseur « ouverture ».

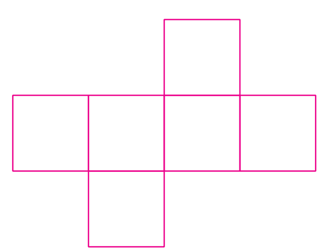
c Valider — **Dites** si ce patron est identique à celui dessiné à la question **b**.

Réponse variable selon ce que les élèves ont dessiné.

d Réaliser — Le fichier vous propose deux autres patrons de cube. Pour les obtenir :
- **Décochez** la case placée devant Patron 1.
- **Cochez** une des deux autres cases qui apparaissent alors. Vous obtenez un autre patron.

e Réaliser — Parmi les trois patrons proposés dans ce fichier, **choisissez**-en un différent de celui dessiné à la question **b**. et **reproduisez-le**.





f Valider, Communiquer — **Répondez** à la problématique.

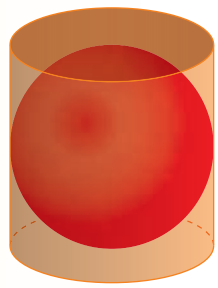
Le cube peut avoir plusieurs patrons : il a 11 patrons différents.

> J'utilise un logiciel

ACTIVITÉ 2 Calculer l'aire latérale et le volume d'un cylindre

Situation

Les Romains ont gravé sur la tombe d'Archimède (scientifique du IIIe siècle avant J.C.) le solide ci-contre. Il s'agit d'une sphère contenue « exactement » dans un cylindre.



Le diamètre de la sphère est donc égal au diamètre du cylindre et à sa hauteur.

Archimède avait établi les deux propriétés suivantes :

① aire de la sphère = aire latérale du cylindre.

② volume de la boule = $\frac{2}{3} \times$ volume du cylindre.

On considère une sphère de 5 cm de diamètre inscrite « exactement » dans un cylindre.

Problématique

Les deux propriétés énoncées par Archimède sont-elles vérifiées pour cette sphère et ce cylindre ?

Aire latérale A du cylindre de rayon R et de hauteur h : $A = 2\pi R$.

a S'approprier — **Donnez** le rayon de la base du cylindre :

2,5 cm

b S'approprier — **Donnez** la hauteur du cylindre :

5 cm

c Réaliser — **Calculez**, en cm², l'aire latérale du cylindre. **Arrondissez** au centième.

$A = 2\pi \times 2,5 \times 5 \approx 78,54$ cm²

d Réaliser — **Calculez**, en cm³, le volume du cylindre. **Arrondissez** au centième.

$V = \pi \times 2,5^2 \times 5 \approx 98,17$ cm³

Ouvrez le fichier 12_cylindre.ggb.

e Valider — **Vérifiez** vos réponses aux questions **c**. et **d**. **Cherchez** l'erreur en cas de réponse(s) différente(s) et **corrigez** ci-dessus.

f S'approprier — Le logiciel a effectué les calculs de l'aire de la sphère et du volume de la boule de 5 cm de diamètre. **Relevez** ces résultats.

Aire de la sphère = 78,54 cm² ; volume de la boule = 65,45 cm³.

g Valider, Communiquer — **Répondez** à la problématique. **Justifiez**.

$98,17 \times \frac{2}{3} \approx 65,45.$

Les deux propriétés établies par Archimède sont vérifiées sur cet exemple.

h Réaliser, Valider — **Faites** varier le rayon de la sphère à l'aide du curseur. **Vérifiez** les propriétés ① et ② d'Archimède pour différentes valeurs de ce rayon.

Les deux propriétés restent vraies.

Je m'entraîne

QCM

Cochez la réponse exacte.

a Le volume d'un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont 4 cm, 5 cm et 6 cm est égal à :
☐ 120 cm ☐ 120 cm² ☒ 120 cm³.

b Les faces d'un parallélépipède rectangle sont toutes :
☐ des carrés ☒ des rectangles ☐ des triangles.

c Le rouleau de paille photographié ci-contre est :
☐ une sphère ☒ un cylindre ☐ un cône.

d Le volume V d'un cube d'arête a est donné par la formule :
☒ $V = a^3$ ☐ $V = 6a^2$ ☐ $V = 6a^3$.

▶▶▶ Solides usuels

EXERCICE 1

a **Donnez** le nom du solide que l'on peut donner à la partie centrale de ce rouleau à pâtisserie.

Cylindre de révolution

b **Donnez** le nom du solide que l'on peut donner à ce paquet-cadeau.

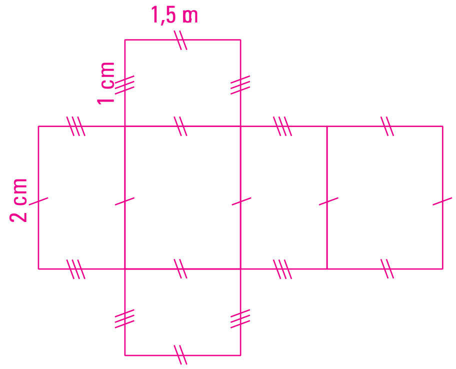
Parallélépipède rectangle

c **Donnez** le nom du solide que l'on peut donner à ces réservoirs.

Sphère

EXERCICE 2

Dessinez un patron d'un parallélépipède rectangle de dimensions 2 cm, 1,5 cm, 1 cm.



EXERCICE 3

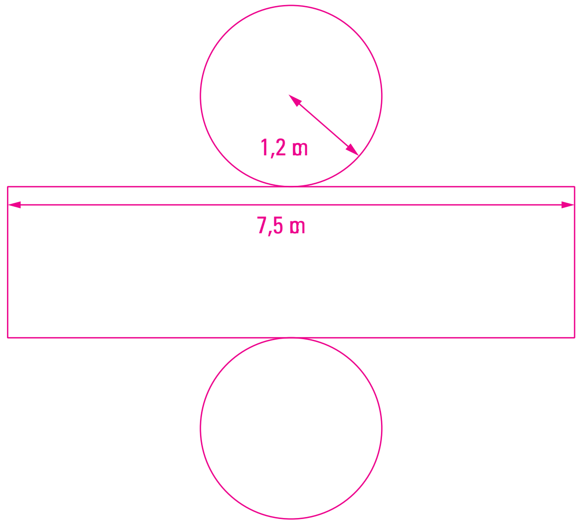
Un cylindre a un rayon de base de 1,2 cm et une hauteur de 2 cm.

a **Calculez**, en mètres, la longueur de la surface latérale de ce cylindre. **Arrondissez** au dixième.

Longueur $= 2 \times \pi \times 1{,}2 \approx 7{,}5$ cm

Périmètre P d'un disque de rayon R :
$P = 2\pi \times R$.

b **Dessinez** un patron du cylindre.



▶▶▶ Calculs d'aires et volumes

EXERCICE 4

L'arête d'un cube mesure 1,5 dm.

a **Calculez**, en dm^3, le volume de ce cube. $V = 1{,}5^3 = 3{,}375$ dm^3

b **Calculez**, en dm^2, l'aire de ce cube. $A = 6 \times 1{,}5^2 = 13{,}5$ dm^2

EXERCICE 5

Un parallélépipède rectangle a pour longueur 8 cm, pour largeur 6 cm et pour hauteur 5 cm.

a **Calculez**, en cm^3, le volume de ce parallélépipède rectangle. $V = 8 \times 6 \times 5 = 240$ cm^3

b **Montrez** que son aire totale est 236 cm^2. $A = 2 \times 8 \times 6 + 2 \times 8 \times 5 + 2 \times 6 \times 5 = 96 + 80 + 60 = 236$ cm^2

EXERCICE 6

Un cylindre a pour rayon de base 4 m et pour hauteur 5 m.

a **Calculez**, en m^3, le volume de ce cylindre. **Arrondissez** à l'unité. $V = \pi \times 4^2 \times 5 \approx 251$ m^3

b **Calculez**, en mètres, la longueur de la surface latérale de ce cylindre. Longueur $= 2 \times \pi \times 4 \approx 25{,}13$ m

c **Calculez**, en m^2, l'aire latérale de ce cylindre : $25{,}13 \times 5 = 125{,}65$ m^2

d **Calculez**, en m^2, l'aire des deux disques de base : $2 \times \pi \times 4^2 \approx 100{,}53$ m^2

e **Calculez**, en m^2, l'aire totale de ce cylindre : $125{,}65 + 100{,}53 = 226{,}18$ m^2

EXERCICE 7

Le jardin de Victor a une surface de 170 m^2. Au cours d'un orage, il tombe 32 mm de pluie.

a **Calculez**, en mètres cubes, puis en litres, le volume d'eau tombé sur le jardin.

$170 \times 0{,}032 = 5{,}44$ m^3 $= 5\,440$ L

b **Calculez** le nombre de litres par mètre carré (L/m^2) tombés pendant l'orage.

$5\,440 \div 170 = 32$ L/m^2

Voir Méthode 9 page 191 pour convertir les m^3 en litres.

Je vais plus loin

EXERCICE 8

Situation

M. Dupont et Mme Dubois sont tous les deux jardiniers amateurs. Dans leur potager, ils ont des serres en plastique pour que leurs légumes poussent plus rapidement.

Les serres de M. Dupont
M. Dupont a installé dix petites serres de forme parallélépipédique et ouvertes aux deux extrémités.
Les dimensions d'une serre sont les suivantes :
longueur 2,40 m, largeur 60 cm, hauteur 55 cm.

La serre de Mme Dubois
Mme Dubois possède une grande serre de forme demi-cylindrique. Elle est fermée aux deux extrémités.
Ses dimensions sont les suivantes :
longueur 4 m, largeur 3,50 m, hauteur 1,75 m.

Problématique

M. Dupont pense avoir une surface de terrain sous serre plus grande que celle de Mme Dubois, pour un volume d'air moins important. Mme Dubois estime que sa serre utilise moins de plastique que les 10 serres de M. Dupont. Qui a tort ? Qui a raison ?

1 • Comparaison des deux surfaces de terrain sous serre et des deux volumes d'air

1 a *Analyser / Réaliser* **Mettez en œuvre** une méthode pour comparer les deux surfaces de terrain sous serre de M. Dupont et de Mme Dubois.

Aire sous serres de M. Dupont : $10 \times 2{,}4 \times 0{,}6 = 14{,}4$ m²

Aire sous serre de Mme Dubois : $4 \times 3{,}5 = 14$ m²

1 b *Analyser / Réaliser* **Mettez en œuvre** une méthode pour comparer les deux volumes d'air sous serre.

Volume des serres de M. Dupont : $10 \times 2{,}4 \times 0{,}6 \times 0{,}55 = 7{,}92$ m³

Volume de la serre de Mme Dubois : $\frac{1}{2} \times \pi \times 1{,}75^2 \times 4 \approx 19{,}24$ m³

1 c *Valider / Communiquer* L'affirmation de M. Dupont est-elle exacte ? **Justifiez.**

L'affirmation de M. Dupont est exacte car $14{,}4$ m² $>$ 14 m² et $7{,}92$ m³ $<$ $19{,}24$ m³.

2 • Comparaison des surfaces de plastique

2 a Réaliser **Calculez**, en m², l'aire de plastique nécessaire à la construction des 10 serres de M. Dupont.

$10 \times (2,4 \times 0,55 \times 2 + 2,4 \times 0,6) = 10 \times 4,08 = 40,8$ m².

2 b Réaliser **Calculez**, en m², l'aire de plastique nécessaire à la construction de la serre de Mme Dubois.

$\frac{1}{2} \times 2\pi \times 1,75 \times 4 + \pi \times 1,75^2 \approx 31,61$ m²

2 c Valider Communiquer L'affirmation de Mme Dubois est-elle exacte ? **Justifiez.**

$31,61$ m² $< 40,8$ m². Donc l'affirmation de Mme Dubois est exacte.

3 • Réponse

Communiquer **Répondez** à la problématique.

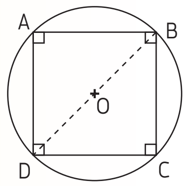
M. Dupont et Mme Dubois ont raison tous les deux.

EXERCICE 9

Situation

La base au sol de la tour Eiffel est un carré ABCD de côté 125 m. Sa hauteur, sans antenne, est environ 315 m.

G. Eiffel affirmait que la masse totale de la tour était inférieure à la masse d'air contenu dans un cylindre qui enfermerait complètement la tour. La masse de 1 m³ d'air est 1,3 kg.



Problématique : **Sachant que la masse de la tour Eiffel est estimée à 10 000 tonnes, Gustave Eiffel avait-il raison ?**

Dans le triangle rectangle BCD, on a $BD^2 = BC^2 + CD^2$.

a Réaliser **Calculez**, en mètres, à l'aide du théorème de Pythagore, la longueur BD. Arrondissez à l'unité.

$BD^2 = 125^2 \times 2 = 31\,250$

$BD = \sqrt{31\,250} \approx 177$ m

b Réaliser **Calculez**, en mètres, la longueur OB.

$OB = 177 \div 2 = 88,5$ m

c Réaliser **Calculez** le volume, en m³, du cylindre de rayon OB et de hauteur 315 m. **Arrondissez** à l'unité.

$V = \pi \times 88,5^2 \times 315 \approx 7\,750\,808$ m³

d Réaliser **Calculez**, en kilogrammes, puis en tonnes, la masse d'air contenu dans ce cylindre.

$1,3 \times 7\,750\,808 = 10\,076\,050,40$ kg $\approx 10\,076$ tonnes

e Valider Communiquer **Répondez** à la problématique. **Justifiez.**

$10\,000$ t $< 10\,076$ t. Donc Gustave Eiffel avait raison.

Je m'évalue

Nom : ....

Prénom : ....

Date : .... Classe : ....

Situation

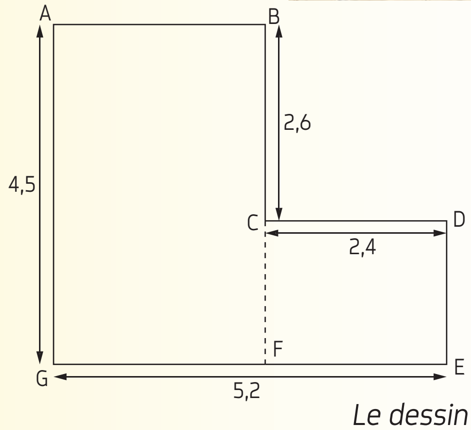
Afin de recycler l'air de sa cuisine, Mme Becfin fait installer une hotte aspirante.

Pour être aux normes, la hotte aspirante doit renouveler au moins 12 fois le volume d'air de la pièce en une heure.

D'autre part, Mme Becfin ne veut pas dépenser plus de 200 € pour cet achat et souhaite un niveau sonore inférieur à 65 décibels.

Plan de la cuisine (les cotes sont en mètres)

La hauteur sous plafond est 2,5 m.



Le dessin n'est pas à l'échelle.

Caractéristiques de cinq modèles de hotte aspirante

Modèle	A	B	C	D	E
Débit d'air (en m^3 par minute)	7	10	13	11	10
Niveau sonore (en décibels)	58	68	64	62	68
Prix (en €)	99	169	329	199	159

Problématique : Quel(s) modèle(s) de hotte aspirante Mme Becfin peut-elle choisir ?

1 • Calcul du volume de la cuisine

1 a Analyser **Proposez** une méthode pour calculer l'aire au sol de la cuisine. Aucun calcul n'est demandé.

On découpe la surface au sol de la cuisine en deux rectangles, par exemple ABFG et CDEF.

On calcule l'aire de ces deux rectangles, puis on additionne les résultats obtenus.

Communiquer **Appelez** le professeur pour lui présenter votre démarche.

Je m'évalue

1 b Réaliser **Calculez** l'aire de la cuisine en mettant en œuvre la démarche validée par le professeur. **Détaillez** les différentes étapes.

AB = 5,2 – 2,4 = 2,8 m ; DE = 4,5 – 2,6 = 1,9 m

Aire rectangle ABFG = $2,8 \times 4,5 = 12,6$ m^2 ; aire rectangle CDEF = $2,4 \times 1,9 = 4,56$ m^2

Aire cuisine = 12,6 + 4,56 = 17,16 m^2

1 c Réaliser Valider **Montrez** que le volume de la cuisine est 42,9 m^3.

$17,16 \times 2,5 = 42,9$ m^3

2 • Choix de la hotte aspirante

2 a Réaliser **Calculez**, en m^3, le volume minimum d'air à renouveler en 1 heure.

$42,9 \times 12 = 514,8$ m^3

2 b Réaliser **Calculez** le débit minimum nécessaire pour la hotte, en m^3 par minute.

$514,8 \div 60 = 8,58$ m^3/min

2 c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique. **Justifiez** votre réponse.

$7 < 8,58$. Donc le modèle A est à éliminer.

Le modèle C est trop cher. Les modèles B et E sont trop bruyants.

Seul le modèle D remplit toutes les conditions.

Grille d'autoévaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition ✔ (rouge)	✔ (orange)	✔ (vert)
S'approprier					
Analyser Raisonner	• **Je propose** une méthode pour calculer l'aire de la cuisine.	1 a			
Réaliser	• **Je calcule** l'aire de la cuisine. • **Je calcule** le volume de la cuisine. • **J'effectue** le calcul demandé. • **J'effectue** le calcul demandé.	1 b 1 c 2 a 2 b			
Valider	• **Je compare** ma réponse à la valeur donnée dans l'énoncé. • **Je compare** le tableau des caractéristiques avec les contraintes de Mme Becfin.	1 c 2 c			
Communiquer	• **J'explique** ma démarche au professeur. • **Je réponds** clairement à la question posée.	A 2 c			

Propriété de Pythagore et sa réciproque

36

CAPACITÉS
- → Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle.
- → Identifier un triangle rectangle.

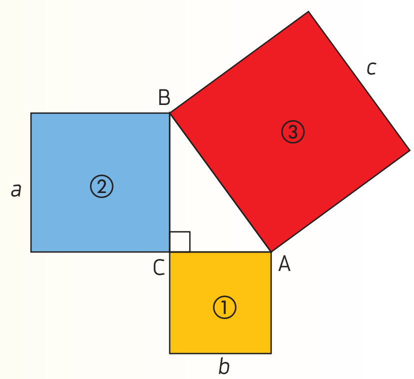
ACTIVITÉ 1 Découvrir la propriété de Pythagore

Situation

Alix doit reproduire une figure similaire à celle ci-contre. Elle dispose de six carrés dont les côtés mesurent 12 cm, 16 cm, 18 cm, 20 cm, 22 cm et 28 cm.

Elle a déjà choisi deux carrés : carré ① : $b = 12$ cm ; carré ② : $a = 16$ cm.

Alix sait que si le triangle ABC est rectangle en C, alors l'aire du plus grand carré est égale à la somme des aires des deux autres carrés.



Problématique

Parmi les carrés restants, lequel doit-elle choisir pour obtenir une configuration où le triangle ABC est rectangle ?

a *S'approprier* **Nommez** l'hypoténuse du triangle ABC : [AB]

b *S'approprier* **Complétez** : AB = c ; AC = b ; BC = a

c *Raisonner* **Choisissez** parmi les formules suivantes celle qui traduit l'égalité des aires.

❒ $a^2 = c^2 + b^2$ ❒ $a^2 + c^2 = b^2$ ☒ $a^2 + b^2 = c^2$

Dans un triangle rectangle, le côté le plus long se nomme **hypoténuse**.

d *S'approprier* **Transformez** l'égalité précédente en utilisant les longueurs AB, AC et BC.

$BC^2 + AC^2 = AB^2$

e *Réaliser* **Calculez** les aires des carrés ① et ② :

Carré ① : $12 \times 12 = 144$ cm² Carré ② : $16 \times 16 = 256$ cm²

f *Réaliser* **Déduisez**-en l'aire du carré ③ : $144 + 256 = 400$ cm²

g *Réaliser* **Calculez** la longueur du côté du carré ③ : $c = \sqrt{\text{aire du carré}} = \sqrt{400} = 20$ cm

Voir Méthode 3 page 185.

h *Valider* **Cochez** la bonne réponse.

La longueur du côté du carré ③ sera : ❒ 18 cm ☒ 20 cm ❒ 22 cm ❒ 28 cm.

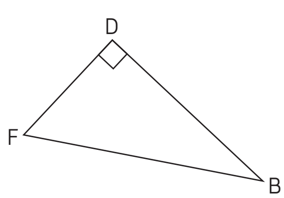
i *Communiquer* **Répondez** à la problématique. Alix doit choisir le carré dont le côté mesure 20 cm.

Je fais le point

Propriété de Pythagore

- Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

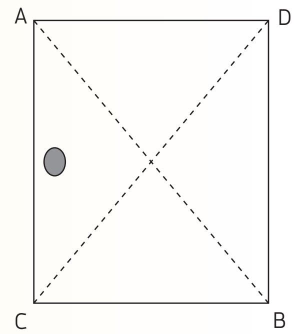
Exemple : Le triangle BDF est rectangle en D. L'hypoténuse est [BF].
La relation de Pythagore s'écrit : $BF^2 = BD^2 + DF^2$.



ACTIVITÉ 2 Vérifier si un triangle est rectangle ou non

Situation

Max prépare un CAP Menuisier, il apprend à débiter des panneaux de bois pour fabriquer des portes de placard.
Son professeur lui a donné une astuce pour vérifier si les portes sont bien de forme rectangulaire : il faut mesurer les diagonales et vérifier si la relation de Pythagore est vraie pour les triangles ACB et ABD.
Max a réalisé deux portes rectangulaires de dimensions :
Porte 1 : AC = BD = 45 cm ; BC = AD = 14 cm ;
Porte 2 : AC = BD = 92 cm ; BC = AD = 69 cm.
Il a ensuite mesuré les diagonales de chaque porte.
Pour la porte 1, la diagonale [AB] mesure 47 cm et pour la porte 2, les deux diagonales [AB] et [DC] mesurent 115 cm.



Problématique

Les portes de placard découpées par Max sont-elles bien de forme rectangulaire ?

a S'approprier / Raisonner

Expliquez comment, à partir de la mesure des côtés et des diagonales, on peut savoir si une porte est rectangulaire ou non.

Il faut vérifier si les triangles formés par les diagonales et les côtés de la porte sont bien des triangles rectangles.
Par exemple, si $AB^2 = AC^2 + BC^2$, alors la propriété de Pythagore est vraie, le triangle ABC est rectangle en C.

b Réaliser

Pour les portes 1 et 2, **calculez** $AC^2 + BC^2$, puis AB^2.

	Porte 1	Porte 2
$AC^2 + BC^2$	$45^2 + 14^2 = 2\,221$	$92^2 + 69^2 = 13\,225$
AB^2	$47^2 = 2\,209$	$115^2 = 13\,225$

c Valider / Communiquer

Répondez à la problématique en justifiant la réponse.

La porte 1 n'est pas de forme rectangulaire puisque le triangle ABC n'est pas rectangle, la propriété de Pythagore n'étant pas vérifiée. Pour la porte 2, la propriété de Pythagore étant vérifiée, les triangles ABC et ABD sont des triangles rectangles. La porte 2 est rectangulaire.

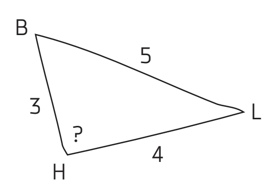
Je fais le point

Réciproque de la propriété de Pythagore

- Si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Exemple

Le triangle BHL est tel que BH = 3 cm, HL = 4 cm et BL = 5 cm. Est-il rectangle ?
Le plus grand côté est [BL].
$BL^2 = 5^2 = 25$; $BH^2 + HL^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.
Donc $BL^2 = BH^2 + HL^2$. La relation de Pythagore est vérifiée.
On en conclut que le triangle BHL est rectangle en H.



Propriété de Thalès relative au triangle

37

CAPACITÉ

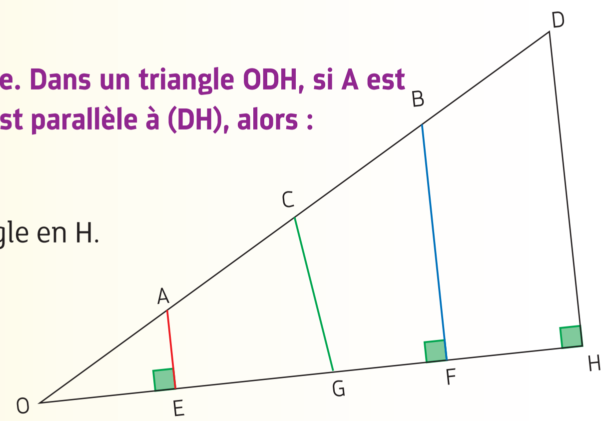
→ Calculer la longueur d'un segment en utilisant la propriété de Thalès.

ACTIVITÉ 1 Vérifier la condition d'application de la propriété de Thalès

Situation

La propriété de Thalès peut s'énoncer de la façon suivante. Dans un triangle ODH, si A est un point du côté [OD], E un point du côté [OH], et si (AE) est parallèle à (DH), alors :
$\frac{OA}{OD} = \frac{OE}{OH} = \frac{AE}{DH}$.

Dans la configuration étudiée, le triangle ODH est rectangle en H.



Problématique

Une des deux droites (BF) et (CG) permet-elle d'obtenir une configuration où la propriété de Thalès peut être énoncée ?

a *S'approprier* Ouvrez le fichier **13_thalès1.ggb**, **comparez** la direction des droites (AE), (BF) et (CG) avec celle de la droite (DH). **Justifiez** la réponse.

Les droites (AE), (BF) et (DH) étant perpendiculaires à la droite (OH), elles sont parallèles entre elles. La droite (CG) n'est pas parallèle à (DH).

Voir chapitre 8.

b *Valider* **Dites** si, pour la droite (AE), l'énoncé de la propriété de Thalès est vrai.

L'énoncé de la propriété de Thalès est vrai puisque (AE) // (DH) et $\frac{OA}{OD} = \frac{OE}{OH} = \frac{AE}{DH}$.

c *Réaliser* **Relevez** les longueurs et la valeur des rapports arrondie au centième.

Droite (CG) : $\frac{OC}{OD} = \frac{6{,}14}{12{,}68} = 0{,}48$ $\qquad \frac{OG}{OH} = \frac{5{,}76}{10{,}64} = 0{,}54$ $\qquad \frac{CG}{DH} = \frac{3{,}39}{6{,}9} = 0{,}49$

Droite (BF) : $\frac{OB}{OD} = \frac{9{,}73}{12{,}68} = 0{,}77$ $\qquad \frac{OF}{OH} = \frac{8{,}17}{10{,}64} = 0{,}77$ $\qquad \frac{BF}{DH} = \frac{5{,}29}{6{,}9} = 0{,}77$

d *Communiquer* **Répondez** à la problématique. **Justifiez**.

Seule la droite (BF) permet d'obtenir une configuration où la propriété de Thalès peut être utilisée puisque cette droite coupe le triangle ODH parallèlement à (DH). On a donc $\frac{OB}{OD} = \frac{OF}{OH} = \frac{BF}{DH}$

e *Valider* **Vérifiez**, à l'aide du fichier **13_thalès2.ggb,** que votre réponse est vraie quelle que soit la forme du triangle ODH.

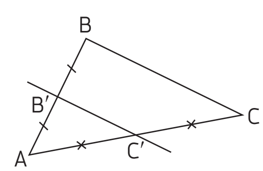
Je fais le point

Propriété de Thalès

- Soit un triangle ABC, B' un point du côté [AB] et C' le point du côté [AC] tel que la droite (B'C') soit parallèle à (BC). Alors $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$.

Exemple : Dans le triangle ABC, B' est le milieu de [AB] et (B'C') est parallèle à (BC).

Alors $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{2}$.

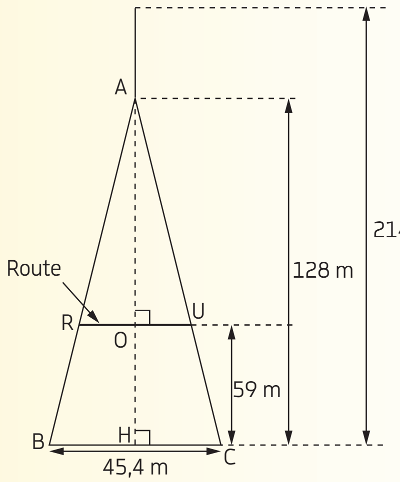


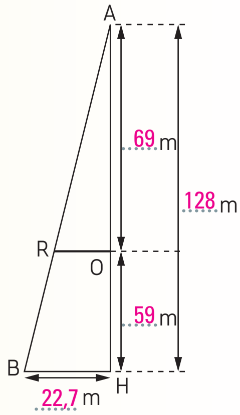
ACTIVITÉ 2 Calculer une longueur à l'aide de la propriété de Thalès

Situation

Le pont de Normandie est un pont à haubans enjambant l'estuaire de la Seine reliant Le Havre à Honfleur.

Les pylônes soutenant le pont ont une hauteur de 214 m et une largeur de 45,4 m à leur base. La route surplombe la Seine au niveau des pylônes à une hauteur de 59 m. Un pylône peut être schématisé comme ci-contre, H étant le milieu de la base [BC] et O le milieu de [RU].





Problématique : **Quelle est la largeur RU du tablier (route) ?**

a *S'approprier* **Expliquez** pourquoi il est possible d'appliquer la relation de Thalès dans la configuration du triangle ABH.

Il est possible d'écrire la propriété de Thalès dans le triangle ABH car O est un point du côté [AH], R un point du côté [AB] et (RO) est parallèle à (BH).

Voir chapitre 2.

b *S'approprier* **Reportez** les valeurs de OH et AH sur la figure de droite.

c *Réaliser* **Calculez** les longueurs BH et AO, puis **reportez**-les sur la figure.

BH = 45,4 ÷ 2 = 22,7 m ; AO = 128 – 59 = 69 m

d *S'approprier* **Appliquez** la propriété de Thalès dans le triangle ABH pour compléter l'égalité ① avec des lettres et l'égalité ② avec les valeurs connues correspondantes.

① $\frac{AO}{AH} = \frac{RO}{BH}$ ② $\frac{69}{128} = \frac{RO}{22,7}$

e *Réaliser* **Calculez** la longueur RO en utilisant l'égalité des produits en croix. **Arrondissez** au dixième.

$128 \times RO = 69 \times 22,7$ RO = 12,2 m

f *Communiquer* **Répondez** à la problématique en justifiant.

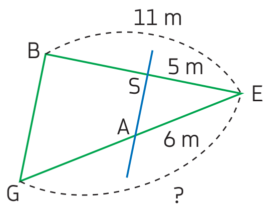
$RU = 12,2 \times 2 = 24,4$ m. La largeur du tablier est 24,4 m.

Je fais le point

- Pour calculer la longueur d'un segment à l'aide de la propriété de Thalès, il faut suivre les étapes suivantes :
  – écrire la propriété de Thalès dans le triangle considéré ;
  – remplacer par les longueurs connues ;
  – garder l'égalité où trois longueurs sur quatre sont connues ;
  – déterminer la longueur inconnue à l'aide de l'égalité des produits en croix.

Exemple : Soit le triangle BEG. La droite (SA) est parallèle à la droite (BG).

Calculer EG.



– On écrit la propriété de Thalès dans le triangle BEG : $\frac{ES}{EB} = \frac{EA}{EG} = \frac{SA}{BG}$.

– On garde l'égalité $\frac{5}{11} = \frac{6}{EG}$.

– On a donc $5 \times EG = 11 \times 6$. D'où $EG = \frac{11 \times 6}{5}$;

EG = 13,2 m.

Agrandir et réduire une figure

>J'utilise un logiciel

38

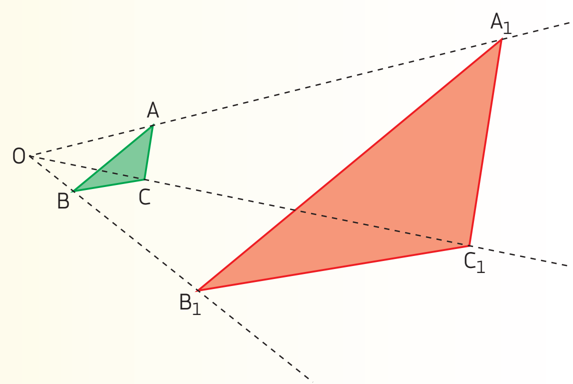
ACTIVITÉ Agrandir et réduire un triangle

Situation

On considère un triangle ABC pour lequel des expériences d'agrandissement et de réduction vont être menées.

Problématique

Quel est l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport *k* sur l'aire d'un triangle ABC ?

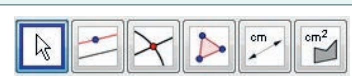


Ouvrez le fichier 13_thales3.ggb.

Pour construire un agrandissement $A_1B_1C_1$ du triangle ABC de rapport 4, on peut utiliser un point O extérieur au triangle. Sur la figure ci-dessus, on a placé sur la demi-droite [OA) le point A_1 tel que $OA_1 = 4OA$.

1 • Construction d'un agrandissement du triangle ABC

Outils GeoGebra utilisés



1 a Réaliser **Construisez** le point C_1, point d'intersection de la parallèle à (AC) passant par A_1 et de la demi-droite [OC). Pour cela :

- Sélectionnez l'outil *Droites parallèles*.
- Cliquez successivement sur le point A_1 et sur [AC].
- Sélectionnez l'outil *Intersection entre deux objets*.
- Cliquez successivement sur la parallèle tracée précédemment et sur la demi-droite [OC).
- Faites un clic droit sur le point obtenu et renommez-le C_1.

Pour clarifier la figure, n'affichez pas les parallèles tracées˜: clic droit sur l'objet, puis désélectionnez Afficher l'objet.

1 b Réaliser **Construisez** le point B_1, point d'intersection de la parallèle à (BC) passant par C_1 et de la demi-droite [OB) en utilisant les mêmes outils qu'au **a**.

- Tracez la parallèle à (CB) passant par C_1.
- Créez le point d'intersection de cette parallèle avec [OB).
- Nommez-le B_1.

1 c Réaliser **Construisez** le triangle $A_1B_1C_1$. Pour cela :

- Sélectionnez l'outil *Polygone*.
- Cliquez successivement sur les points A_1, B_1, C_1, puis à nouveau sur le point A_1.

2 • Effet d'un agrandissement sur les longueurs des côtés

2a *Réaliser* **Relevez** les longueurs des côtés du triangle ABC :
$AB = $ 4,62 ; $BC = $ 2,86 ; $AC = $ 2,79

2b *Réaliser* **Mesurez** les longueurs des côtés du triangle $A_1B_1C_1$. Pour cela :
- Sélectionnez l'outil *Distance*.
- Cliquez successivement sur $[A_1B_1]$, $[B_1C_1]$, $[A_1C_1]$. Notez les résultats.

$A_1B_1 = $ 18,48 ˜; $B_1C_1 = $ 11,43 ˜; $A_1C_1 = $ 11,16 .

2c *Valider* Parmi les égalités suivantes, **cochez** celle qui semble correcte d'après les valeurs approchées des longueurs données par le logiciel.

☒ $A_1B_1 = 4 \times AB$ ❒ $A_1B_1 = 10 \times AB$ ❒ $A_1B_1 = 16 \times AB$

2d *Valider* **Écrivez** de même :
– une relation entre B_1C_1 et BC : $B_1C_1 = 4 \times BC$;
– une relation entre A_1C_1 et AC : $A_1C_1 = 4 \times AC$.

2e *Valider* **Vérifiez** que le résultat est le même si on déplace les points A, B ou C avec la souris et **écrivez** une phrase expliquant l'effet de l'agrandissement sur les longueurs des côtés.

Lors d'un agrandissement de rapport 4, les longueurs des côtés sont multipliées par 4.

3 • Effet d'un agrandissement sur l'aire d'un triangle

3a *Réaliser* **Mesurez** les aires des triangles ABC et $A_1B_1C_1$. Pour cela :
- Sélectionnez l'outil *Aire*.
- Cliquez dans le triangle ABC. Notez le résultat˜: aire ABC = 3,75 .
- Cliquez dans le triangle $A_1B_1C_1$. Notez le résultat˜: aire $A_1B_1C_1 = $ 60,06 .

3b *Valider* Parmi les égalités suivantes, **cochez** celle qui semble correcte d'après les valeurs approchées des aires fournies par le logiciel.

❒ aire $A_1B_1C_1 = 4 \times$ aire ABC
❒ aire $A_1B_1C_1 = 10 \times$ aire ABC
☒ aire $A_1B_1C_1 = 16 \times$ aire ABC

3c *Valider* **Cliquez** dans la case marquée *k*. Un curseur apparaît. Il donne la valeur du rapport d'agrandissement ou de réduction entre les deux triangles.
- **Choisissez** $k = 3$.

Complétez : aire ABC = 3,75 ; aire $A_1B_1C_1 = $ 33,78 . aire $A_1B_1C_1 = $ 9 $\times$ aire ABC
- **Choisissez** $k = 0{,}5$.

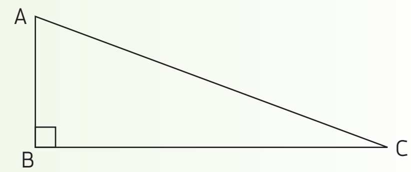
Complétez : aire ABC = 3,75 ; aire $A_1B_1C_1 = $ 0,94 . aire $A_1B_1C_1 = $ 0,25 $\times$ aire ABC

4 • Exploitation des résultats

Valider **Répondez** à la problématique en complétant la phrase.
Si toutes les dimensions d'une figure sont multipliées par le même nombre *k*, alors son aire est multipliée par k^2 .

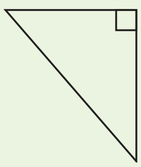
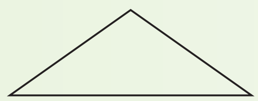
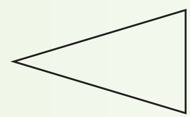
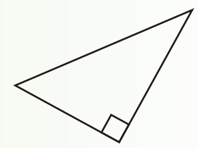
Je m'entraîne

Cochez la ou les réponses exactes.

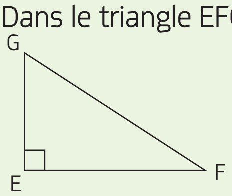


a L'hypoténuse du triangle ABC est ☐ [AB] ☒ [AC] ☐ [BC].

b Il est possible d'appliquer la propriété de Pythagore dans les triangles :

☒  ☐  ☐  ☒ 

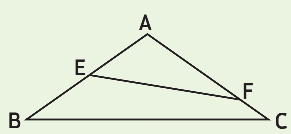
c Dans le triangle EFG rectangle en E, la propriété de Pythagore s'écrit :

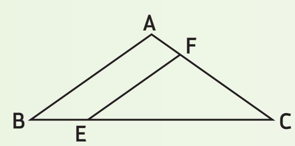


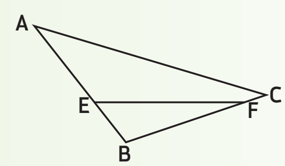
☐ $GF = EF + EG$ ☐ $GE^2 = EF^2 + GF^2$

☒ $GF^2 = EF^2 + EG^2$ ☐ $GF^2 = EF^2 - EG^2$

d La propriété de Thalès peut être appliquée dans la configuration :

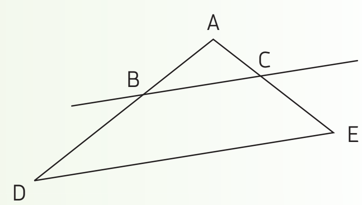
☐ 

☒ 

☐ 

e Dans le triangle ADE, la droite (BC) est parallèle à la droite (DE).
Alors on a l'égalité :

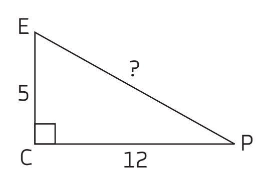
☐ $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{CE}$ ☒ $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$ ☐ $\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{DE}$



▶▶▶ Propriété de Pythagore et sa réciproque

EXERCICE 1

Le triangle CEP est rectangle en C. Il est tel que CE = 5 cm et CP = 12 cm.



a **Écrivez** la relation de Pythagore dans le triangle CEP.

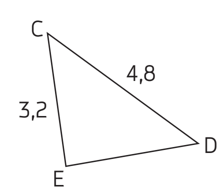
$EP^2 = CE^2 + CP^2$

b **Calculez** EP.

$EP^2 = 169$ $EP = 13$ cm

EXERCICE 2

Un triangle CDE est isocèle en E. On donne EC = 3,2 m et CD = 4,8 cm.



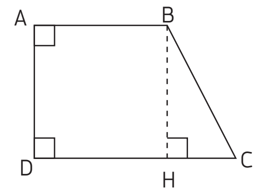
Le triangle CDE est-il rectangle en E ? **Justifiez** par un calcul.

$CD^2 = 4,8^2 = 23,04$; $CE^2 + ED^2 = 2 \times 3,2^2 = 20,48$. Donc $CD^2 \neq CE^2 + ED^2$.

Le triangle CDE n'est pas rectangle.

EXERCICE 3

M. Lebon possède un terrain ABCD dont la forme est un trapèze rectangle comme le montre le schéma ci-contre. On donne : AB = 15 m ; AD = 20 m ; DC = 25 m.



a **Calculez** BC. **Arrondissez** au dixième de mètre.

D'après la propriété de Pythagore : $BC^2 = CH^2 + BH^2$; $BC^2 = 20^2 + 10^2 = 500$;

$BC = \sqrt{500} \approx 22{,}4$ m

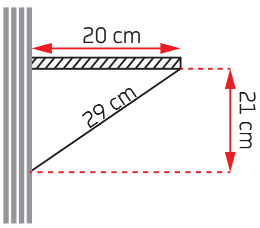
b M. Lebon aura-t-il assez de 90 mètres de grillage pour clôturer son terrain ? **Justifiez** la réponse.

Périmètre du terrain : $15 + 22{,}4 + 25 + 20 = 82{,}4$ m

M. Lebon dispose d'une longueur de grillage suffisante pour clôturer son terrain.

EXERCICE 4

Max a posé une étagère de 20 cm de profondeur sur un mur parfaitement vertical. Il a vérifié ses mesures et établi le schéma ci-contre.



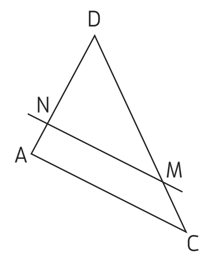
Son étagère est-elle parfaitement horizontale ?

$20^2 + 21^2 = 841$; $29^2 = 841$. D'après la réciproque de la propriété de Pythagore, l'étagère forme un angle droit avec le mur vertical, elle est donc parfaitement horizontale.

▶▶▶ Propriété de Thalès

EXERCICE 5

Soit le triangle ADC. La droite (MN) est parallèle à la droite (AC).
On donne DN = 12 cm, DC = 35 cm et DA = 28 cm.

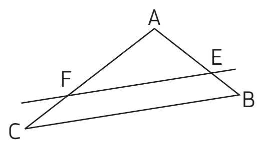


Calculez DM.

D'après la propriété de Thalès, $\frac{DN}{DA} = \frac{DM}{DC}$. D'où $\frac{12}{28} = \frac{DM}{35}$. DM = 15 cm

EXERCICE 6

Dans le triangle ABC, la droite (EF) est parallèle à la droite (BC).
On donne : AB = 5 cm ; AC = 8 cm ; AE = 3 cm.



Calculez AF.

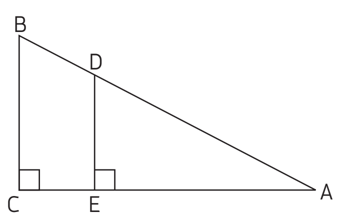
D'après la propriété de Thalès, $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$. D'où $\frac{3}{5} = \frac{AF}{8}$. AF = 4,8 cm

EXERCICE 7

On donne la figure suivante avec AC = 276 cm ; BC = 207 cm ; AE = 184 cm.

a **Justifiez** que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

(DE) ⊥ (AC) ; (BC) ⊥ (AC). Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles. Donc (DE) // (BC).



b **Calculez** AB, DE et AD.

$AB^2 = BC^2 + AC^2$. Donc $AB = \sqrt{207^2 + 276^2} = 345$ cm.

$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$. D'où $DE = 184 \times 207 \div 276 = 138$ cm.

$AD^2 = DE^2 + AE^2$. Donc $AD = \sqrt{184^2 + 138^2} = 230$ cm.

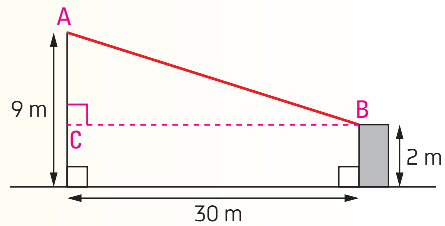
Je vais plus loin

EXERCICE 8

Situation

Des techniciens doivent installer un câble électrique entre le sommet d'un pylône s'élevant à 9 m et le haut d'un transformateur de 2 m de hauteur.

En raison de contraintes techniques, ils doivent prévoir 2 % de longueur de câble en plus de la distance entre les deux points à relier.



Problématique : Quelle longueur de câble les techniciens doivent-ils prévoir pour cette installation ?

a *S'approprier* *Analyser* **Proposez** une méthode pour répondre à la problématique.

On trace un triangle ABC rectangle en C, on détermine la longueur AC, puis à l'aide de la propriété de Pythagore, on calcule la distance AB. On augmente la longueur trouvée de 2 % pour obtenir la longueur du câble.

b *Réaliser* *Communiquer* **Mettez en œuvre** la méthode en donnant le détail des calculs effectués. **Arrondissez** les résultats au dixième.

On écrit la propriété de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en C : $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AB = \sqrt{7^2 + 30^2} \approx 30{,}8$ m

$30{,}8 + 30{,}8 \times \dfrac{2}{100} = 31{,}4$ m

c *Communiquer* **Répondez** à la problématique.

Les techniciens doivent prévoir une longueur de câble de 31,4 m.

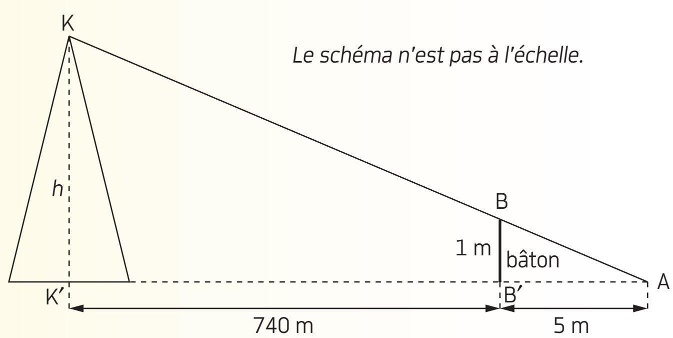
EXERCICE 9

Situation

Thalès (environ 600 ans avant J.-C.) mesura la hauteur *h* de la pyramide de Khéops en Égypte en utilisant l'ombre de la pyramide et celle d'un bâton vertical de 1 m de haut.

L'expérience est schématisée ci-contre.

Avec l'érosion, la hauteur de la Pyramide s'est réduite et est actuellement (début XXI^e siècle) de 137 m.



Problématique : De combien de mètres la pyramide de Khéops s'est-elle affaissée depuis que Thalès en a fait la mesure ?

a *S'approprier* *Réaliser* **Calculez** la hauteur *h* de la pyramide à l'époque de Thalès.

Les droites (KK') et (BB') étant verticales, elles sont parallèles, on peut donc écrire la propriété de Thalès relative au triangle AKK' : $\dfrac{AB'}{AK'} = \dfrac{BB'}{KK'}$, soit $\dfrac{5}{745} = \dfrac{1}{KK'}$.

$5 \times KK' = 1 \times 745$. D'où $KK' = 149$ m.

b Communiquer **Répondez** à la problématique en justifiant.

149 – 137 = 12 m

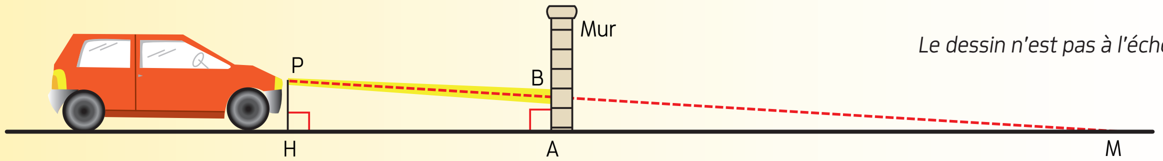
La pyramide de Khéops s'est déjà affaissée de 12 m depuis l'époque de Thalès.

EXERCICE 10

Situation

Pour régler les feux de croisement d'une automobile, on la place à 3 m d'un mur. Sur le croquis suivant, P désigne un phare du véhicule. Il est à 0,6 m du sol.

En l'absence de mur, le rayon lumineux émis par le phare atteindrait le sol en un point M. Il rencontre le mur en B. On considère que les points P, B et M sont alignés. La distance HM est la portée du feu de croisement.



Le dessin n'est pas à l'échelle.

Pour respecter les consignes de sécurité, la portée doit être, à la fois :
– supérieure à 30 mètres, afin d'éclairer suffisamment loin ;
– inférieure à 45 mètres, pour ne pas éblouir les autres automobilistes.

Problématique : **Benjamin qui a suivi cette méthode avec sa voiture trouve le point B à une hauteur de 57 cm. Ses feux de croisement sont-ils bien réglés ?**

a S'approprier **Complétez** en utilisant les données de l'énoncé.

PH = 0,6 m HA = 3 m 30 m < HM < 45 m

b S'approprier **Comparez** la direction des droites (AB) et (HP). **Justifiez** la réponse.

Les droites (AB) et (HP) sont toutes deux perpendiculaires à la route supposée horizontale, elles sont donc toutes deux verticales et par conséquent parallèles.

c Analyser Communiquer **Proposez** une méthode qui permettrait de calculer la longueur AB dans l'hypothèse où la portée HM est connue.

La configuration du triangle MHP coupé par la droite (AB) parallèlement à (HP) permet d'appliquer la propriété de Thalès pour trouver la longueur AB.

d Réaliser Dans le cas où HM = 30 m, **calculez** AM, puis AB.

AM = 30 – 3 = 27 m

$\frac{AB}{HP} = \frac{AM}{HM}$. D'où $\frac{AB}{0,6} = \frac{27}{30}$; AB = 0,54 m.

e Réaliser Dans le cas où HM = 45 m, **calculez** AM, puis AB.

AM = 45 – 3 = 42 m

$\frac{AB}{HP} = \frac{AM}{HM}$. D'où $\frac{AB}{0,6} = \frac{42}{45}$; AB = 0,56 m.

f Valider Communiquer **Répondez** à la problématique en justifiant.

Les consignes de sécurité impliquent une position du point B comprise entre 0,54 m et 0,56 m. Benjamin ayant trouvé le point B à 57 cm du sol, ses feux de croisement sont mal réglés.

Je m'évalue

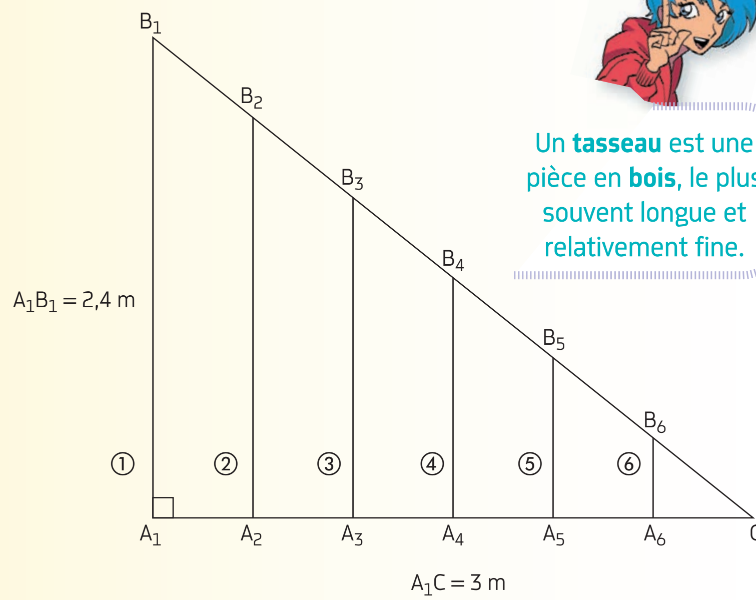
Nom : ....

Prénom : ....

Date : .... Classe : ....

Situation

Une entreprise est chargée de réaliser la charpente d'une extension de maison.



Un **tasseau** est une pièce en **bois**, le plus souvent longue et relativement fine.

Le plan de face de la charpente est donné. Les tasseaux ①, ②, ③, ④, ⑤ et ⑥ sont parallèles et tous espacés de 50 cm. Les poutres sont représentées par les segments $[A_1C]$ et $[B_1C]$.

On donne :

$A_1B_1 = 2,4$ m ; $A_1C = 3$ m ;

$A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = A_5A_6 = 0,5$ m.

Problématique

Quelle est la longueur totale, en mètres, de bois nécessaire (tasseaux et poutres) ?

a S'approprier / Analyser

Proposez une méthode permettant de calculer la longueur de la poutre B_1C.

Le triangle A_1B_1C étant rectangle en A_1, on peut utiliser la propriété de Pythagore pour calculer la longueur B_1C.

Communiquer — **Appelez** le professeur pour lui exposer votre méthode.

b Réaliser

Mettez en œuvre la méthode validée par le professeur. **Arrondissez** au dixième.

$B_1C^2 = A_1C^2 + A_1B_1^2$

$B_1C^2 = 3^2 + 2,4^2$

$B_1C = \sqrt{14,76} \approx 3,8$ m

c Valider / Communiquer

Expliquez pourquoi il est possible d'appliquer la propriété de Thalès pour calculer la longueur des différents tasseaux.

La configuration du triangle A_1B_1C coupé par les droites (A_2B_2), (A_3B_3), (A_4B_4), (A_5B_5) et (A_6B_6) parallèlement à (A_1B_1) permet d'appliquer la propriété de Thalès.

Je m'évalue

d *S'approprier* **Écrivez** la propriété de Thalès relative au triangle CA_1B_1 qui permet de calculer la longueur A_2B_2. Pour cela **complétez** la première égalité par des lettres puis **remplacez** les distances connues par leur valeur dans la deuxième :

1re égalité $\frac{CA_2}{CA_1} = \frac{A_2B_2}{A_1B_1}$ 2e égalité $\frac{2,5}{3} = \frac{A_2B_2}{2,4}$

e *Réaliser* **Utilisez** l'égalité des produits en croix pour calculer A_2B_2, la longueur du tasseau ②.

$3 \times A_2B_2 = 2,5 \times 2,4$

$A_2B_2 = 2$ m

f *Réaliser* *Valider* Sachant que la longueur $A_2B_2 = \frac{5}{6} \times A_1B_1$, **vérifiez** le résultat de la question précédente.

$A_2B_2 = 5 \div 6 \times 2,4 = 2$ m

Le résultat est le même que celui trouvé à la question e.

g *Réaliser* **Complétez** le tableau suivant.

	①	②	③	④	⑤	⑥	B_1C	A_1C
Longueur en m	2,4	2	1,6	1,2	0,8	0,4	3,8	3

h *Communiquer* **Répondez** à la problématique en justifiant.

$2,4 + 2 + 1,6 + 1,2 + 0,8 + 0,4 + 3,8 + 3 = 15,2$ m

La longueur totale de bois nécessaire est 15,2 m.

Grille d'autoévaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✔	✔	✔
S'approprier	• **J'identifie** la nature du triangle A_1B_1C. • **J'identifie** les longueurs. • **Je reporte** les valeurs dans l'égalité.	a d			
Analyser Raisonner	• **Je propose** une méthode permettant de calculer B_1C.	a			
Réaliser	• **Je suis** la méthode et donne le détail des calculs. • **Je calcule** la longueur A_2B_2 avec l'égalité des produits en croix. • **Je calcule** la longueur A_2B_2 avec la relation proposée. • **Je complète** le tableau avec les différentes longueurs.	b e f g			
Valider	• **Je justifie** la configuration de Thalès. • **Je compare** les deux valeurs trouvées pour A_2B_2.	c f			
Communiquer	• **J'expose** la méthode avec clarté. • **J'expose** ma réponse en employant le vocabulaire adapté. • **Je réponds** clairement à la problématique.	c h			

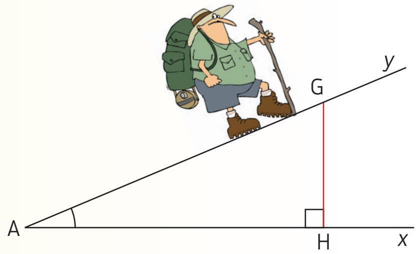
Rapports trigonométriques 39

CAPACITÉS
- Donner la valeur du cosinus, du sinus ou de la tangente d'un angle donné.
- Donner, à partir du cosinus, du sinus ou de la tangente d'un angle, une mesure de cet angle.

ACTIVITÉ 1 Définir le sinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle

Situation

Guido effectue une randonnée sur une route qui monte régulièrement.
Il est parti du point A. Sa position est donnée par la lettre G.
Le triangle AGH est rectangle en H.
AG est la distance parcourue par Guido ; GH est la différence d'altitude entre les points A et G.



Problématique

Le rapport $\frac{GH}{GA}$ dépend-il de la distance parcourue par Guido sur la route ?

Ouvrez le fichier **14_rapports_trigonométriques.ggb.**

a *S'approprier* *Réaliser*
Déplacez le point G sur la demi-droite [Ax) avec la souris. **Complétez** le tableau ci-dessous pour 4 positions du point G.

	①	②	③	④
GH (en mètres)	294	333	371	163
AG (en mètres)	1 604	1 818	2 023	889
$\frac{\textbf{GH}}{\textbf{AG}}$ (arrondi au millième)	0,183	0,183	0,183	0,183

Le rapport $\frac{GH}{AG}$ est le **sinus** de l'angle $\widehat{A}$, noté sin $\widehat{A}$.

b *Valider* *Communiquer*
Répondez à la problématique.
Le rapport $\frac{GH}{AG}$ est constant : il ne dépend pas de AG.

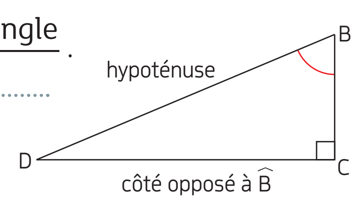
Le sinus de l'angle $\widehat{A}$ est égal à 0,183. Il permet de déterminer la mesure de l'angle $\widehat{A}$ en tapant la suite de touches suivantes sur la calculatrice : 2nde SIN 0 . 1 8 3 EXE.

c *Réaliser*
Donnez la mesure de l'angle $\widehat{A}$ arrondie au degré, après avoir vérifié que la calculatrice est en mode DEGRE :
$\widehat{A} \approx 11$ °.

Je fais le point

- **Sinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle** = $\frac{\text{côté opposé à cet angle}}{\text{hypoténuse}}$.

Exemple
Dans le triangle BCD rectangle en C, on a : sin $\widehat{B} = \frac{DC}{BD}$.



ACTIVITÉ 2 Définir le cosinus et la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle

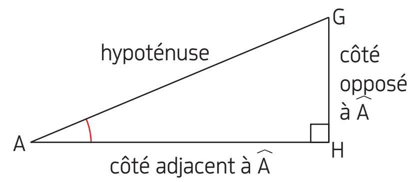
Situation

La situation est la même que celle de l'activité précédente.

Comme le rapport $\frac{GH}{AG}$, les rapports $\frac{AH}{AG}$ et $\frac{GH}{AH}$ permettent aussi la détermination de la mesure de l'angle $\widehat{A}$.

Problématique

Comment déterminer la mesure de l'angle $\widehat{A}$ par une autre méthode que celle de l'activité 1 ?



a *Réaliser*

Le rapport $\frac{AH}{AG}$ est le **cosinus de l'angle $\widehat{A}$**, noté cos $\widehat{A}$.

Le rapport $\frac{GH}{AH}$ est la **tangente de l'angle $\widehat{A}$**, noté tan $\widehat{A}$.

Complétez à l'aide de la figure ci-contre :

$\cos\widehat{A} = \frac{AH}{AG} = \frac{\text{côté adjacent à }\widehat{A}}{\text{hypoténuse}}$; $\tan\widehat{A} = \frac{GH}{AH} = \frac{\text{côté opposé à }\widehat{A}}{\text{côté adjacent à }\widehat{A}}$

Ouvrez le fichier 14_rapports_trigonométriques.ggb.

Cochez la case devant Activité 2. Vous pouvez déplacer le point G sur la demi-droite [Ax).

b *Réaliser*

Complétez en utilisant les valeurs données par le logiciel (valeurs arrondies au millième).

cos $\widehat{A}$ ≈ 0,983 ; tan $\widehat{A}$ ≈ 0,186

c *Réaliser*

Tapez sur la calculatrice : 2nde COS 0 . 9 8 3 EXE .

Notez le résultat arrondi à l'unité : $\widehat{A}$ ≈ 11 °.

d *Réaliser*

Tapez sur la calculatrice : 2nde TAN 0 . 1 8 6 EXE .

Notez le résultat arrondi à l'unité : $\widehat{A}$ ≈ 11 °.

Voir Méthode 16 page 198

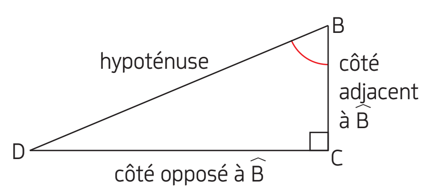
e *Communiquer*

Répondez à la problématique.

On peut déterminer la mesure de l'angle $\widehat{A}$ en utilisant soit le sinus, soit le cosinus, soit la tangente de l'angle $\widehat{A}$.

Je fais le point

- Dans un **triangle rectangle**, il existe des relations entre les côtés et les angles aigus de ce triangle que l'on nomme **rapports trigonométriques**.
- **sinus d'un angle** = $\frac{\text{côté opposé à cet angle}}{\text{hypoténuse}}$
- **cosinus d'un angle** = $\frac{\text{côté adjacent à cet angle}}{\text{hypoténuse}}$
- **tangente d'un angle** = $\frac{\text{côté opposé à cet angle}}{\text{côté adjacent à cet angle}}$



Exemple

Dans le triangle BCD rectangle en C, on a :

$\sin\widehat{B} = \frac{DC}{BD}$; $\cos\widehat{B} = \frac{BC}{BD}$; $\tan\widehat{B} = \frac{DC}{BC}$.

Calculs d'angles et de longueurs

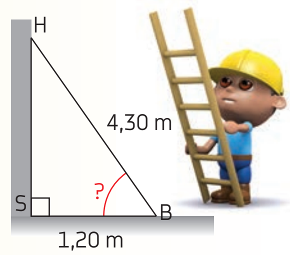
40

CAPACITÉS
- → Déterminer dans un triangle rectangle la mesure d'un angle.
- → Déterminer dans un triangle rectangle la longueur d'un côté.

ACTIVITÉ 1 Calculer la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle

Situation

Louis appuie son échelle de 4,30 mètres de long contre un mur. Le pied de l'échelle est distant de 1,20 mètre du pied du mur.
Le segment [HB] représente l'échelle.



Problématique

D'après la consigne de sécurité, l'angle entre le sol et l'échelle doit être compris entre 70° et 75°. Louis respecte-t-il cette consigne ?

a S'approprier — **Nommez** l'angle dont la mesure doit être comprise entre 70° et 75° : $\widehat{SBH}$

b S'approprier — **Cochez** la réponse exacte : le côté [SB] est le côté ☐ opposé ☒ adjacent à l'angle $\widehat{B}$.

c Analyser — **Donnez** le rapport trigonométrique de l'angle $\widehat{B}$ qui fait intervenir SB et la longueur HB de l'hypoténuse.
☐ $\sin \widehat{B}$ ☒ $\cos \widehat{B}$ ☐ $\tan \widehat{B}$

d Réaliser — **Calculez** ce rapport. **Arrondissez** au millième.

$$\cos \widehat{B} = \frac{SB}{HB} = \frac{1,2}{3,4} \approx 0,279$$

e Réaliser — **Déterminez** la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{B}$: $\widehat{B} \approx 74°$

f Valider, Communiquer — **Répondez** à la problématique. **Justifiez**.
74° est compris entre 70° et 75°. Louis respecte donc la consigne de sécurité.

Je fais le point

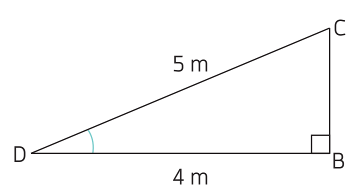
- On peut calculer la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle dès qu'on connaît la longueur de deux de ses côtés. On utilise la définition du sinus, du cosinus ou de la tangente de l'angle suivant les côtés connus.

Exemple

Dans le triangle BCD rectangle en B, on donne BD = 4 m et CD = 5 m.
On cherche la mesure de l'angle $\widehat{D}$.
[BD] est le côté adjacent à $\widehat{D}$ et [CD] est l'hypoténuse.
On peut donc calculer le cosinus de l'angle $\widehat{D}$.

$$\cos \widehat{D} = \frac{BD}{CD} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

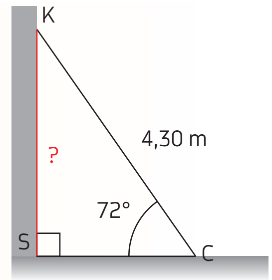
À l'aide de la calculatrice, on obtient $\widehat{D} \approx 37°$ (valeur arrondie à l'unité).



ACTIVITÉ 2 Calculer la mesure d'un côté d'un triangle rectangle

Situation

Louis désire que son échelle de 4,3 mètres de longueur fasse un angle de 72° avec le sol.



Problématique

À quelle hauteur, en mètres, par rapport au sol, doit-il l'appuyer sur le mur ?

a S'approprier **Nommez** le segment de la figure dont on cherche la mesure : [KS]

b S'approprier **Cochez** la réponse exacte.
Le côté [SK] est : le côté ☒ opposé ❐ adjacent à l'angle $\widehat{C}$.

c Réaliser **Cochez** la réponse exacte.
Le rapport trigonométrique de l'angle $\widehat{C}$ qui fait intervenir SK et la longueur CK de l'hypoténuse est
☒ sin $\widehat{C}$ ❐ cos $\widehat{C}$ ❐ tan $\widehat{C}$

d Réaliser **Complétez** : sin $\widehat{C} = \dfrac{SK}{CK}$.

e Réaliser **Remplacez** $\widehat{C}$ et CK par leur valeur. sin 72° $= \dfrac{SK}{4,3}$

f Réaliser **Terminez** le calcul de SK. **Donnez** une valeur arrondie au centimètre.

SK = sin 72° × 4,3

Tapez sur la calculatrice : sin 7 2 × 4 , 3 EXE.

SK ≈ 4,09 m

g Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

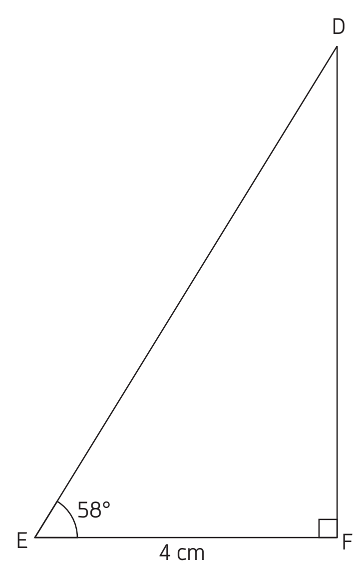
Le point d'application de l'échelle sur le mur doit être à 4,09 m de hauteur par rapport au sol.

Je fais le point

● On peut calculer la mesure d'un côté d'un triangle rectangle dès qu'on connaît la longueur d'un autre côté et la mesure d'un angle aigu. On utilise la définition du sinus, du cosinus ou de la tangente de l'angle suivant le côté connu et le côté cherché.

Exemple

Dans le triangle DEF rectangle en F, on donne EF = 4 cm et $\widehat{E} = 58°$.
On cherche la longueur DF.
Le côté connu EF est le côté adjacent à l'angle $\widehat{E}$.
Le côté cherché DF est le côté opposé à l'angle $\widehat{E}$.
On peut donc utiliser la tangente de l'angle $\widehat{E}$.
$\tan \widehat{E} = \dfrac{DF}{EF}$. Soit $\tan 58° = \dfrac{DF}{4}$.
On en déduit : DF = 4 × tan 58°.
A l'aide de la calculatrice, on obtient DF ≈ 6,4 cm.



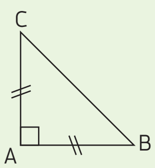
Je m'entraîne

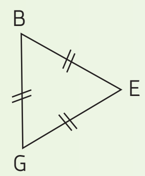
QCM

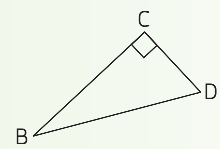
Choisissez la ou les bonnes réponses.

a On peut écrire cos $\widehat{B}$ dans˜:

☒ le triangle ABC ☐ le triangle BEG ☒ le triangle BCD.







b On sait que sin $\widehat{B}$ = 0,295. Alors˜:

☐ $\widehat{B}$ ˜ 5° ☐ $\widehat{B}$ ˜ 73° ☒ $\widehat{B}$ ˜ 17°

c On sait que le triangle GAP est rectangle en A. Alors˜:

☐ $\sin \widehat{G} = \dfrac{AG}{GP}$ ☐ $\sin \widehat{G} = \dfrac{GP}{AP}$ ☒ $\sin \widehat{G} = \dfrac{AP}{GP}$

d On sait que le triangle CFT est rectangle en C˜; CT= 4,6˜cm et CF= 1,6˜cm. Alors˜:

☒ $\widehat{T} \approx 19°$ ☐ $\widehat{T} \approx 69°$ ☐ On ne peut pas calculer $\widehat{T}$.

▶▶▶ Utilisation de la calculatrice

EXERCICE 1

a **Déterminez**, à l'aide de la calculatrice, les rapports trigonométriques suivants. **Arrondissez** les valeurs au millième.

sin 60° ≈ 0,866 tan 15° ≈ 0,268 cos 52° ≈ 0,616

tan 71° ≈ 2,904 cos 16° ≈ 0,961 sin 38° ≈ 0,616

b **Déterminez** à l'aide de la calculatrice, la mesure des angles aigus suivants. **Arrondissez** au degré.

Si sin $\widehat{G}$ = 0,125, alors $\widehat{G}$ ≈ 7° Si tan $\widehat{H}$ = 2,3, alors $\widehat{H}$ ≈ 67°

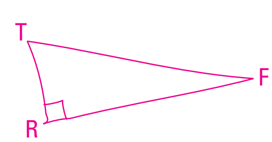
Si cos $\widehat{I}$ = 0,222, alors $\widehat{I}$ ≈ 77° Si sin $\widehat{J}$ = 0,75, alors $\widehat{J}$ ≈ 49°

Voir Méthodes 15 et 16 pages 197 et 198.

▶▶▶ Repérage des côtés d'un triangle rectangle

EXERCICE 2

Le triangle RTF est rectangle en R.



a **Nommez** son hypoténuse˜: [TF] ;

b **Nommez** :

le côté opposé à l'angle $\widehat{T}$˜: [RF] ; ° le côté adjacent à l'angle $\widehat{T}$˜: [RT] .

c **Nommez** :

le côté opposé à l'angle $\widehat{F}$˜: [RT] ; ° le côté adjacent à l'angle $\widehat{F}$˜: [RF] .˜

Faites un schéma à main levée.

EXERCICE 3

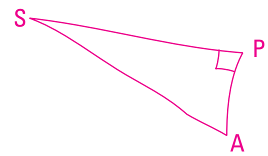
Le triangle ASP est rectangle en P.

Faites un schéma à main levée.

Complétez les égalités suivantes, à l'aide des longueurs AP, AS et PS.

$\cos \widehat{A} = \frac{AP}{AS}$; $\sin \widehat{A} = \frac{SP}{AS}$; $\tan \widehat{A} = \frac{SP}{AP}$

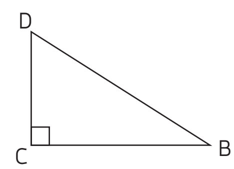
$\cos \widehat{S} = \frac{SP}{AS}$; $\sin \widehat{S} = \frac{AP}{AS}$; $\tan \widehat{S} = \frac{AP}{SP}$



▶▶▶ Calcul d'un angle d'un triangle rectangle

EXERCICE 4

Le triangle BCD est rectangle en C. On donne CD = 4,1 cm et BD = 6,5 cm.



a **Cochez** le rapport trigonométrique de l'angle $\widehat{B}$ que l'on peut calculer avec CD et BD.

☒ $\sin \widehat{B}$ ☐ $\cos \widehat{B}$ ☐ $\tan \widehat{B}$

b **Calculez** ce rapport : $\sin \widehat{B} = \frac{CD}{BD} = \frac{4,1}{6,5} \approx 0,631$

c **Déterminez** la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{B}$: $\widehat{B} \approx 39°$

EXERCICE 5

Le triangle MOT est rectangle en T. On donne MT = 13,4 m et MO = 20 m.

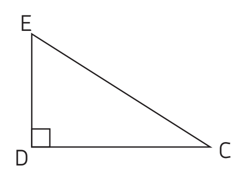
Déterminez la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{M}$.

$\cos \widehat{M} = \frac{MT}{MO} = \frac{13,4}{20} = 0,67$ $\widehat{M} \approx 48°$

▶▶▶ Calcul d'un côté d'un triangle rectangle

EXERCICE 6

Le triangle CDE est rectangle en D. On donne CD = 2,7 cm et $\widehat{C}$ = 35°.



a **Cochez** le rapport trigonométrique de l'angle $\widehat{C}$ qui fait intervenir CD et ED.

☐ $\sin \widehat{C}$ ☐ $\cos \widehat{C}$ ☒ $\tan \widehat{C}$

b **Calculez**, en centimètres, ED. **Arrondissez** au dixième.

$\tan \widehat{C} = \frac{ED}{CD}$; $ED = \tan 35° \times 2,7$; $ED \approx 1,9$ cm

EXERCICE 7

Le triangle CEP est rectangle en C. On donne EP = 7,9 m et $\widehat{P}$ = 55°.

a **Calculez**, en mètres, CP. **Arrondissez** au centième.

$\cos \widehat{P} = \frac{CP}{EP}$; $CP = \cos 55° \times 7,9 \approx 4,53$ m

b **Calculez**, en mètres, CE. **Arrondissez** au centième.

$\sin \widehat{P} = \frac{CE}{EP}$; $CE = \sin 55° \times 7,9 \approx 6,47$ m

On peut aussi utiliser le théorème de Pythagore pour calculer CE.

Je vais plus loin

EXERCICE 8

Situation

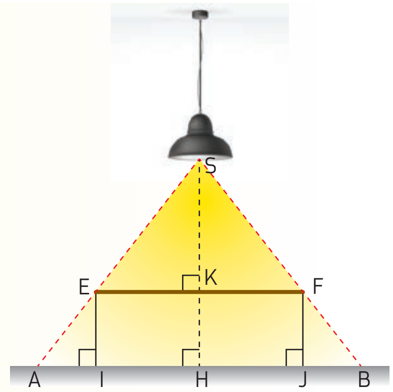
Le plateau d'une table est représenté sur le schéma ci-contre par le segment [EF]. Elle est éclairée par un spot lumineux placé en S. L'angle du cône lumineux est $\widehat{ASB}$.

Données˜:

EI = 0,7˜m EF = 1,6˜m

AI = JB = 0,28˜m SH = 2,7˜m

(SH) est la médiatrice de [EF] et [AB].



Le schéma n'est pas à l'échelle.

Problématique

La caractéristique technique fournie avec le spot par le fabricant est la suivante : « Angle du cône lumineux compris entre 37° et 42° ». Y a-t-il une valeur de cet angle pour laquelle on obtient la situation représentée sur le schéma ?

a Réaliser — **Calculez**, à partir des données, les longueurs SK et EK.

SK = SH – KH = 2,7 – 0,7 = 2 m

EK = EF ÷ 2 = 1,6 ÷ 2 = 0,8 m

b Réaliser — **Calculez** tan $\widehat{ESK}$ dans le triangle rectangle ESK.

$\tan \widehat{ESK} = \dfrac{EK}{SK} = \dfrac{0,8}{2} = 0,4$

c Réaliser — **Déduisez** de la question précédente la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{ESK}$. **Arrondissez** la valeur à l'unité.

$\widehat{ESK} \approx 22°$

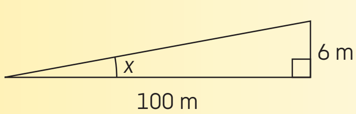
d Valider Communiquer — **Répondez** à la problématique. **Justifiez**.

$\widehat{ESF} = 22° \times 2 = 44°$ qui n'est pas compris entre 37° et 42°. On ne peut pas obtenir la situation représentée sur le schéma. Le spot lumineux éclaire seulement une partie du plateau de la table.

EXERCICE 9

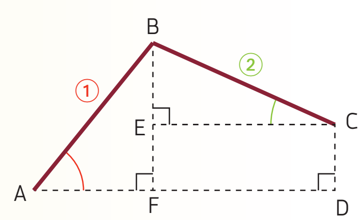
Situation

La pente d'un plan incliné est égale à la tangente de l'angle entre l'horizontale et le plan. Elle peut s'exprimer en pourcentage.



Si tan x = 0,06, on dit que la pente est égale à 6˜%.

Le schéma ci-contre représente une toiture à deux pans, de pentes différentes.
On donne˜: $\widehat{ABF}$ = 43°˜; AF= 6˜m˜; FD= 8 m˜; EF= 2˜m.



Le dessin n'est pas à l'échelle.

Problématique˜: **La pente 1 est-elle proche du double de la pente 2 ?**

a Analyser Réaliser

Proposez et **mettez en œuvre** une démarche pour déterminer la pente ①.

On calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAF}$, puis sa tangente à l'aide la calculatrice.

$\widehat{BAF} = 90° - 43° = 47°$.

$\tan \widehat{BAF} = \tan 47° \approx 1{,}072$. La pente ① est égale à 107 %.

b Réaliser

Proposez et **mettez en œuvre** une démarche pour déterminer la pente ②.

On calcule BF pour en déduire BE. Puis on calcule $\tan \widehat{BCE}$.

Dans le triangle rectangle ABF, $\tan \widehat{BAF} = \dfrac{BF}{AF}$; $BF = 1{,}072 \times 6 \approx 6{,}43$ m.

$BE = 6{,}43 - 2 = 4{,}43$ m. Dans le triangle rectangle BCE, $\tan \widehat{BCE} = \dfrac{BE}{EC} = \dfrac{4{,}43}{8} = 0{,}554$.

La pente ② est égale à 55 %.

c Valider Communiquer

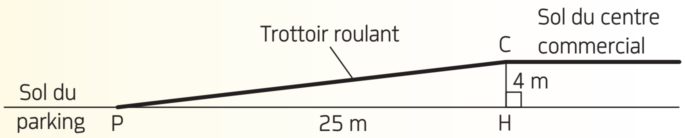
Répondez à la problématique. **Justifiez.**

$55 \times 2 = 110$. Donc la pente ① est proche du double de la pente ②.

EXERCICE 10

Situation

Les gérants d'un centre commercial souhaitent installer un trottoir roulant pour accéder du parking souterrain au centre commercial.



Les personnes empruntant ce trottoir roulant ne doivent pas mettre plus de 1 minute pour accéder au centre commercial.
La situation est présentée par le schéma ci-dessus.
Les gérants du centre commercial ont le choix entre deux modèles de trottoir roulant.

Caractéristiques du trottoir roulant Modèle 1	Caractéristiques du trottoir roulant Modèle 2
– Angle d'inclinaison maximum avec l'horizontale 12° – Vitesse˜: 0,5 m/s	– Angle d'inclinaison maximum avec l'horizontale 6° – Vitesse˜: 0,75 m/s

Problématique

Est-ce que l'un de ces deux modèles peut convenir pour équiper le centre commercial ?

a Analyser Réaliser

Calculez la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{CPH}$ en utilisant les données de la figure.

$\tan \widehat{CPH} = \dfrac{4}{25} = 0{,}16$; $\widehat{CPH} \approx 9°$

b Réaliser

Calculez, en mètres, la distance CP. **Arrondissez** au centimètre.

Dans le triangle rectangle CHP, on applique le théorème de Pythagore : $CP = \sqrt{4^2 + 25^2} \approx 25{,}32$ m.

c Réaliser

Calculez le temps mis pour accéder au centre commercial˜:

– avec le modèle 1˜: $25{,}32 \div 0{,}5 = 50{,}64$ s < 1 min

– avec le modèle 2˜: $25{,}32 \div 0{,}75 = 33{,}76$ s < 1 min

d Valider Communiquer

Répondez à la problématique. **Justifiez**.

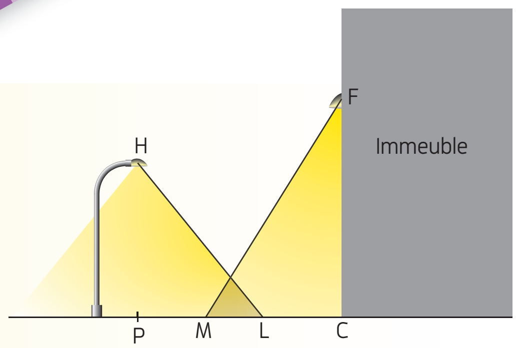
Les deux modèles conviennent pour la durée. Mais pour l'angle d'inclinaison, seul le modèle 1 convient. Le modèle 1 est donc celui qui doit être retenu.

Je m'évalue

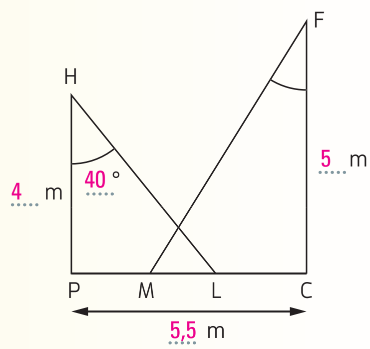
Nom : ....
Prénom : ....
Date : .... Classe : ....

Situation

Une portion de rue est éclairée la nuit par deux sources de lumière : le lampadaire de la rue représenté par [HP] et le spot fixé en F sur la façade d'un immeuble.



On réalise le croquis ci-contre, qui n'est pas à l'échelle, pour modéliser la situation.
On dispose des données suivantes : PC = 5,5 m ;
CF = 5 m ; HP = 4 m ; $\widehat{PHL} = 40°$.
Par rapport à la verticale, le spot fixé en F peut avoir différentes inclinaisons données par la valeur de l'angle $\widehat{CFM}$.



Problématique

Quelle doit être l'inclinaison du spot par rapport à la verticale pour que la longueur ML soit égale à 1,1 m ?

a S'approprier **Notez** sur le schéma les différentes données.

b S'approprier **Cochez** la réponse exacte.
La longueur LM correspond à :
- ☐ la zone éclairée par une seule source de lumière
- ☒ la zone éclairée par les deux sources de lumière
- ☐ la zone éclairée par aucune source de lumière

c Réaliser **Montrez** que la longueur PL, arrondie au dm, est égale à 3,4 m.

$\tan \widehat{PHL} = \frac{PL}{HP}$; $PL = \tan 40° \times 4 \approx 3,4$ m.

d Réaliser **Calculez** la longueur CM dans le cas où ML = 1,1 m.

$CL = 5,5 - 3,4 = 2,1$ m

$CM = CL + ML = 2,1 + 1,1 = 3,2$ m

Communiquer **Appelez** le professeur pour lui expliquer votre travail aux questions **c.** et **d**.

Je m'évalue

e Analyser

Proposez une méthode pour déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CFM}$. Aucun calcul n'est demandé.

Dans le triangle rectangle CFM, on calcule tan $\widehat{CFM}$ pour en déduire la mesure de l'angle $\widehat{CFM}$.

f Réaliser

Mettez en œuvre votre méthode.

$\tan \widehat{CFM} = \frac{MC}{FC} = \frac{3,2}{5} = 0,64$

$\widehat{CFM} \approx 33°$

g Valider Communiquer

Répondez à la problématique.

L'inclinaison du spot par rapport à la verticale doit être de 33°.

Grille d'autoévaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✔	✔	✔
S'approprier	• **Je repère** les différentes lettres du schéma pour reporter les données. • **J'interprète** le schéma pour répondre.	a b			
Analyser Raisonner	• **Je propose** une méthode de résolution.	c			
Réaliser	• **Je calcule** PL. • **Je calcule** CM. • **Je détermine** la mesure de l'angle $\widehat{CFM}$.	c d f			
Valider	• **Je vérifie** la vraisemblance de mon résultat.	g			
Communiquer	• **J'explique** ma démarche au professeur. • **J'expose** clairement ma conclusion en justifiant.	A g			

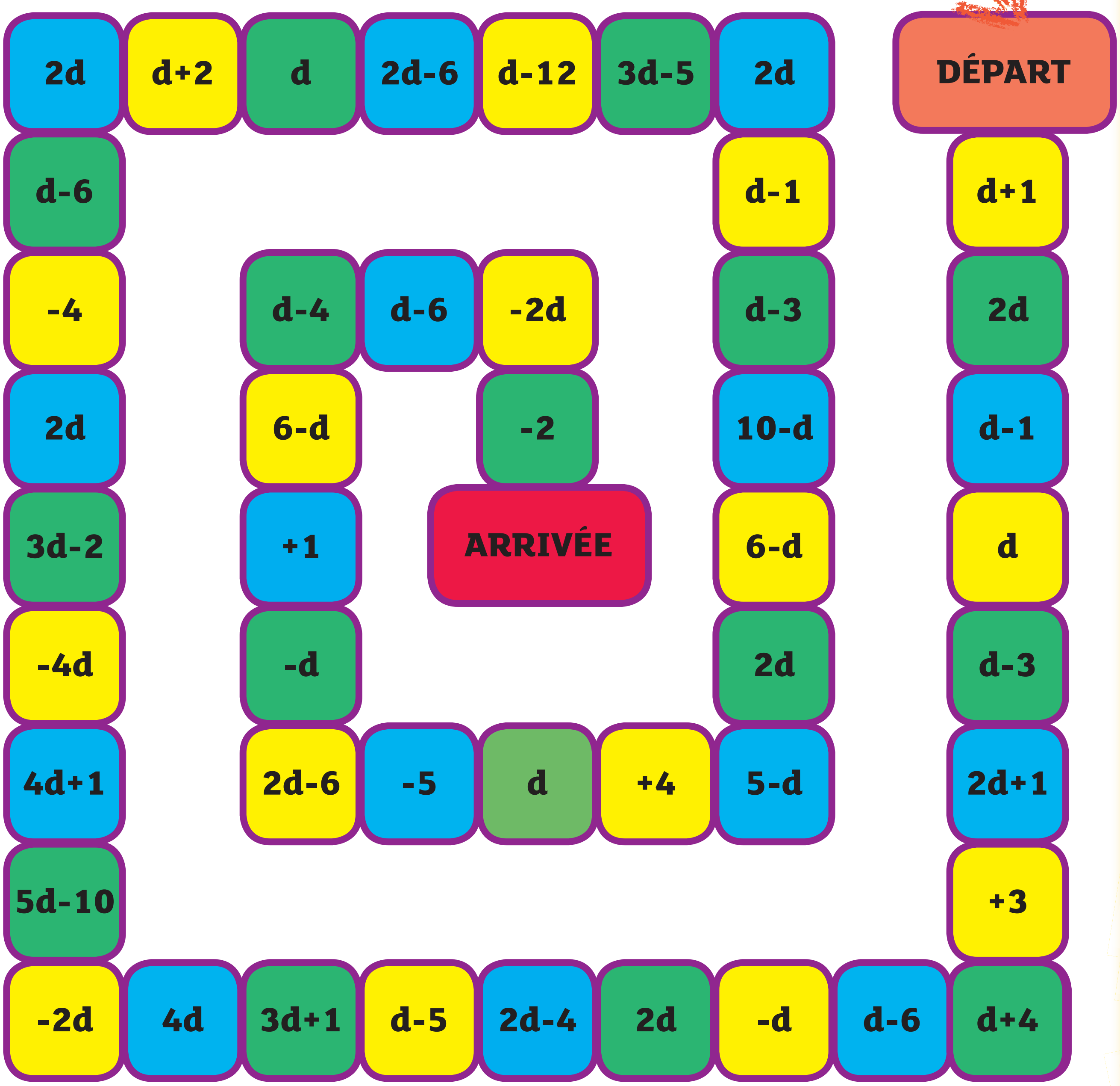
Jeu 1

La chenille numérique

CAPACITÉ

Calculer la valeur numérique exacte d'une expression littérale

- *Matériel* : 1 dé et 1 pion par joueur.
- *Nombre de joueurs* : 2 au minimum.
- *But du jeu* : atteindre le premier la case *Arrivée*.
- *Règle du jeu* :
  – **Lancez** le dé et avancez votre pion du nombre de cases indiqué par le dé.
  – **Effectuez** le calcul qui est indiqué sur la case sachant que « d » représente le nombre de points sur le dé.
  – **Avancez** ou **reculez** du nombre de cases correspondant.
  – Puis **passez** le dé au joueur suivant.

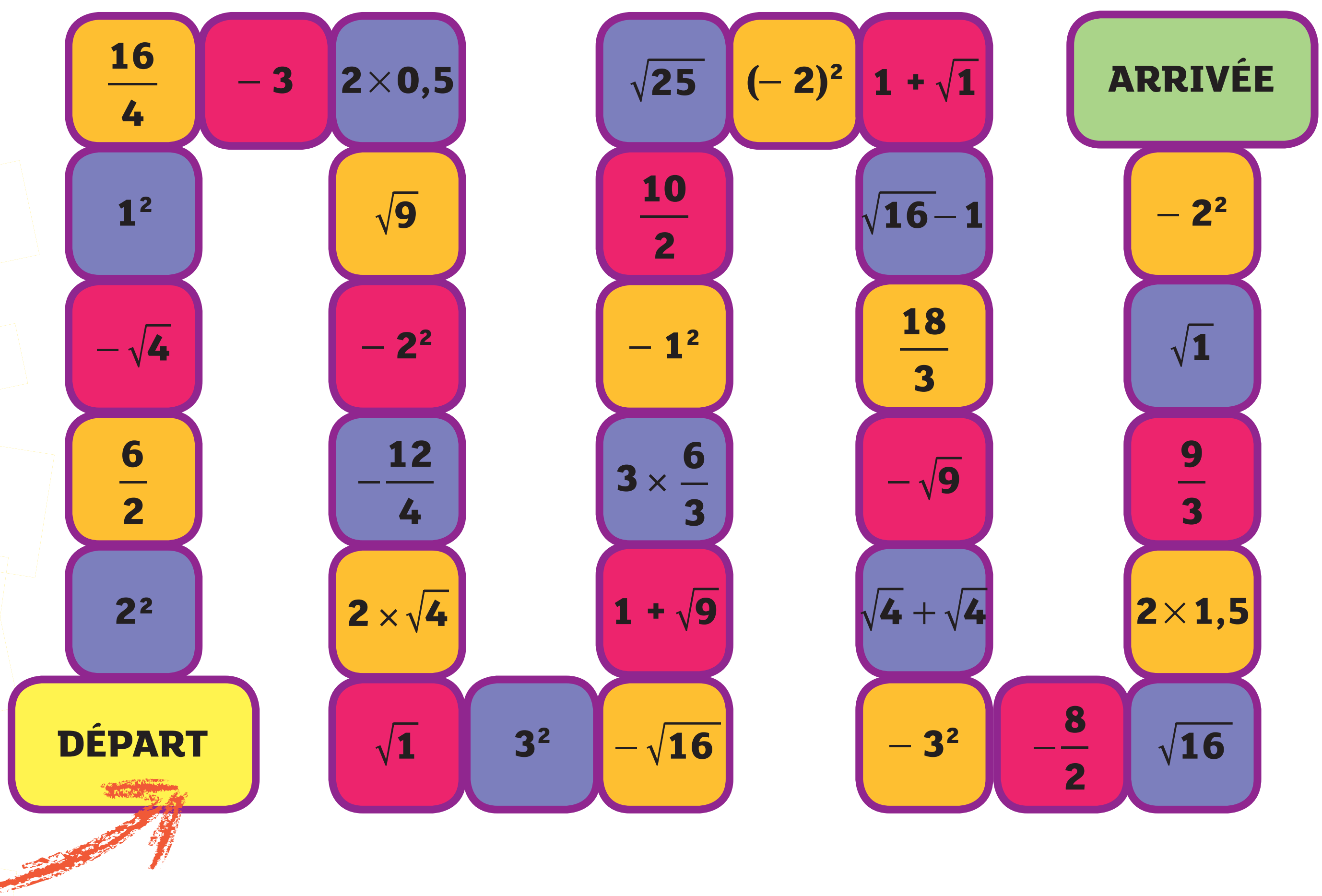


Jeu 2 La chaîne des maths

CAPACITÉS

Calculer le carré d'un nombre en écriture décimale, le cube d'un nombre en écriture décimale, la racine carrée d'un nombre positif, un nombre en écriture fractionnaire

- *Matériel* : 1 dé et 1 pion par joueur.
- *Nombre de joueurs* : 2 au minimum.
- *But du jeu* : atteindre le premier la case *Arrivée*.
- *Règle du jeu* :
  – **Lancez** le dé et avancez votre pion du nombre de cases donné par le dé.
  – Si le résultat indiqué par le dé est supérieur à la valeur indiquée sur la case, vous **rejouez**.
  – Sinon vous **passez** le dé au joueur suivant.



Les mots fléchés

CAPACITÉ

Reconnaître des figures usuelles

• *Règle du jeu* :
– **Lisez** la définition, puis **complétez** la ligne de la grille correspondante.
– **Déduisez**-en le nom de la septième figure écrit verticalement.

Définitions

1. Je suis un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu, sont de même longueur et perpendiculaires.
2. Je suis un quadrilatère dont les côtés sont parallèles deux à deux sans autre particularité.
3. Je suis un quadrilatère n'ayant que deux côtés parallèles.
4. Je suis un parallélogramme ayant quatre angles droits dont les diagonales ne sont pas perpendiculaires.
5. Je suis un parallélogramme dont tous les côtés sont égaux, sans angle droit.
6. Je suis une figure plane à trois côtés.

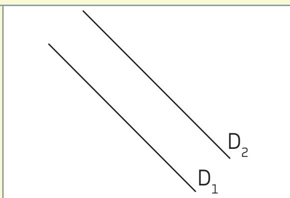
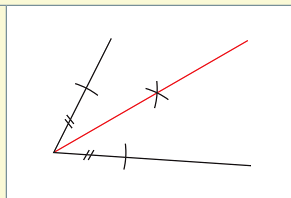
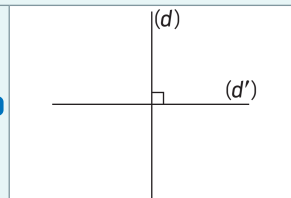
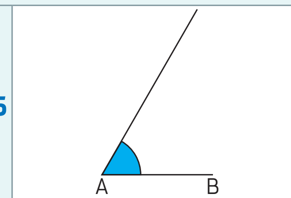
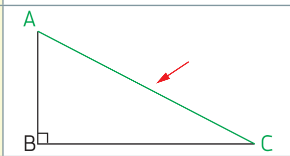
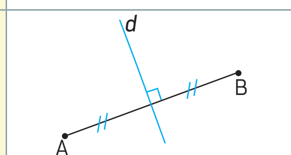
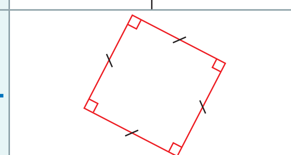
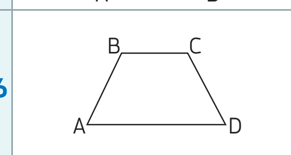
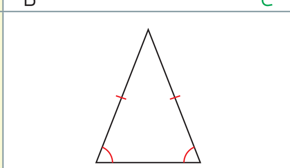
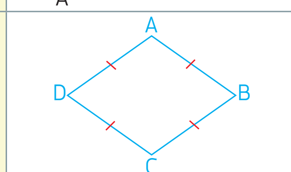
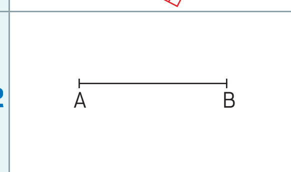
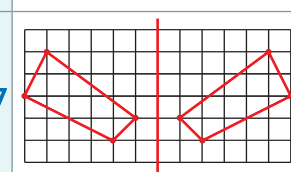
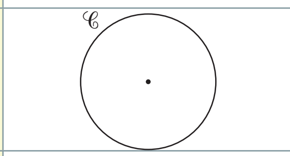
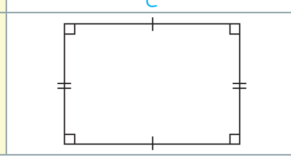
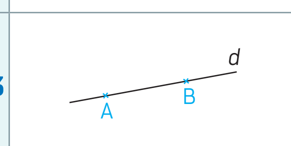
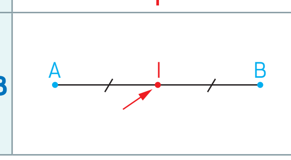
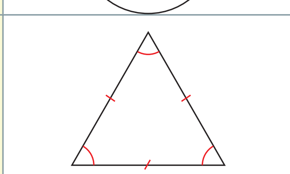
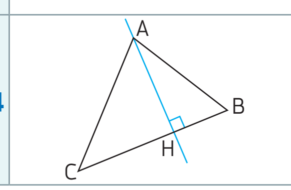
							1	C	A	R	R	E				
	2	P	A	R	A	L	L	E	L	O	G	R	A	M	M	E
						3	T	R	A	P	E	Z	E			
					4	R	E	C	T	A	N	G	L	E		
							5	L	O	S	A	N	G	E		
6	T	R	I	A	N	G	L	E								

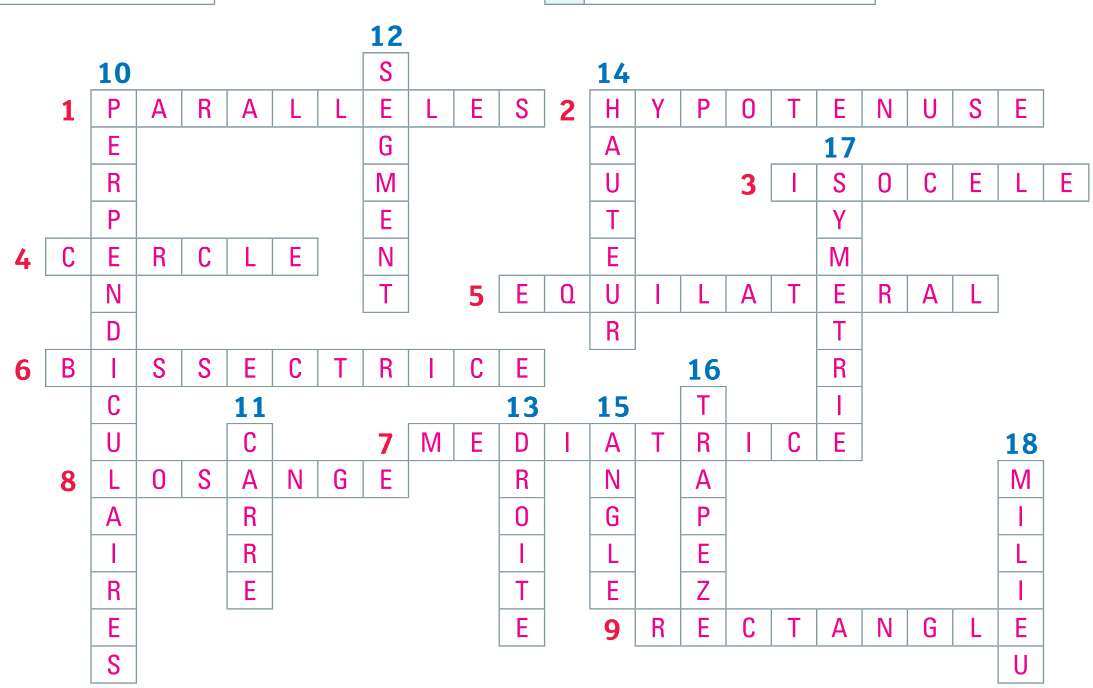
Jeu 4 Le Slam en images

CAPACITÉ

Utiliser le vocabulaire de géométrie

• *Règle du jeu* :
En observant les schémas proposés, **complétez** la grille avec le terme associé à chaque image.

Horizontalement →				Verticalement ↓			
1		6		10		15	
2		7		11		16	
3		8		12		17	
4		9		13		18	
5				14			



Jeu 5

Les dominos

CAPACITÉ

Reconnaître différentes écritures d'un nombre

- *Nombre de joueurs* : de 2 à 4 joueurs.
- *But du jeu* : avoir posé tous ses dominos. Si le jeu est bloqué, alors le joueur avec le moins de points est déclaré vainqueur.
- *Règle du jeu* :
  – **Distribuez** les dominos face cachée (7 pour 2 joueurs, 6 pour 3 et 4 joueurs). Le reste des dominos fait office de pioche.
  – Le joueur ayant le double le plus élevé (ici le double 1 000) commence la partie. Si personne ne possède ce domino, ce sera le joueur ayant le double le plus fort.
  – Si le joueur suivant possède un domino dont l'une des parties est de même valeur, il le pose à la suite, sinon, il pioche un domino et passe son tour.

1	0,1	0,01	10	100	1000	
10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^1	10^2	10^3	$2 \times 0{,}5$
$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{100}{10}$	$\frac{1000}{10}$	$\frac{10000}{10}$	0,1
$\frac{1}{1}$	1	10^0	$2 \times 0{,}5$	$2 \times 0{,}05$	0,1	10^{-1}
$2 \times 0{,}005$	10	2×50	10^3	0,01	10^1	10^2
$\frac{1}{10}$	10^{-2}	$\frac{1}{100}$	0,01	$\frac{100}{10}$	10	$\frac{1000}{10}$
1000	2×5	10^2	2×500	100	$\frac{10000}{10}$	1000

Jeu 5

Les dominos

J5	J5	J5	J5	J5	J5	J5
J5	J5	J5	J5	J5	J5	J5
J5	J5	J5	J5	J5	J5	J5
J5	J5	J5	J5	J5	J5	J5
J5	J5	J5	J5	J5	J5	J5
J5	J5	J5	J5	J5	J5	J5
J5	J5	J5	J5	J5	J5	J5
J5	J5	J5	J5	J5	J5	J5

La bataille

CAPACITÉ

Comparer des nombres

- *Nombre de joueurs* : 2 joueurs.
- *But du jeu* : Le joueur qui remporte toutes les cartes de son adversaire gagne.
- *Règle du jeu* : **mélangez** les cartes et **distribuez**-les toutes.
  – Chaque joueur retourne la première carte de son paquet, celui qui possède la carte de plus grande valeur remporte les deux cartes et ainsi de suite…
  – En cas d'égalité, les joueurs retournent une deuxième carte, celui qui possède la carte de plus grande valeur remporte le tout.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$
0,5	0,25	0,42	0,12	0,6
0,51	0,3	0,30	0,32	0,35
0,65	0,75	0,89	0,9	0,91

Jeu 6

La bataille

J6	J6	J6	J6	J6
J6	J6	J6	J6	J6
J6	J6	J6	J6	J6
J6	J6	J6	J6	J6

La chasse aux trésors

CAPACITÉ

Se repérer dans un plan

- *Nombre de joueurs*˜: 2 joueurs (Barbe Rousse et Barbe Noire).
- *But du jeu* : Trouver l’emplacement du trésor de son adversaire.
- *Règle du jeu*˜: Le célèbre pirate Barbe Noire a enterré son trésor sur une île. Son ennemi Barbe Rousse lui affirme qu’il peut trouver l’emplacement de son trésor en moins de 8 essais.
  Si Barbe Rousse réussit à trouver le trésor en moins de 8 essais, il remporte 2 points ; sinon c’est Barbe Noire qui marque un point lorsque les 8 essais sont épuisés. C’est ensuite au tour de Barbe Rousse de cacher son trésor. Le premier des pirates arrivé à 10 points est le vainqueur.
- *Déroulement d’une partie*˜: Tout d’abord, chaque pirate prend une carte de l’île, Barbe Noire positionne son trésor sur sa grille (en cachant bien). Barbe Rousse propose une position˜:
  – si c’est la position exacte Barbe Noire dit «˜trésor trouvé˜» et Barbe Rousse gagne les 2 points ;
  – si la position donnée est l’une des cases entourant le trésor, alors Barbe Noire dit «˜zone de trésor˜», Barbe Rousse marque l’emplacement d’un rond sur sa carte et continue à faire des propositions ;
  – si la position donnée n’est pas celle du trésor ou ne l’entoure pas, Barbe Noire dit «˜zone vide», Barbe Rousse marque l’emplacement d’une croix et continue à faire des propositions.
  C’est ensuite à Barbe Rousse de cacher son trésor…
  Pour compliquer, les pirates peuvent cacher plusieurs trésors˜!

	1	2	3	4	5	6
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Barbe Noire

	1	2	3	4	5	6
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Barbe Rousse

J7	J7

J7 J7 J7 J7

Arrondir un nombre ou un résultat

Exemple → Après une série d'opérations, on lit sur la calculatrice le résultat suivant : ***l*** = **25,745 41**.

Arrondir ce résultat à l'unité, au dixième, au centième, au millième et au dix-millième.

Dizaines de mille	Milliers	Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	Dix-millièmes	Cent-millièmes
			2	5,	7	4	5	4	1

L'arrondi de *l* à l'unité est 26 car le chiffre des dixièmes est **7**.
L'arrondi de *l* au dixième est 25,7 car le chiffre des centièmes est **4**.
L'arrondi de *l* au centième est 25,75 car le chiffre des millièmes est **5**.
L'arrondi de *l* au millième est 25,745 car le chiffre des dix-millièmes est **4**.
L'arrondi de *l* au dix-millième est 25,7454 car le chiffre des cent-millièmes est **1**.

Méthode

- Pour **arrondir** :
> à **l'unité**, il faut tenir compte du chiffre des **dixièmes**,
> au **dixième**, il faut tenir compte du chiffre des **centièmes**,
> au **centième**, il faut tenir compte du chiffre des **millièmes**, etc.

- Appliquer la règle d'arrondi suivante :
> Si le chiffre qui suit le dernier chiffre qu'on regarde est 0, 1, 2, 3 ou 4, le chiffre qu'on regarde reste **inchangé**.
> Si le chiffre qui suit le dernier chiffre qu'on regarde est 5, 6, 7, 8 ou 9, le chiffre qu'on regarde est **augmenté d'une unité**.

- Donner l'arrondi du nombre.

EXERCICE 1

Arrondissez au dixième les nombres suivants.

5,42 ˜ 5,4 6,78 ˜ 6,8 0,07 ˜ 0,1 32,423 ˜ 32,4 7,75 ˜ 7,8

EXERCICE 2

Arrondissez au centième les nombres suivants.

53,544 ˜ 53,54 7,634 ˜ 7,63 0,737 ˜ 0,74 4,936°8 ˜ 4,94 0,999 ˜ 1,00

EXERCICE 3

Arrondissez à l'unité les nombres suivants.

22,014°7 ˜ 22 98,016°9 ˜ 98 54,668°25 ˜ 55 35,874°6 ˜ 36

Transformer l'écriture d'une durée
(décimale ↔ sexagésimale)

Passer de l'écriture décimale d'une durée à son écriture sexagésimale

EXEMPLE → **Convertir** 2,8 h en heures et minutes.

2,8 h = 2 h + 0,8 h et 60 × 0,8 = 48.

Donc **0,8 h** = **48 min**. D'où **2,8 h** = **2 h 48 min**.

Méthode

- Pour passer de l'écriture décimale d'une durée exprimée en **heures** à son écriture en **heures et minutes**°:

> Prendre la partie entière pour le nombre d'heures.

> Multiplier la partie décimale par 60 pour obtenir le nombre de minutes.

EXERCICE 1

Exprimez en heures et minutes.

4,4 h = 4 h + 0,4 × 60 min = 4 h 24 min

2,4 h = 2 h + 0,4 × 60 min = 2 h 24 min

0,25 h = 0 h + 0,25 × 60 min = 15 min

0,77 h = 0 h + 0,77 × 60 min = 46,20 min

1,55 h = 1 h + 0,55 × 60 min = 1 h 33 min

2,70 h = 2 h + 0,70 × 60 min = 2 h 42 min

Passer de l'écriture sexagésimale d'une durée à son écriture décimale

EXEMPLE → **Convertir** 11 h 42 min en heures.

11 h 42 min = 11 h + 42 min et $\frac{42}{60} = 0{,}7$.

Donc **42 min** = **0,7 h**. D'où **11 h 42 min** = **11 h** + **0,7 h** = **11,7 h**.

Méthode

- Pour passer de l'écriture d'une durée exprimée en **heures et minutes** à son écriture décimale en **heures**°:

> prendre pour partie entière le nombre d'heures°;

> diviser le nombre de minutes par 60 pour obtenir la partie décimale.

EXERCICE 2

Exprimez en heures dans le système décimal.

2°h°36°min = 2 h + $\frac{36}{60}$ h = 2,6 h

2°h°18°min = 2 h + $\frac{18}{60}$ h = 2,3 h

4°h°45°min = 4 h + $\frac{45}{60}$ h = 4,75 h

3°h°9°min = 3 h + $\frac{9}{60}$ h = 3,15 h

27°min = $\frac{27}{60}$ h = 0,45 h

48°min = $\frac{48}{60}$ h = 0,8 h

Déterminer le carré, le cube, la racine carrée d'un nombre

Calculer le carré d'un nombre

Exemple → **Calculer 5^2**. Pour cela, taper [5] [x^2] [EXE] ; la calculatrice affiche 25.

Méthode

- Appuyer sur les touches [x^2] [EXE] ou [x^2] [entrer] revient à calculer $x^2 = x \times x$.

EXERCICE 1

Calculez les nombres suivants.

$8^2 =$ 64 .... $1{,}5^2 =$ 2,25 .... $12^2 =$ 144 .... $2{,}7^2 =$ 7,29 .... $0{,}6^2 =$ 0,36 ....

Calculer le cube d'un nombre

Exemple → **Calculer 5^3**. Pour cela, taper [5] [x^n] [3] [entrer] ; la calculatrice affiche 125.

Méthode

- Appuyer sur les touches [x^n] [3] [EXE] ou [x^n] [3] [entrer] revient à calculer $x^3 = x \times x \times x$.

EXERCICE 2

Calculez les nombres suivants.

$7^3 =$ 343 .... $2{,}5^3 =$ 15,625 .... $14^3 =$ 2 744 .... $0{,}8^3 =$ 0,512 .... $3{,}15^3 =$ 31,255 875 ....

Calculer la racine carrée d'un nombre positif

Exemple → **Calculer $\sqrt{25}$**. Pour cela, taper [2nde] [x^2] [2] [5] [entrer] ; la calculatrice affiche 5.

Méthode

- Appuyer sur les touches [seconde] [x^2] **nombre** [EXE] ou [2nde] [x^2] **nombre** [entrer] revient à calculer le nombre positif qui, élevé au carré, donne x : $(\sqrt{x})^2 = x$.

EXERCICE 3

Calculez les nombres suivants (si besoin, arrondir au centième).

$\sqrt{36} =$ 6 .... $\sqrt{100} =$ 10 .... $\sqrt{5{,}29} \approx$ 2,3 .... $\sqrt{0{,}49} \approx$ 0,7 ....

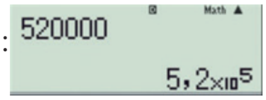
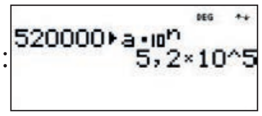
$\sqrt{67} \approx$ 8,19 .... $\sqrt{0{,}85} \approx$ 0,92 .... $\sqrt{125} \approx$ 11,18 .... $\sqrt{6{,}25} \approx$ 2,5 ....

méthode 4

Transformer l'écriture d'un nombre
(décimale ↔ scientifique)

Passer de l'écriture décimale à l'écriture scientifique d'un nombre

Exemple → **Mettre** 520°000 en écriture scientifique.

Avec une Casio fx-92 Collège	Avec une TI-Collège
5 2 0 0 0 0 EXE SECONDE X	5 2 0 0 0 0 2nde (entrer
La calculatrice affiche°: 	La calculatrice affiche°: 

L'écriture scientifique de 520°000 est $5{,}2 \times 10^5$.

Méthode

- Appuyer sur les touches EXE seconde X ou 2nde (entrer permet d'obtenir l'écriture scientifique d'un nombre.
- Cette écriture est de la forme $a \times 10^n$ où a est un décimal tel que $1 \leqslant a < 10$ et n est un entier positif ou négatif.

EXERCICE 1

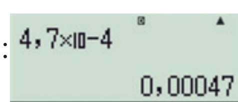
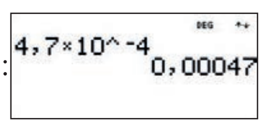
Donnez l'écriture scientifique des nombre suivants.

$3\,000 = 3 \times 10^3$ — $67\,000 = 6{,}7 \times 10^4$ — $962 = 9{,}62 \times 10^2$

$0{,}8 = 8 \times 10^{-1}$ — $0{,}016 = 1{,}6 \times 10^{-2}$ — $0{,}4527 = 4{,}527 \times 10^{-1}$

Passer de l'écriture scientifique à l'écriture décimale d'un nombre

Exemple → **Donner** l'écriture décimale de $4{,}7 \times 10^{-4}$.

Avec une Casio fx-92 Collège	Avec une TI-Collège
4 , 7 x10ˣ – 4 EXE	4 , 7 x10ⁿ (-) 4 entrer
La calculatrice affiche°: 	La calculatrice affiche°: 

L'écriture décimale de $4{,}7 \times 10^{-4}$ est 0,000°47.

Méthode

- Appuyer sur les touches x10ˣ valeur de l'exposant EXE ou x10ⁿ valeur de l'exposant entrer permet d'obtenir l'écriture décimale d'un nombre.

EXERCICE 2

Donnez l'écriture décimale des nombres suivants.

$5 \times 10^2 = 500$ — $1{,}7 \times 10^4 = 17\,000$ — $5{,}28 \times 10^3 = 5\,280$ — $6{,}98 \times 10^1 = 69{,}8$

$2 \times 10^{-3} = 0{,}002$ — $5{,}1 \times 10^{-2} = 0{,}051$ — $2{,}75 \times 10^{-1} = 0{,}275$ — $6{,}32 \times 10^{-2} = 0{,}0632$

Effectuer une suite d'opérations

méthode 5

EXEMPLE → **Calculer** $4(3+2)^2 - 6 \times 8$.

$$4(3+2)^2 - 6 \times 8 = 4 \times 5^2 - 6 \times 8$$
$$= 4 \times 25 - 6 \times 8$$
$$= 100 - 48 = 52$$

▶▶▶ Méthode

- Pour **effectuer** une suite d'opérations, il faut respecter l'ordre suivant°:
  1. Commencer par effectuer les calculs placés entre parenthèses.
  2. Effectuer les calculs de puissances et de racines carrées.
  3. Effectuer les multiplications et les divisions.
  4. Effectuer les additions et les soustractions.

EXERCICE 1

Effectuez les calculs suivants sans calculatrice. Puis **vérifiez** avec la calculatrice.

$25 + 4 \times 6 = 25 + 24 = 49$

$(25 + 4) \times 6 = 29 \times 6 = 174$

$38 - 3 \times 6 = 38 - 18 = 20$

$(38 - 3) \times 6 = 35 \times 6 = 210$

$48 \div 4 - 2 = 12 - 2 = 10$

$48 \div (4 - 2) = 48 \div 2 = 24$

$15 + 2 \times 8 = 15 + 16 = 31$

$(28 - 5) \times 2 = 23 \times 2 = 46$

EXERCICE 2

Effectuez les calculs suivants sans calculatrice. Puis **vérifiez** avec la calculatrice en effectuant le calcul en une seule fois.

$(7 - 4)^2 = 3^2 = 9$

$7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33$

$2 \times \sqrt{36} - 5 = 2 \times 6 - 5 = 12 - 5 = 7$

$2 \times (\sqrt{36} - 5) = 2 \times (6 - 5) = 2 \times 1 = 2$

$12 + 4^2 \times 3 = 12 + 16 \times 3 = 12 + 48 = 60$

$(12 + 4^2) \times 3 = (12 + 16) \times 3 = 28 \times 3 = 84$

$4^3 \times 6 - 2 = 64 \times 6 - 2 = 384 - 2 = 382$

$4^3 \times (6 - 2) = 4^3 \times 4 = 64 \times 4 = 256$

Utiliser une formule

Exemple → Le volume approximatif d'une grume (tronc d'arbre) est donné par la formule $\boldsymbol{V = 0{,}8D^2L}$.
Calculer V pour un diamètre moyen $D = 0{,}40$ m et une longueur de grume $L = 18$ m.
$V = 0{,}8 \times 0{,}40^2 \times 18 = 0{,}8 \times 0{,}16 \times 18 = 2{,}304$.
Le volume de la grume est 2,304°m³.

▶▶▶ Méthode

- **Repérer** dans l'énoncé les valeurs des lettres.
- **Remplacer** les lettres de la formule par leur valeur.
- **Effectuer** les calculs en respectant l'ordre des opérations (voir Méthode 5).

EXERCICE 1

On considère l'expression $5 + 4x$. **Calculez**°:

a) sa valeur pour $x = 2$ $5 + 4 \times 2 = 5 + 8 = 13$

b) sa valeur pour $x = 5$ $5 + 4 \times 5 = 5 + 20 = 25$

EXERCICE 2

On considère l'expression $6x - 3y$. **Calculez** sa valeur pour $x = 4{,}5$ et $y = 2$.

$6 \times 4{,}5 - 3 \times 2 = 27 - 6 = 21$

EXERCICE 3

On considère l'expression $3(t + 8)$. **Calculez**°:

a) sa valeur pour $t = 10$ $3 \times (10 + 8) = 3 \times 18 = 54$

b) sa valeur pour $t = 0{,}7$ $3 \times (0{,}7 + 8) = 3 \times 8{,}7 = 26{,}1$

EXERCICE 4

La diagonale $\boldsymbol{d}$ d'un carré de côté $\boldsymbol{c}$ est donnée par l'expression $\boldsymbol{d} = c\sqrt{2}$.
Calculez la longueur de la diagonale si le côté mesure 4°cm. **Arrondissez** le résultat au dixième.

$d = 4 \times \sqrt{2} \approx 5{,}65685$

La diagonale mesure 5,7 cm.

EXERCICE 5

L'aire totale d'un cylindre peut s'écrire sous la forme $A = 2_{c}\, R(R + h)$. R est le rayon des cercles°; h est la hauteur du cylindre.
Calculez, en cm², l'aire totale du cylindre de rayon 4 cm et de hauteur 10 cm. **Arrondissez** au centième.

$A = 2\pi \times 4(4 + 10) = 2\pi \times 4 \times 14 = 112\pi \approx 351{,}858377$

L'aire totale du cylindre est 351,86 cm².

Effectuer un changement d'unité de longueur

EXEMPLE → **Exprimer** 713,8 m en km, puis en cm.
Le chiffre des unités est **3**.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
0,	7	1	**3**	8		
	7	1	**3**	8	0	

713,8 m = 0,7138 km ; 713,8 m = 71 380 cm

▶▶▶ Méthode

- Pour **effectuer un changement d'unité de longueur**, on peut utiliser le tableau de conversion ci-dessous.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

- **Repérer** le chiffre des unités du nombre dans l'unité de longueur initiale. Pour un nombre décimal, c'est le chiffre immédiatement à gauche de la virgule.
- **Placer** ce chiffre dans la colonne de l'unité de mesure donnée.
- **Placer** les autres chiffres du nombre, un par unité de mesure, sans recopier la virgule.
- **Compléter, si nécessaire,** les colonnes vides par des 0 jusqu'à la colonne de l'unité de longueur demandée.
- **Mettre une virgule** à droite du chiffre de l'unité de longueur demandée.
- **Donner** la réponse dans l'unité de longueur souhaitée.

EXERCICE 1

Complétez.

a) 890 hm = 89 km = 89 000 m

b) 0,85 cm = 0,0085 m = 8,5 mm

c) 1,6 mm = 0,16 cm = 0,016 dm

d) 0,054 km = 5,4 dam = 540 dm

EXERCICE 2

a) **Convertissez** en centimètres.

5,3 m = 530 cm   0,68 dm = 6,8 cm   650 mm = 65 cm

b) **Calculez** en mètres.

30 cm + 8 dam = 0,3 m + 80 m = 80,3 m

Effectuer un changement d'unité d'aire

Exemple → **Exprimer** 5**4**,68 m² en hm² puis en dm².

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
			0,	0	0	5	**4**	6	8				
						5	**4**	6	8				

54,68 m² = 0,005°468°hm² ; 54,68°m² = 5°468°dm²

▶▶▶ Méthode

- Pour **effectuer un changement d'unité d'aire**, on peut utiliser le tableau de conversion ci-dessous.

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	

- **Repérer** le chiffre des unités du nombre dans l'unité d'aire initiale.
- **Placer** ce chiffre dans la colonne de l'unité de mesure donnée.
- **Placer** les autres chiffres du nombre, deux par unité de mesure, sans recopier la virgule.
- **Compléter, si nécessaire,** les colonnes vides par des 0 jusqu'à la colonne de droite de l'unité d'aire demandée.
- **Mettre une virgule** à droite du chiffre de l'unité d'aire demandée.
- **Donner** la réponse dans l'unité d'aire souhaitée.

EXERCICE 1

Complétez.

a 33°cm² = 0,0033 °m² = 3 300 ° mm²

b 53,9°dam² = 0,539 hm² = 5 390 ° m²

c 4,52°m² = 452 dm² = 0,0452 ° dam²

d 153°hm² = 1,53 km² = 1 530 000 °m²

EXERCICE 2

a **Convertissez en cm².**

2,56°m² = 25 600 cm²

0,74°dm² = 74 cm²

470°mm² = 4,7 cm²

b **Convertissez en m².**

8°000°mm² = 0,008 m²

24°dam² = 2 400 m²

68,2°hm² = 682 000 m²

Effectuer un changement d'unité de volume

Exemple → **Exprimer 2,36 m^3** en cm^3, puis en litres.

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
											2	3	6	0	0	0	0			

2,36 m^3 = 2 360 000 cm^3

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
			hL	daL	L	dL	cL	mL			
		2	3	6	0						

2,36 m^3 = 2 360 L

Méthode

• Pour **effectuer un changement d'unité de volume**, on peut utiliser le tableau de conversion ci-dessous.

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		

> **Placer** le chiffre des unités du nombre dans la colonne de l'unité de mesure donnée.
> **Placer** les autres chiffres du nombre, trois par unité de mesure, sans recopier la virgule.
> **Compléter** les colonnes vides par des 0 jusqu'à la colonne de droite de l'unité de volume demandée.
> **Mettre une virgule à droite** du chiffre de l'unité de volume demandée.
> **Donner** la réponse dans l'unité de volume souhaitée.

• Pour effectuer un changement d'unité de volume avec des multiples ou sous-multiples du litre, on peut utiliser le tableau de conversion ci-dessous.

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
			hL	daL	L	dL	cL	mL			

> Procéder de même que ci-dessus en ne plaçant qu'un chiffre par colonne pour les multiples et sous-multiples du litre.

EXERCICE 1

Complétez.

a 6 mm^3 = 0,006 cm^3

b 18 dm^3 = 18 000 000 mm^3

c 97,4 cm^3 = 97 400 mm^3

d 3 dm^3 = 3 000 cm^3

e 0,45 dam^3 = 450 m^3

f 1 375 m^3 = 1,375 dam^3

EXERCICE 2

Complétez.

a 12 dm^3 = 12 L

b 53 204 mm^3 = 53,204 mL

c 44 dL = 4 400 cm^3

d 5,8 cm^3 = 0,58 cL

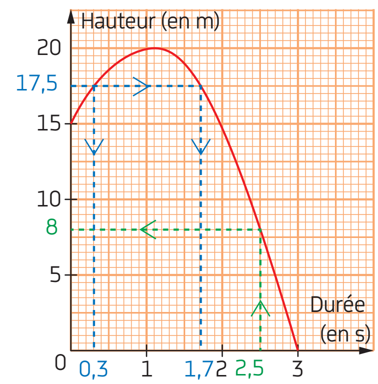
e 23,6 L = 23,6 dm^3

f 711 mL = 711 000 mm^3

méthode 10

Exploiter un graphique donné

Exemple → Le graphique représente la hauteur au-dessus du sol, en mètres, atteinte par un projectile pendant les 3 secondes qui suivent son lancement.



a. Donner la hauteur atteinte par le projectile 2,5°secondes après le lancement.

Le projectile est à 8 mètres au-dessus du sol 2,5°secondes après son lancement.

b. Au bout de combien de temps le projectile se trouve-t-il à 17,5 mètres au-dessus du sol ?

Le projectile est à 17,5°mètres au-dessus du sol 0,3°seconde et 1,7°seconde après son lancement.

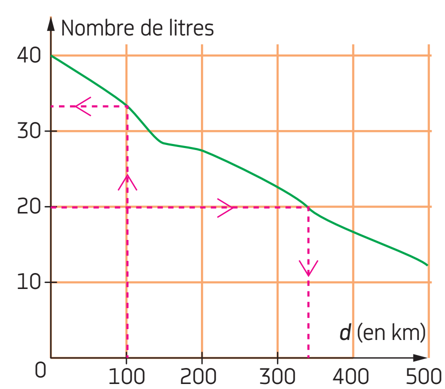
Méthode

- Dans l'exemple, **le chemin fléché vert** permet de déterminer la valeur de la grandeur en ordonnées à partir de la valeur d'une grandeur en abscisses.
> À partir de la valeur connue de l'abscisse, on monte verticalement jusqu'à la courbe, puis on se déplace horizontalement jusqu'à l'axe des ordonnées.

- Dans l'exemple, **le chemin fléché bleu** permet de déterminer la (les) valeur(s), de la grandeur en abscisses à partir de la valeur d'une grandeur en ordonnées.
> À partir de la valeur connue de l'ordonnée, on se déplace horizontalement jusqu'à la courbe et pour chacune des intersections on descend verticalement jusqu'à l'axe des abscisses.

EXERCICE

Le graphique ci-dessous donne le nombre de litres contenus dans le réservoir d'une voiture en fonction de la distance parcourue.



a **Donnez** le nombre de litres contenus dans le réservoir au départ.

Il y a 40 litres au départ.

b **Donnez** la quantité d'essence restante dans le réservoir au bout de 100 km.

Il reste environ 33 L d'essence.

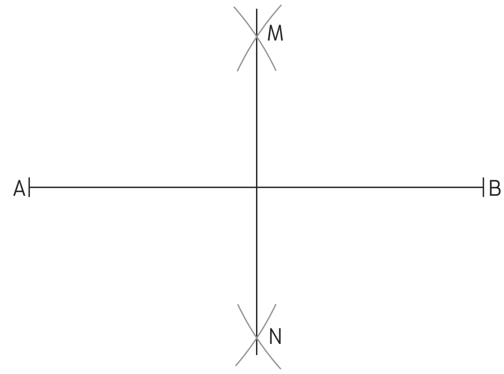
c **Donnez** la distance parcourue lorsqu'il reste 20 litres.

La voiture a parcouru 340 km environ.

Construire la médiatrice d'un segment à la règle et au compas

Exemple → Soit le segment [AB] ci-contre.
Tracer la médiatrice de ce segment.

La droite (MN) est la médiatrice du segment [AB].

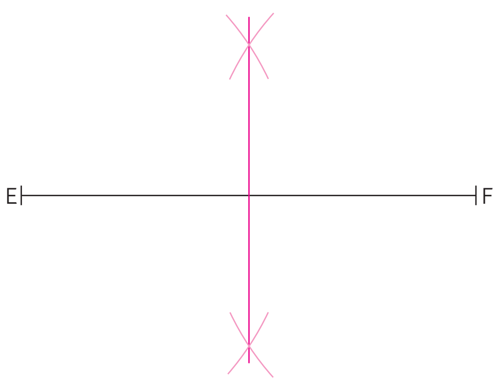


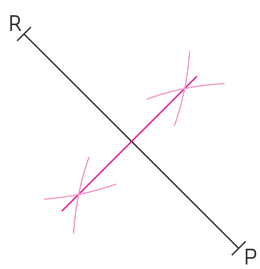
Méthode

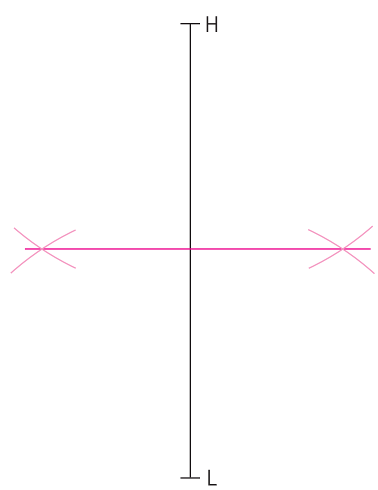
- **Prendre** une ouverture de compas supérieure à la moitié du segment.
- **Tracer** deux arcs de cercle de part et d'autre du segment en mettant la pointe du compas sur une extrémité du segment.
- En gardant le même rayon, **tracer** deux arcs de cercle de part et d'autre du segment en mettant la pointe du compas sur l'autre extrémité du segment. Les arcs tracés se coupent en deux points distincts.
- **Tracer** la droite passant par ces deux points ; cette droite est la médiatrice du segment.

EXERCICE 1

Construisez les médiatrices des segments suivants.



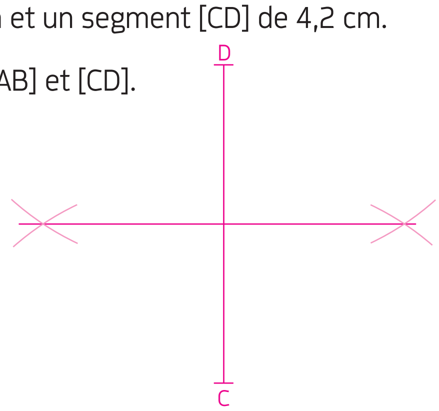


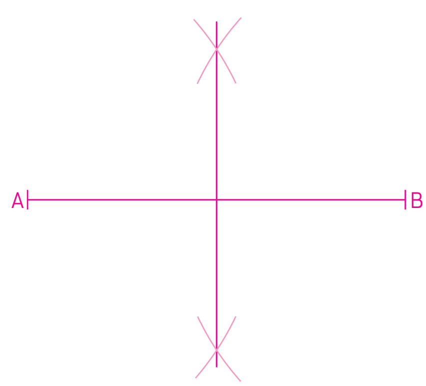


EXERCICE 2

a **Tracez** un segment [AB] de 5 cm et un segment [CD] de 4,2 cm.

b **Construisez** les médiatrices de [AB] et [CD].

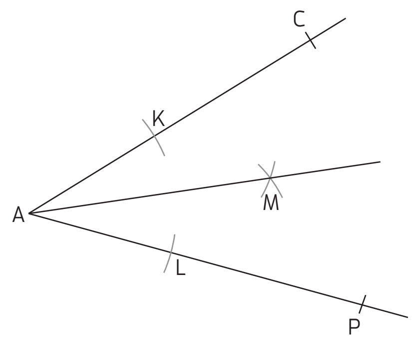




Construire la bissectrice d'un angle à la règle et au compas

EXEMPLE → Soit l'angle $\widehat{CAP}$ ci-contre.
Tracer la bissectrice de cet angle.

La demi-droite [AM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CAP}$.

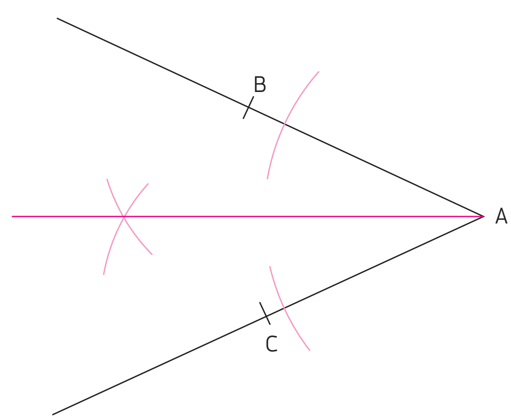


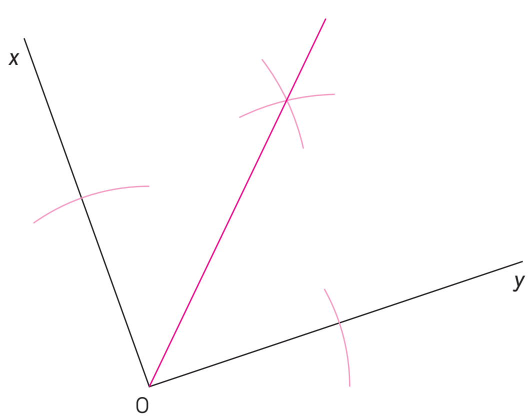
Méthode

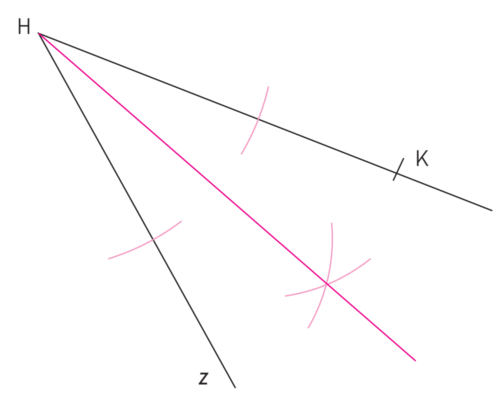
- **Prendre** une ouverture de compas fixe.
- **Tracer** un arc de cercle ayant pour centre le sommet de l'angle. Il coupe les deux côtés de l'angle en K et en L.
- **Tracer** un arc de cercle de centre K à l'intérieur de l'angle.
- **Tracer** un arc de cercle de centre L, de même rayon que le précédent, à l'intérieur de l'angle.
- **Noter** M le point d'intersection des deux arcs de cercle.
- **Tracer** la demi-droite passant par le sommet et le point M ; cette demi-droite est la bissectrice de l'angle.

EXERCICE

Tracez la bissectrice des angles ci-dessous à la règle et au compas.



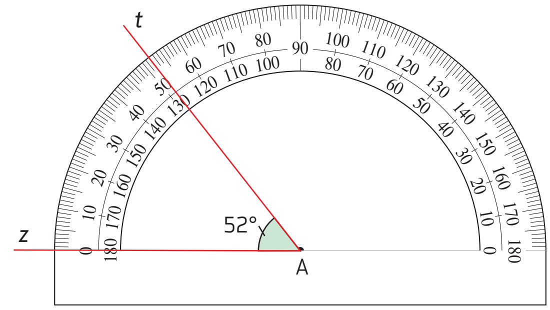




Tracer un angle de mesure donnée

méthode 13

EXEMPLE → Le point A étant donné, construire un angle $\widehat{zAt}$ de mesure 52°.

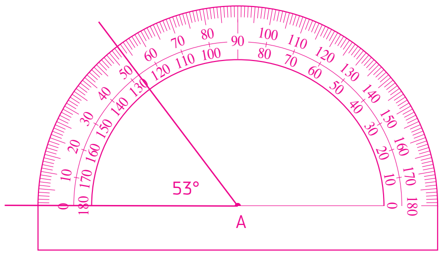


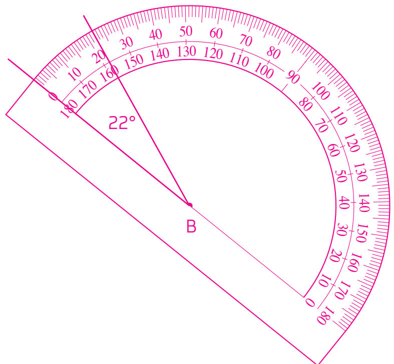
Méthode

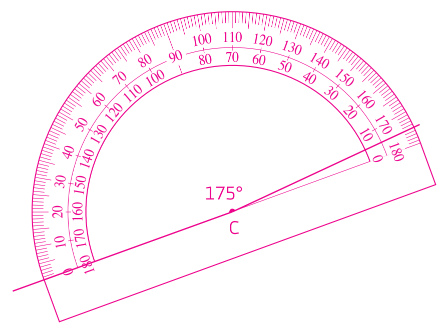
- **Tracer** un des côtés de l'angle et marquer le sommet.
- **Placer** le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle et le 0 de la graduation la plus pratique sur le côté de l'angle déjà tracé. Cela peut être la graduation intérieure ou extérieure du rapporteur.
- **Marquer** au bord du rapporteur un point correspondant à la mesure de l'angle souhaitée.
- **Enlever** le rapporteur et **tracer** la demi-droite passant par le sommet de l'angle et le point marqué.

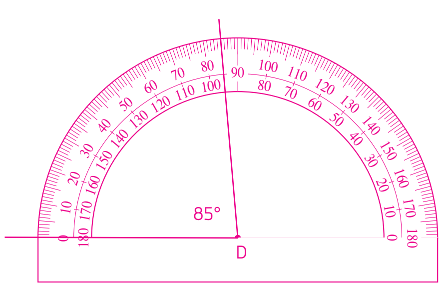
EXERCICE

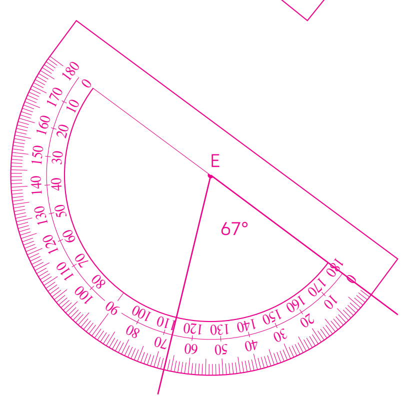
À l'aide du rapporteur, **tracez** les angles suivants mesurant°:
$\widehat{A} = 53$°°; $\widehat{B} = 22$°°; $\widehat{C} = 175$°°; $\widehat{D} = 85$°°; $\widehat{E} = 67$°°; $\widehat{F} = 113$°.

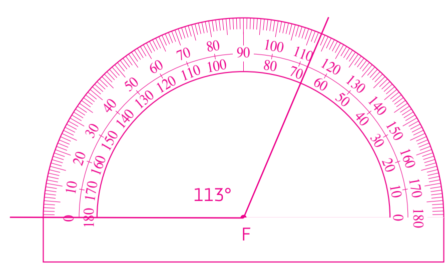






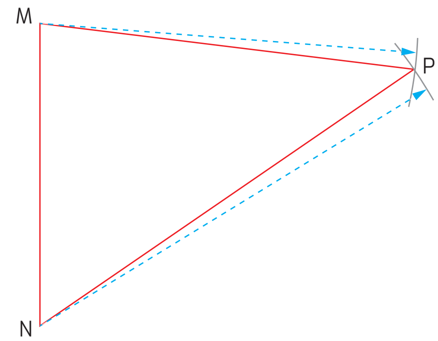






Construire un triangle dont on connaît les longueurs des trois côtés

Exemple → Tracer un triangle MNP tel que MN = 4 cm, MP = 5 cm et NP = 6 cm.



Méthode

- **Tracer** l'un des côtés et le nommer.
- **Prendre** une ouverture de compas ayant pour rayon la longueur d'un autre côté et tracer un arc de cercle à partir de l'extrémité correspondante du côté déjà tracé.
- **Prendre** une ouverture de compas ayant pour rayon la longueur du troisième côté et **tracer** à partir de l'autre extrémité du segment un arc de cercle du même côté de ce segment.
- Ces arcs se coupent au troisième sommet du triangle. **Joindre** les sommets.

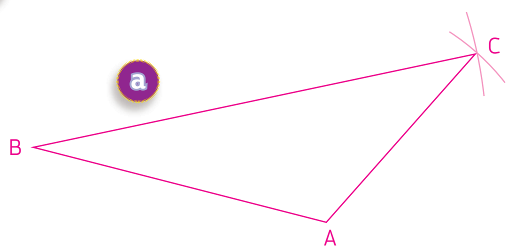
EXERCICE

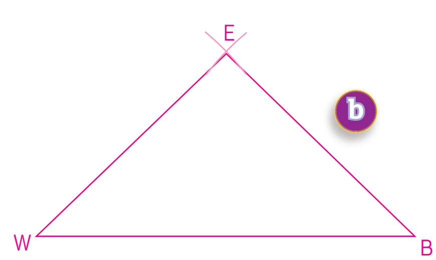
a **Construisez** un triangle BAC tel que AC = 3 cm, AB = 4 cm, BC = 6 cm.

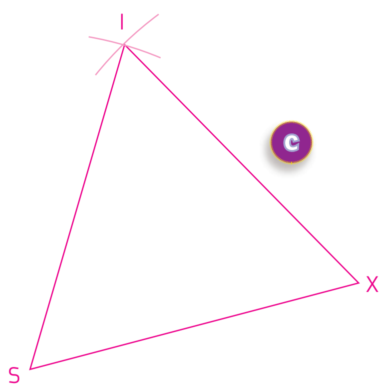
b **Construisez** un triangle isocèle WEB tel que WB = 5 cm et EB = EW = 3,5 cm.

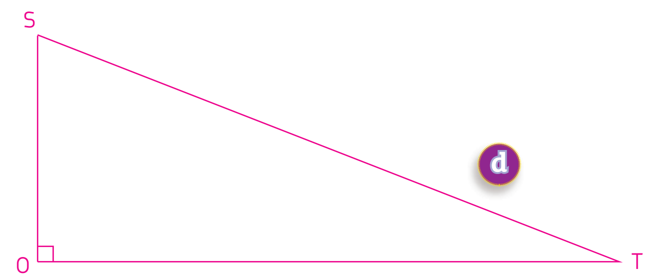
c **Construisez** un triangle équilatéral SIX de côté 4,5 cm.

d **Construisez** un triangle SOT rectangle en O tel que SO = 3 cm et OT = 7,7 cm.









Déterminer le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle

Exemple → Donner, à l'aide de la calculatrice, sin 73°, cos 42°, tan 30°. Arrondir au millième.

Avec une Casio fx-92 Collège	Avec une TI-Collège
Appuyer successivement sur les touches	Appuyer successivement sur les touches
sin 7 3 EXE, on obtient : sin 73° ≈ 0,956	sin 7 3 entrer, on obtient : sin 73° ≈ 0,956
cos 4 2 EXE, on obtient : cos 42°≈ 0,743	cos 4 2 entrer, on obtient : cos 42°≈ 0,743
tan 3 0 EXE, on obtient : tan 30° ≈ 0,577	tan 3 0 entrer, on obtient : tan 30° ≈ 0,577

Méthode

- **Configurer** la calculatrice en mode degré.
- **Appuyer** sur la séquence de touches suivantes pour calculer :

> le sinus d'un angle : sin **nombre** EXE ou sin **nombre** entrer
> le cosinus d'un angle : cos **nombre** EXE ou cos **nombre** entrer
> la tangente d'un angle : tan **nombre** EXE ou tan **nombre** entrer

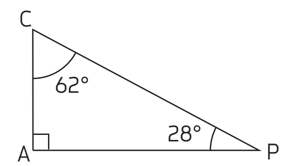
EXERCICE 1

Déterminez, à l'aide de la calculatrice, les rapports trigonométriques suivants. **Arrondissez** les valeurs au millième.

sin 42° ≈ 0,669	tan 57° ≈ 1,540	cos 66° ≈ 0,407
tan 17° ≈ 0,306	cos 47° ≈ 0,682	sin 89° ≈ 1,000
sin 26° ≈ 0,438	tan 2° ≈ 0,035	cos 33° ≈ 0,839
tan 32° ≈ 0,625	cos 74° ≈ 0,276	sin 2° ≈ 0,035

EXERCICE 2

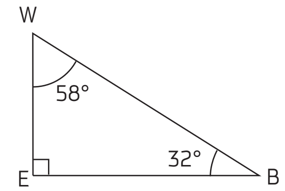
Déterminez, à l'aide de la calculatrice, les rapports trigonométriques des angles du triangle rectangle CAP. **Arrondissez** les valeurs au millième.



$\sin \widehat{C} \approx$ 0,883	$\cos \widehat{C} \approx$ 0,469	$\tan \widehat{C} \approx$ 1,881
$\sin \widehat{P} \approx$ 0,469	$\cos \widehat{P} \approx$ 0,883	$\tan \widehat{P} \approx$ 0,532

EXERCICE 3

Déterminez, à l'aide de la calculatrice, les rapports trigonométriques des angles du triangle rectangle WEB. **Arrondissez** les valeurs au millième.



$\sin \widehat{W} \approx$ 0,848	$\cos \widehat{W} \approx$ 0,530	$\tan \widehat{W} \approx$ 1,600
$\sin \widehat{B} \approx$ 0,530	$\cos \widehat{B} \approx$ 0,848	$\tan \widehat{B} \approx$ 0,625

méthode 16

Déterminer la mesure d'un angle aigu à partir de son sinus, de son cosinus ou de sa tangente

EXEMPLE → Déterminer la mesure de $\widehat{A}$, en degrés, si $\cos \widehat{A} = 0{,}309$; $\sin \widehat{A} = 0{,}951$; $\tan \widehat{A} = 3{,}077$.

Avec une Casio fx-92 Collège	Avec une TI-Collège
Appuyer successivement sur les touches seconde cos 0 , 3 0 9 EXE seconde sin 0 , 9 5 1 EXE seconde tan 3 , 0 7 7 EXE La valeur affichée arrondie à l'unité est $\widehat{A} \approx 72°$.	Appuyer successivement sur les touches 2nde cos 0 , 3 0 9 entrer 2nde sin 0 , 9 5 1 entrer 2nde tan 3 , 0 7 7 entrer La valeur affichée arrondie à l'unité est $\widehat{A} \approx 72°$.

▶▶▶ Méthode

- Configurer la calculatrice en mode degré.
- Appuyer sur la séquence de touches suivantes si on connaît :

> le sinus de l'angle° : seconde sin **nombre** EXE ou 2nde sin **nombre** entrer

> le cosinus de l'angle° : seconde cos **nombre** EXE ou 2nde cos **nombre** entrer

> la tangente de l'angle° : seconde tan **nombre** EXE ou 2nde cos **nombre** entrer

EXERCICE 1

Déterminez, à l'aide de la calculatrice, la mesure des angles aigus suivants. **Arrondissez** au degré.

Si $\sin \widehat{G} = 0{,}275$, alors $\widehat{G} \approx$ 16°

Si $\cos \widehat{I} = 0{,}428$, alors $\widehat{I} \approx$ 65°

Si $\sin \widehat{K} = 0{,}775$, alors $\widehat{K} \approx$ 51°

Si $\cos \widehat{L} = 0{,}123$, alors $\widehat{L} \approx$ 83°

Si $\tan \widehat{H} = 0{,}453$, alors $\widehat{H} \approx$ 24°

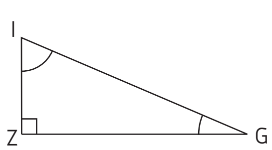
Si $\sin \widehat{J} = 0{,}874$, alors $\widehat{J} \approx$ 61°

Si $\tan \widehat{M} = 0{,}321$, alors $\widehat{M} \approx$ 18°

Si $\sin \widehat{N} = 0{,}876$, alors $\widehat{N} \approx$ 61°

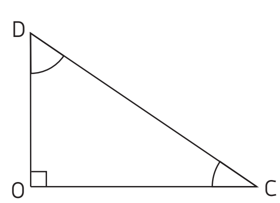
EXERCICE 2

Déterminez à l'aide de la calculatrice, la mesure des angles aigus dans les triangles suivants. **Arrondissez** au dixième.



Si $\sin \widehat{G} = 0{,}3939$, alors $\widehat{G} \approx$ 23,2°

Si $\cos \widehat{I} = 0{,}3939$, alors $\widehat{I} \approx$ 66,8°



Si $\tan \widehat{D} = 0{,}6796$, alors $\widehat{D} \approx$ 34,2°

Si $\sin \widehat{C} = 0{,}8271$, alors $\widehat{C} \approx$ 55,8°

Tableau récapitulatif des CCF

Unités du programme et chapitres évalués	CCF 1	CCF 2	CCF 3	CCF 4	CCF 5	CCF 6
Repérage						
Chapitre 1 Repérage				■		
Proportionnalité						
Chapitre 2 Proportionnalité et pourcentages	■	■	■	■	■	■
Chapitre 3 Situations de type linéaire				■		
Situations du premier degré						
Chapitre 4 Équations et problèmes du premier degré			■			
Statistique descriptive						
Chapitre 5 Tableaux et graphiques statistiques	■					
Chapitre 6 Calculs statistiques	■					
Notion de chance ou de probabilité						
Chapitre 7 Probabilités					■	
Géométrie plane						
Chapitre 8 Droites et angles						■
Chapitre 9 Figures géométriques planes		■				■
Chapitre 10 Symétries		■				
Chapitre 11 Périmètres et aires		■				
Géométrie dans l'espace						
Chapitre 12 Dans l'espace					■	■
Propriétés de géométrie plane						
Chapitre 13 Propriétés de Pythagore et de Thalès		■				
Relations trigonométriques dans le triangle rectangle						
Chapitre 14 Trigonométrie dans le triangle rectangle						■

Grille du CCF

Cette grille se trouve à la fin de chaque évaluation. Les bulles présentes sur cette page vous aident à mieux comprendre et interpréter le document.

1 • Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

Le professeur **liste les capacités** du programme mises en œuvre dans l'évaluation.

Le professeur **liste les connaissances** utilisées dans l'évaluation.

Capacités	
Connaissances	
Attitudes	

Le professeur indique les **attitudes observables** tout au long de l'évaluation.

2 • Évaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✔	✔	✔
S'approprier	• **Rechercher,** extraire et organiser l'information.				
Analyser Raisonner	• **Émettre** une conjecture, une hypothèse. • **Proposer** une méthode de résolution, un protocole expérimental.				
Réaliser	• **Choisir** une méthode de résolution, un protocole expérimental. • **Exécuter** une méthode de résolution, expérimenter, simuler.				
Valider	• **Contrôler** la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. • **Critiquer** un résultat, argumenter.				
Communiquer	• **Rendre** compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.				
			/10		

Les **pages 5 à 10** de ces Cahiers fournissent des explications et des exemples sur les compétences.

Les appels permettent au professeur de s'assurer de votre compréhension du problème et de votre capacité à **communiquer oralement**.

Le professeur juge du degré de maîtrise des capacités :
– vert : acquis,
– orange : en cours d'acquisition,
– rouge : non acquis.

Nom : ....
Prénom : ....
Date : .... Classe : ....

Domaines de connaissances > **Proportionnalité / Statistiques**

Durée : **30 minutes**

Vendre des glaces

Situation 1

Paulo décide de vendre des glaces du 1er juin au 31 août inclus à Hendaye au Pays basque.

Pour vendre ses glaces, Paulo hésite entre deux emplacements :
– une paillotte sur la plage ;
– une boutique en centre-ville.

Du 1er juin au 31 août, la location de la paillotte revient à 7 500 € et celle de la boutique à 5 520 €.

Pour l'aider à faire son choix, Paulo dispose d'informations sur les prévisions de vente en fonction de la météo.

Informations 1

> La météo à Hendaye

Entre le 1er juin et le 31 août inclus (c'est-à-dire 92 jours), on estime que˜:
- Le soleil brille 75˜% du temps.
- Le reste du temps, le temps est nuageux ou pluvieux.

Informations 2

> Prévisions du montant des ventes par jour selon la météo

	Soleil	Nuageux / pluvieux
La boutique	350 €	300 €
La paillotte	500 €	10 % des recettes d'un jour avec soleil

Problématique

Quel emplacement est le plus rentable pour Paulo si les prévisions de la météo sont exactes ?

1 • Prévision des ventes

1 a S'approprier / Valider — Paulo considère qu'il y aura 69 jours ensoleillés sur la période du 1er juin au 31 août. À l'aide des informations 1, **donnez** les détails de son calcul.

$92 \times 75 \div 100 = 69$ jours

1 b Réaliser — À l'aide des informations 2, **calculez** le montant total des ventes que Paulo peut prévoir si la solution de la boutique est retenue.

$350 \times 69 + 300 \times 23 = 31\ 050$ €

1 c Réaliser — **Calculez** le montant des ventes que l'on peut prévoir pour un jour de temps nuageux, si la solution de la paillotte est retenue.

$500 \times 10 \div 100 = 50$ €

1 d Réaliser Valider **Montrez** que le montant total des ventes que Paulo peut prévoir, si la solution de la paillotte est retenue, s'élève à 35 650 €.

$500 \times 69 + 50 \times 23 = 35\,650$ €

2 • Calcul du bénéfice que Paulo peut prévoir

Le bénéfice est la somme d'argent restant à Paulo une fois la location payée.

2 a Analyser **Cochez** la réponse exacte.

❒ bénéfice = montant des ventes + location
☒ bénéfice = montant des ventes – location
❒ bénéfice = location – montant des ventes

2 b Réaliser **Calculez** le bénéfice si la solution de la boutique est retenue.

$31\,050 - 5\,520 = 25\,530$ €

2 c Réaliser **Calculez** le bénéfice si la solution de la paillotte est retenue.

$35\,650 - 7\,500 = 28\,150$ €

2 d Valider **Cochez** la réponse exacete.

La solution la plus rentable pour Paulo est celle qui conduit au bénéfice :

☒ le plus grand ❒ le plus petit.

Communiquer **Appel n° 1 : Présentez** vos résultats au professeur.

2 e Communiquer **Répondez** à la problématique. **Justifiez**.

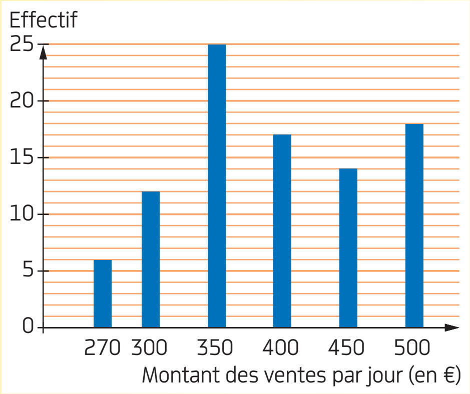
28 150 € > 25 530 €.

Donc la solution de la paillotte est la plus rentable pour Paulo si les prévisions de la météo se vérifient.

Situation 2

Paulo a loué une paillotte sur la plage à Hendaye pour vendre des glaces du 1er juin au 31 août.

Il a noté chaque jour le montant de ses ventes et résumé ses relevés à l'aide d'un diagramme en bâtons.



Problématique

Paulo considère que la saison a été bonne si le montant moyen des ventes par jour est supérieur à 400 €. Paulo a-t-il réalisé une bonne saison ?

3 S'approprier Réaliser **Complétez** le tableau des effectifs à l'aide du graphique.

Montant* des ventes par jour (en €)	270	300	350	400	450	500
Nombre de jours (effectif)	6	12	25	17	14	18

* Les ventes sont arrondies à la dizaine d'euros.

4 Analyser **Proposez** une méthode qui permette de répondre à la problématique. Aucun calcul n'est demandé.

On calcule le montant moyen des ventes par jour et on le compare à 400 €.

Le montant moyen des ventes par jour peut se faire à l'aide des fonctions statistiques de la calculatrice ou par le calcul.

Communiquer **Appel n° 2 : Expliquez** votre démarche au professeur.

5 Réaliser **Mettez en œuvre** la méthode validée par le professeur.

Montant total des ventes sur 92 jours :

$270 \times 6 + 300 \times 12 + 350 \times 25 + 400 \times 17 + 450 \times 14 + 500 \times 18 = 36\,070$ €.

Montant moyen des ventes par jour $= 36\,070 \div 92 \approx 392$ €.

6 Valider Communiquer **Répondez** à la problématique. **Justifiez**.

392 € < 400 €. Donc Paulo considère que la saison n'a pas été bonne.

Grille du CCF 1

1. Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

Capacités	• **Effectuer** soit mentalement, soit «˜à la main˜», soit à la calculatrice un calcul isolé sur des nombres en écriture décimale • **Comparer** deux nombres en écriture décimale • **Traiter** des problèmes de pourcentages de la vie courante • **Lire** les données d'une série statistique représentées graphiquement • **Calculer** la moyenne d'une série statistique
Connaissances	• Opérations sur les nombres en écriture décimale • Comparaison de nombres en écriture décimale • Proportionnalité • Statistiques à une variable
Attitudes	• Goût de chercher et de raisonner • Rigueur et précision

2. Évaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✔	✔	✔
S'approprier	• **Rechercher,** extraire et organiser l'information.	1 a 3			
Analyser Raisonner	• **Émettre** une conjecture, une hypothèse. • **Proposer** une méthode de résolution, un protocole expérimental.	2 a 4			
Réaliser	• **Choisir** une méthode de résolution, un protocole expérimental. • **Exécuter** une méthode de résolution, expérimenter, simuler.	1 b 1 c 1 d 2 b 2 c 3 5			
Valider	• **Contrôler** la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. • **Critiquer** un résultat, argumenter.	1 a 1 d 2 d 6			
Communiquer	• **Rendre** compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.	n° 1 2 e n° 2 6			

Nom : ....

Prénom : ....

Date : .... Classe : ....

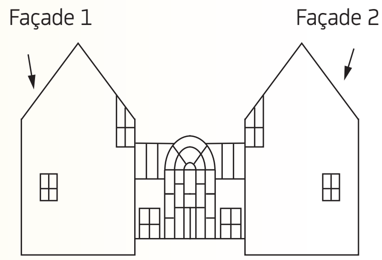
Domaines de connaissances > **Symétries / Figures géométriques planes**
Périmètres et aires dans le plan
Théorème de Pythagore

Durée : **30 minutes**

Préparer un ravalement

Situation 1

Un peintre est chargé de réaliser le ravalement des deux façades d'un bâtiment qui sont très exposées à l'humidité et au vent.
Le peintre doit utiliser un échafaudage qui permettra d'atteindre le haut des façades 1 et 2 qui ont la même hauteur.



Problématique

Quelle hauteur d'échafaudage doit-il prévoir ?

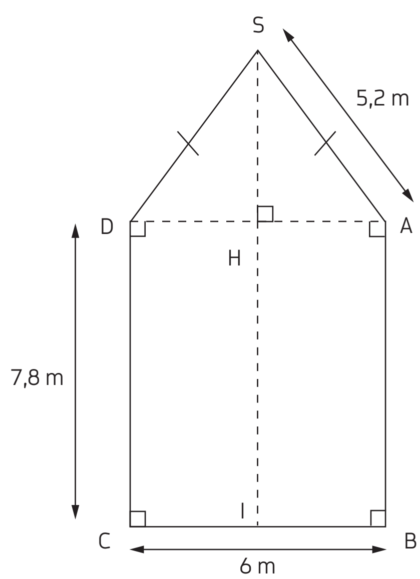
a S'approprier

Entourez la bonne réponse.

ABCD est un :
- carré ;
- losange ;
- rectangle ;
- trapèze.

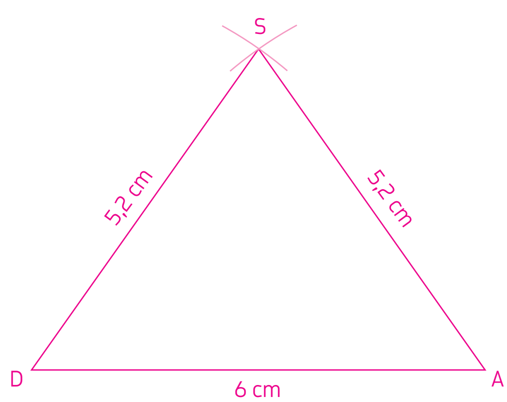
SAD est un triangle :
- rectangle ;
- isocèle ;
- équilatéral.

Le schéma est une modélisation des façades, il n'est pas à l'échelle.



b Réaliser

Construisez le triangle SAD à l'échelle 1/100.



c Analyser / Communiquer

Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique. Attention les calculs ne sont pas demandés.

Il faut connaître la hauteur d'une façade, c'est-à-dire la longueur SI.

D'abord on calcule la longueur SH à l'aide de la propriété de Pythagore appliquée dans le triangle ASH rectangle en H,

puis on lui ajoute la hauteur HI.

Communiquer

Appel n° 1 : Présentez votre méthode au professeur.

d Réaliser

Mettez en œuvre la méthode validée par le professeur. **Arrondissez** au centième si nécessaire.

$AH = 3$ m

$SH = \sqrt{5{,}2^3 - 3^2} \approx 4{,}25$ m

$SI = SH + HI = 4{,}25 + 7{,}8 = 12{,}05$ m

e Communiquer

Répondez à la problématique.

Le peintre doit prévoir une hauteur d'échafaudage de 12 m.

Situation 2

Pour le ravalement des façades, le peintre a acheté 3 pots de 12 litres d'une peinture ne nécessitant qu'une seule couche.

Sur chaque façade, la partie vitrée est de 5 m².

Voici les caractéristiques de la peinture choisie.

Rendement : **1 litre pour 8 m²** environ. Peinture **monocouche** vendue en **pots de 5 L ou 12 L**.

Problématique

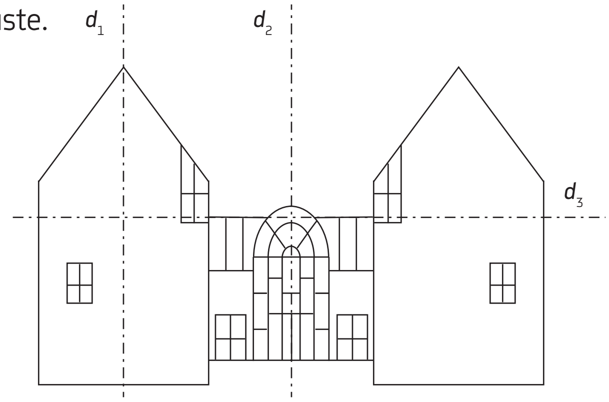
Le peintre a-t-il acheté la bonne quantité de peinture pour effectuer le ravalement des deux façades ?

f S'approprier

Cochez, pour chaque droite, la réponse qui vous semble juste.

Cette figure est symétrique par rapport :

- à la droite d_1 : ☐ vrai ☒ faux.
- à la droite d_2 : ☒ vrai ☐ faux.
- à la droite d_3 : ☐ vrai ☒ faux.

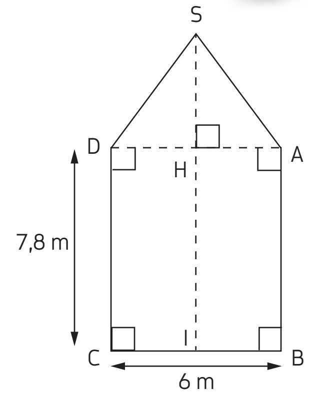


g Analyser / Communiquer

Expliquez pourquoi il est suffisant de calculer l'aire d'une seule façade pour connaître l'aire totale à peindre.

Les deux façades sont symétriques par rapport à la droite d_2, elles ont les mêmes dimensions et donc la même aire.

Si on calcule l'aire d'une façade, il suffira de la doubler pour avoir l'aire totale.



h Réaliser **Calculez**, en m², l'aire du triangle SAD en prenant SH = 4,25 m.

Aire du triangle SAD $= 6 \times 4{,}25 \div 2 = 12{,}75$

L'aire du triangle SAD est 12,75 m².

i Réaliser **Calculez**, en m², l'aire du rectangle ABCD.

Aire du rectangle ABCD $= 6 \times 7{,}8 = 46{,}8$

L'aire du rectangle ABCD est 46,8 m².

j Réaliser **Déduisez**-en l'aire de la zone à peindre pour une façade (il faut tenir compte de la partie vitrée).

Aire de la zone à peindre = aire de la façade – aire de la partie vitrée

Aire de la zone à peindre $= 12{,}75 + 46{,}8 - 5 = 54{,}55$

L'aire de la zone à peindre pour une façade est 54,55 m².

k Réaliser **Calculez** la quantité de peinture, en litres, nécessaire pour le ravalement des deux façades.

L'aire de la zone totale à peindre est 109,1 m² car $54{,}55 \times 2 = 109{,}1$.

Sachant qu'1 L de peinture monocouche permet de couvrir 8 m² :

$109{,}1 \div 8 \approx 13{,}64$. Il faut donc environ 14 L de peinture.

l Valider Communiquer **Répondez** à la problématique. Justifiez.

$3 \times 12 = 36$

Le peintre a acheté 36 litres de peinture ce qui est beaucoup trop.

Il aurait dû prendre un pot de 12 L et un pot de 5 L, cela aurait été largement suffisant (> 14 L) pour peindre les deux façades.

Communiquer **Appel n° 2** : **Présentez** la réponse à la problématique au professeur.

Grille du CCF 2

1. Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

Capacités	• **Identifier** dans une figure donnée un triangle isocèle, un triangle rectangle et un rectangle • **Tracer** un triangle connaissant les longueurs des trois côtés • **Convertir,** en utilisant les unités du système métrique, des volumes • **Calculer** la longueur d'un côté d'un triangle rectangle • **Identifier** dans une figure donnée une droite comme axe de symétrie • **Calculer** l'aire d'un triangle, d'un rectangle • **Traiter** des problèmes relatifs à deux suites de nombres proportionnelles
Connaissances	• Polygones usuels • Unités de longueur, unités d'aires • Propriété de Pythagore • Axe de symétrie • Proportionnalité
Attitudes	• Goût de chercher et de raisonner • Rigueur et précision • Esprit critique

2. Évaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✔ (rouge)	✔ (orange)	✔ (vert)
S'approprier	• **Rechercher,** extraire et organiser l'information.	a f			
Analyser Raisonner	• **Émettre** une conjecture, une hypothèse. • **Proposer** une méthode de résolution, un protocole expérimental.	c g			
Réaliser	• **Choisir** une méthode de résolution, un protocole expérimental. • **Exécuter** une méthode de résolution, expérimenter, simuler.	b d h i j k			
Valider	• **Contrôler** la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. • **Critiquer** un résultat, argumenter.	l			
Communiquer	• **Rendre** compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.	c n° 1 e g l n° 2			

Nom : ....

Prénom : ....

Date : .... Classe : ....

CCF 3

Domaines de connaissances > **Proportionnalité**

Équations du premier degré à une inconnue

Durée : **30 minutes**

S'occuper de son chien

Situation 1

Passionné d'athlétisme, Hector s'entraîne à la course sur 400 mètres avec son ami Achille et son chien Ajax.

Hector court la distance de 400 m en 1 min 5 s. Achille court les 200 premiers mètres en 28 s et les 200 derniers mètres en 35 s.

Quant au chien Ajax, il court le 400 m à la vitesse moyenne de 26 km/h.

Problématique

Qui d'Hector, Achille ou Ajax court le plus vite le 400 mètres ?

1 • Conversion

1 a S'approprier **Cochez** la ou les bonnes réponses.

Sachant que 1 h = 60 min et 1 min = 60 s :

☒ 1 h = 60 × 60 s ☐ 1 h = 60 s ☒ 1 h = 3 600 s.

1 b S'approprier **Cochez** la ou les bonnes réponses.

☐ 1 km = 10 m ☐ 1 km = 100 m ☒ 1 km = 1 000 m.

2 • Proposition d'une méthode

Analyser Communiquer **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique. On ne demande pas de faire les calculs.

Une méthode possible est de calculer le temps, dans la même unité, mis par Hector, Achille et Ajax pour parcourir les 400 mètres.

Ensuite, il faut comparer ces temps sachant que le temps le plus petit correspond au coureur le plus rapide.

Une autre méthode est le calcul de la vitesse, dans la même unité, de chacun des participants à la course. Le plus rapide est celui qui a la plus grande vitesse.

Communiquer **Appel n° 1 : Appelez** le professeur pour présenter votre méthode.

3 • Mise en œuvre de la méthode

Réaliser

Mettez en œuvre la méthode validée par le professeur. **Pensez** à détailler les calculs.

Calculs des temps en secondes :

Temps d'Hector : 1 min 5 s = 60 s + 5 s = 65 s

Temps d'Achille : 28 s + 35 s = 63 s

Pour Ajax, il faut d'abord convertir sa vitesse en m/s : 26 km/h = $\frac{26\,000}{3\,600} \approx 7{,}22$ m/s.

Ensuite, il faut calculer le temps en utilisant la formule : temps = $\frac{\text{distance}}{\text{vitesse}}$

Temps d'Ajax : $\frac{400}{7{,}22} \approx 55{,}4$ s

4 • Réponse à la problématique

Valider
Communiquer

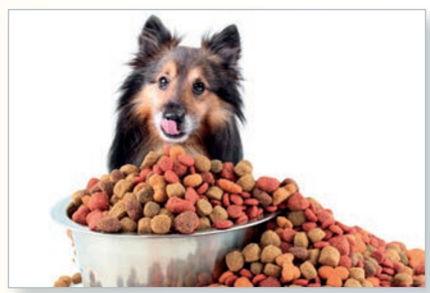
Écrivez une phrase pour répondre à la problématique en justifiant.

55,4 < 63 < 65.

C'est Ajax qui court le plus vite le 400 mètres devant Achille, puis Hector.

Situation 2

Hector achète la nourriture pour son chien soit en magasin, soit par Internet sur le site *Monb ub u*.



	En magasin	Sur le site *Montoutou*
Croquettes *Crocdor*	18 € le sac	3 sacs pour 45,60 €

En janvier, il a acheté 4 sacs de croquettes *Crocdor* en magasin. Avec sa carte de fidélité, il a bénéficié d'une réduction de 2 %.
En mars, il a commandé sur Internet 2 sacs de croquettes et 8 paquets de friandises *Bones* pour chien auxquels il fallait ajouter des frais d'envoi qui s'élevaient à 7,92 €.
Hector a payé exactement le même prix en janvier et en mars.

Problématique

Quel est le prix d'un paquet de friandises *B ne* pour chien sur le site internet *Monb ub u* ?

5 • Achat en magasin

Réaliser
Valider

Vérifiez que le prix payé en magasin par Hector pour l'achat des 4 sacs de croquettes *Crocdor* est 70,56 €.

Prix des 4 sacs sans remise : 4 × 18 = 72 €.

Valeur de la remise : 72 × 2 ÷ 100 = 1,44 €.

Prix des 4 paquets avec la remise de 2 % = 72 – 1,44 = 70,56 €.

Le prix payé en magasin par Hector pour l'achat des 4 sacs de croquettes *B* est bien 70,56 €.

6 • Achat par Internet

6 a
S'approprier
Réaliser

Calculez le prix d'un sac de croquettes *Crocdor* vendu sur le site internet *Montoutou*.

Prix d'un sac de croquettes : 45,60 ÷ 3 = 15,20 €.

Le prix d'un sac de croquettes *B* vendu sur le site internet *M* est 15,20 €.

6 b S'approprier Analyser **Cochez** la ou les bonnes réponses.

Si x est le prix du sachet de friandises *Bones*, le prix total payé par Hector sur Internet est :

- ☐ $2x + 8x + 7{,}92$
- ☐ $2 \times 15{,}2 + 8x$
- ☒ $2 \times 15{,}2 + 8x + 7{,}92$

7 • Résolution d'une équation

7 a Analyser **Proposez** une équation traduisant le problème.

$2 \times 15{,}2 + 8x + 7{,}92 = 70{,}56$

Communiquer **Appel n° 2 : Appelez** le professeur pour justifier la réponse **7a**.

7 b Réaliser **Résolvez** l'équation validée par le professeur.

$2 \times 15{,}2 + 8x + 7{,}92 = 70{,}56$

$30{,}4 + 8x + 7{,}92 = 70{,}56$

$38{,}32 + 8x = 70{,}56$

$8x = 70{,}56 - 38{,}32$

$8x = 32{,}24$

$x = \dfrac{32{,}24}{8}$

$x = 4{,}03$

8 • Réponse à la problématique

Communiquer **Répondez** à la problématique.

Le prix d'un paquet de friandises *B* pour chien sur le site internet *M* est 4,03 €.

Grille du CCF 3

1. Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

Capacités	• **Traiter** des problèmes relatifs à deux suites de nombres proportionnelles • **Résoudre** algébriquement une équation du type $ax + b = c$ où x est l'inconnue • **Résoudre** un problème dont la formalisation conduit à une équation du type précisé ci-dessus
Connaissances	• Proportionnalité • Équations du premier degré
Attitudes	• Goût de chercher et de raisonner • Rigueur et précision • Esprit critique

2. Évaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✔	✔	✔
S'approprier	• **Rechercher,** extraire et organiser l'information.	1 a 1 b 6 a 6 b			
Analyser Raisonner	• **Émettre** une conjecture, une hypothèse. • **Proposer** une méthode de résolution, un protocole expérimental.	2 6 b 7 a			
Réaliser	• **Choisir** une méthode de résolution, un protocole expérimental. • **Exécuter** une méthode de résolution, expérimenter, simuler.	3 5 6 a 7 b			
Valider	• **Contrôler** la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. • **Critiquer** un résultat, argumenter.	4 5			
Communiquer	• **Rendre** compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.	2 n° 1 4 n° 2 8			

Nom : ....

Prénom : ....

Date : .... Classe : ....

CCF 4

Domaines de connaissances > **Repérage / Proportionnalité / Fonction linéaire**

Durée : **30 minutes**

Choisir une entreprise

Situation 1

Vous envisagez de solliciter une entreprise de nettoyage pour entretenir les locaux de votre entreprise.

Le responsable de gestion fait un appel d'offre et vous recevez les propositions des entreprises suivantes :

BIOCLEANER qui utilise des produits d'entretien respectueux de l'environnement et propose un forfait de 2 300 € quelle que soit l'aire de la surface à nettoyer.

MENAGÉVOUS qui vous assure d'un nettoyage parfait pour 1,55 €/m².

REMUMENAGE qui garantit un service ultrarapide et qui vous fournit les tarifs suivants.

Surface à nettoyer (en m²) ***x***	100	500	1 000	1 300	2 000
Prix (en €) ***y***	600	1 000	1 500	1 800	2 500

Votre entreprise fait 1 500 m² et le responsable de gestion vous accorde un budget de 2 100 € pour le nettoyage de votre entreprise.

Problématique

Quelle(s) entreprise(s) peuvent être choisie(s) sans dépasser le budget réservé au nettoyage ?

1 • Étude de l'entreprise BIOCLEANER

S'approprier

Expliquez ce que signifie l'expression « forfait de 2 300 € » pour l'entreprise BIOCLEANER.

Cela signifie que, quelle que soit l'aire de la surface à nettoyer, le prix à payer sera de 2 300 €.

2 • Étude de l'entreprise MENAGÉVOUS

2 a S'approprier / Analyser

Cochez, parmi les égalités suivantes, celle qui correspond à l'entreprise MENAGÉVOUS.
On désigne par x l'aire de la surface à nettoyer, en m², et par y, le prix du nettoyage, en €.

❐ $x = 1{,}55 \times y$ ☒ $y = 1{,}55 \times x$ ❐ $y = 1{,}55 \div x$ ❐ $= 1{,}55\,\dfrac{x}{y}$

Communiquer

Appel n° 1 : Justifiez oralement votre choix au professeur.

2 b Réaliser

Complétez le tableau ci-dessous à l'aide de l'égalité que vous avez choisie pour l'entreprise MENAGÉVOUS.

Surface à nettoyer (en m²) ***x***	1	100	1 000	1 300	2 000
Prix (en €) ***y***	1,55	155	1 550	2 015	3 100

2 c Valider Communiquer **Dites** si ce tableau est un tableau de proportionnalité. **Justifiez** votre réponse.

$\frac{1,55}{1} = 1,55$ $\frac{155}{100} = 1,55$ $\frac{1\,550}{1\,000} = 1,55$ $\frac{2\,015}{1\,300} = 1,55$ $\frac{3\,100}{2\,000} = 1,55$

Les rapports $\frac{\text{prix (en €)}}{\text{surface à nettoyer (en m}^2\text{)}}$ sont tous égaux ; le tableau est donc un tableau de proportionnalité.

2 d Analyser Communiquer **Calculez** le prix, en euros, que l'entreprise MENAGÉVOUS demandera pour l'entretien des sols de votre entreprise.

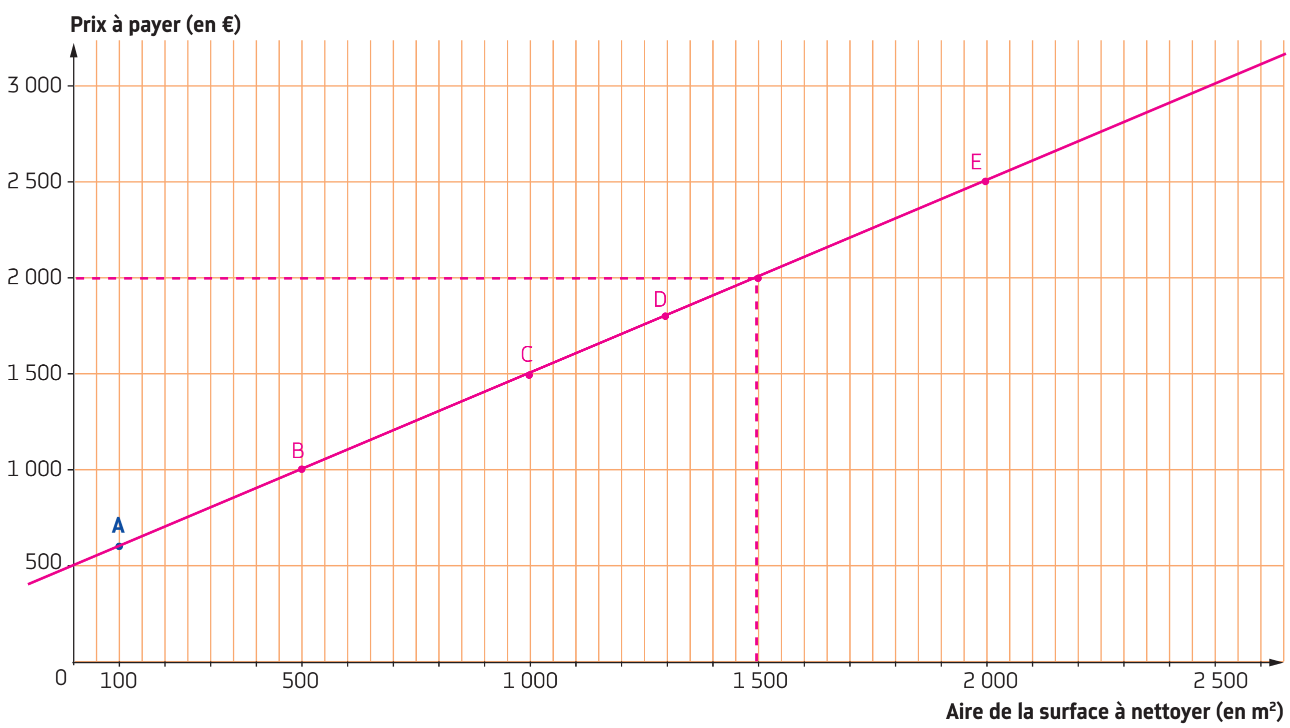
$1,55 \times 1\,500 = 2\,325$

L'entreprise MENAGÉVOUS demandera 2 325 € pour l'entretien des 1 500 m² de l'entreprise.

Communiquer **Appel n° 2 : Expliquez** votre calcul au professeur.

3 • Étude de l'entreprise REMUMENAGE

3 a S'approprier Réaliser **Placez**, dans le repère, les points dont les coordonnées sont données par colonne dans le tableau de l'entreprise REMUMENAGE dans la situation page précédente. Le point A (100 ; 600) est déjà placé.
Joignez les points obtenus.



3 b S'approprier **Cochez** la bonne réponse.
Les points obtenus :

☒ sont alignés

❐ ne sont pas alignés.

3 c Analyser Communiquer **Dites** si ce graphique permet d'affirmer qu'il y a proportionnalité entre l'aire de la surface à nettoyer, en m², et le prix du nettoyage, en euros. **Justifiez** votre réponse.

Il n'y a pas proportionnalité entre l'aire de la surface à nettoyer (en m²) et le prix du nettoyage (en €) car la droite qui passe par ces points ne passe pas par le point de coordonnées (0 ; 0).

3 d Réaliser **Déterminez** graphiquement, pour l'entreprise REMUMENAGE, le prix du nettoyage pour l'aire de la surface de votre entreprise. Vous laisserez apparents les traits de lecture.

Pour 1 500 m², on peut lire que le prix du nettoyage s'élève à 2 000 €.

4 • Exploitation des résultats

Valider Communiquer **Répondez** à la problématique posée. **Justifiez** votre réponse.

Pour une aire de 1 500 m² :

– l'entreprise BIOCLEANER demande 2 300 € ;

– l'entreprise MENAGÉVOUS demande 2 325 € ;

– l'entreprise REMUMENAGE demande 2 000 €.

Le budget à ne pas dépasser étant de 2 100 €, seule l'entreprise REMUMENAGE convient.

Grille du CCF 4

1. Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

Capacités	• **Traiter** des problèmes relatifs à deux suites de nombres proportionnelles • Une situation de type linéaire étant proposée par l'une des formes suivantes : tableau numérique, expression algébrique, représentation graphique, **passer** d'un mode de représentation à chacun des deux autres • Dans un plan muni d'un repère orthogonal : – **Placer** un point du plan connaissant ses coordonnées – **Déterminer** graphiquement l'ordonnée d'un point d'une courbe, son abscisse étant donnée
Connaissances	• Suites de nombres proportionnelles • Fonction linéaire • Repérage
Attitudes	• Goût de chercher et de raisonner • Rigueur et précision • Esprit critique

2. Évaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✔	✔	✔
S'approprier	• **Rechercher,** extraire et organiser l'information.	1 2 a 3 a 3 b			
Analyser Raisonner	• **Émettre** une conjecture, une hypothèse. • **Proposer** une méthode de résolution, un protocole expérimental.	2 a 2 d 3 c			
Réaliser	• **Choisir** une méthode de résolution, un protocole expérimental. • **Exécuter** une méthode de résolution, expérimenter, simuler.	2 b 3 a 3 d			
Valider	• **Contrôler** la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. • **Critiquer** un résultat, argumenter.	2 c 4			
Communiquer	• **Rendre** compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.	n° 1 2 c 2 d n° 2 3 c 4			

Nom : ....

Prénom : ....

Date : .... Classe : ....

CCF 5

Domaines de connaissances > **Fractions / Proportionnalité / Volumes / Notion de probabilité**

Durée : **30 minutes**

Préparer une fête

Situation 1

Louane organise une fête pour ses nombreux amis. Elle prévoit comme dessert un gâteau à trois étages.

Chaque étage du gâteau a 6 cm de hauteur.

• Le gâteau ① est un parallélépipède rectangle à base carrée.

Le côté de sa base mesure 24 cm.

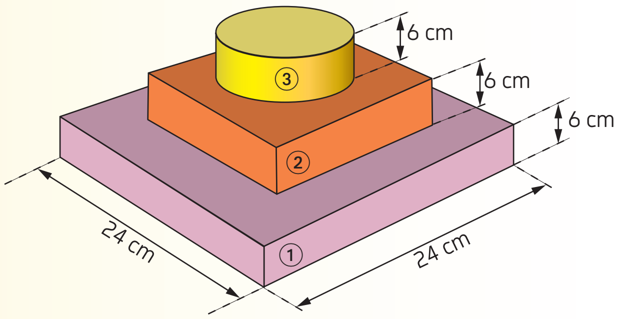
• Le gâteau ② est aussi un parallélépipède rectangle à base carrée.

Le côté de sa base est les $\frac{2}{3}$ de celui du gâteau ①.

• Le gâteau ③ est un cylindre dont le rayon est $\frac{1}{5}$ du côté du gâteau ①.

Le traiteur a indiqué à Louane que 10 cm^3 de gâteau ont une masse de 12 g.

Le volume et la masse du gâteau sont proportionnels.



Rappels

Volume d'un parallélépipède rectangle
= aire de la base × hauteur

Volume d'un cylindre
= π × rayon² × hauteur

Problématique

Sachant qu'il faut compter 130 g de gâteau par invité, Louane a-t-elle prévu suffisamment de gâteau pour ses 44 amis et elle ?

a S'approprier / Réaliser

Cochez la réponse exacte.

Le côté de la base du gâteau ② mesure :

☒ 16 cm ❒ 18 cm ❒ 20 cm.

b S'approprier / Réaliser

Calculez, en centimètres, le rayon de la base du gâteau ③.

$24 \times \frac{1}{5} = 4{,}8$ cm

c Analyser

Proposez une méthode pour calculer le volume total du gâteau. Aucun calcul n'est demandé.

On calcule le volume de chaque gâteau en appliquant les formules données dans les rappels et on additionne les 3 volumes.

....

Communiquer

Appel n° 1 : Expliquez votre démarche au professeur.

d Réaliser

Calculez, en cm^3, le volume total du gâteau en mettant en œuvre votre méthode. **Arrondissez** les résultats à l'unité si nécessaire.

Volume du gâteau ① : $24 \times 24 \times 6 = 3\,456$ cm^3

Volume du gâteau ② : $16 \times 16 \times 6 = 1\,536$ cm^3

Volume du gâteau ③ : $\pi \times 4{,}8^2 \times 6 \approx 434$ cm^3 (valeur arrondie à l'unité)

Volume total du gâteau : $3\,456 + 1\,536 + 434 = 5\,426$ cm^3

e Réaliser

Le volume total du gâteau est proche de 5 500 cm^3. **Calculez**, en grammes, la masse du gâteau.

$1{,}2 \times 5\,500 = 6\,600$ g (ou $1{,}2 \times 5\,426 = 6\,511{,}2$ g)

f Réaliser Communiquer

Répondez à la problématique. **Justifiez.**

Masse de gâteau nécessaire : $130 \times 45 = 5\,850$ g

$5\,850$ g $< 6\,600$ g. Le gâteau est donc assez gros.

Situation 2

Louane prévoit un jeu pour amuser ses 44 invités. Elle-même ne participe pas car elle organise le jeu. Elle veut former deux équipes, celle des blancs et celle des bleus.

Elle prépare un sac contenant 22 papiers blancs et 22 papiers bleus. Elle propose à chacun des 44 participants de tirer un papier dans le sac.

Hugo et Quentin participent au tirage.

Hugo est le premier des participants à tirer un papier dans la boîte.

Problématique

Quand vient le tour de Quentin, 9 papiers blancs et 12 papiers bleus ont déjà été tirés. Quentin dit : « J'ai plus de chance d'être dans l'équipe des blancs que dans l'équipe des bleus ».
Quentin a-t-il raison ?

g S'approprier

Calculez la probabilité qu'Hugo soit dans l'équipe des blancs. **Donnez** l'écriture fractionnaire et l'écriture décimale de cette probabilité.

$\frac{22}{44} = \frac{1}{2} = 0{,}5$. Hugo a une chance sur deux d'être dans l'équipe des blancs.

h Analyser

Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique. Attention les calculs ne sont pas demandés.

On calcule le nombre de papiers restants pour chaque couleur.

Les élèves peuvent ensuite soit raisonner directement sur le nombre de papiers restants, soit passer par un calcul de probabilités.

i Réaliser

Mettez en œuvre votre méthode en justifiant.

Il reste 13 papiers blancs et 10 papiers bleus sur 23 papiers.

Il reste plus de papiers blancs que de bleus. Donc Quentin a plus de chance d'être dans l'équipe des blancs que dans l'équipe des bleus.

Ou P (blanc) $= \frac{13}{23} \approx 0{,}565$; P(bleu) $= \frac{10}{23} \approx 0{,}435$.

j Valider Communiquer

Répondez à la problématique.

P(blanc) > P(bleu). Donc Quentin a raison.

Communiquer

Appel n° 2 : Présentez votre travail au professeur.

Grille du CCF 5

1. Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

Capacités	• **Calculer** un produit de la forme $c \times \frac{a}{b}$ • **Traiter** des problèmes relatifs à deux suites de nombres proportionnelles • **Calculer** le volume d'un parallélépipède rectangle • **Calculer** le volume d'un cylindre de révolution • **Utiliser** des notions élémentaires des probabilités dans des contextes familiers d'expérimentation
Connaissances	• Nombres en écriture fractionnaire • Proportionnalité • Unités de volume • Notion de chance ou de probabilité
Attitudes	• Goût de chercher et de raisonner • Rigueur et précision • Esprit critique

2. Évaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✔	✔	✔
S'approprier	• **Rechercher,** extraire et organiser l'information.	a b g			
Analyser Raisonner	• **Émettre** une conjecture, une hypothèse. • **Proposer** une méthode de résolution, un protocole expérimental.	c h			
Réaliser	• **Choisir** une méthode de résolution, un protocole expérimental. • **Exécuter** une méthode de résolution, expérimenter, simuler.	a b d e f i			
Valider	• **Contrôler** la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. • **Critiquer** un résultat, argumenter.	j			
Communiquer	• **Rendre** compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.	n° 1 f n° 2 j			

Nom : ....

Prénom : ....

Date : .... Classe : ....

CCF 6

Domaines de connaissances > **Proportionnalité / Aires et volumes / Trigonométrie dans le triangle rectangle**

Durée : **30 minutes**

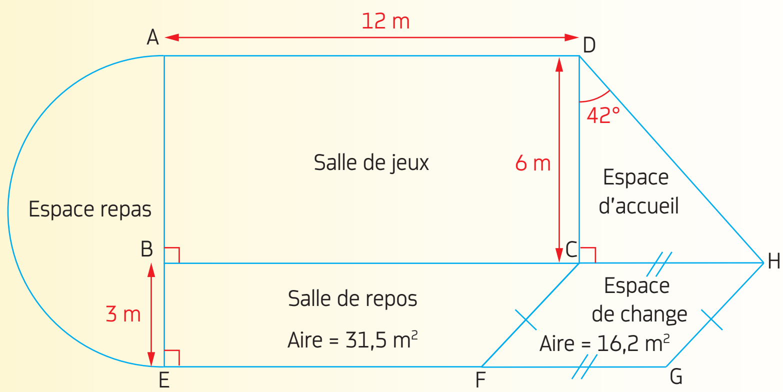
Gérer une crèche

Situation 1

La crèche Les Lutins se compose de cinq pièces. Son plan est donné ci-dessous.

On donne : AD = 12 m ; BE = 3 m ; DC = 6 m ; $\widehat{CDH} = 42°$.

Le schéma n'est pas à l'échelle.



Rappels

Aire d'un rectangle = longueur × largeur

Aire d'un triangle = $\dfrac{\text{côté} \times \text{hauteur associée}}{2}$

Aire d'un disque = π × rayon²

Problématique

On estime que, dans une crèche, il faut au minimum 10 m² de surface au sol par enfant pour que la qualité de vie soit bonne. La crèche Les Lutins a une capacité d'accueil de 15 enfants. La surface minimum par enfant est-elle respectée ?

a *S'approprier* **Indiquez** la figure géométrique correspondant aux pièces suivantes.

– la salle de jeux :

☐ carré ☒ rectangle ☐ triangle rectangle ☐ parallélogramme.

– l'espace de change :

☐ carré ☐ rectangle ☐ triangle rectangle ☒ parallélogramme.

– l'espace d'accueil :

☐ carré ☐ rectangle ☒ triangle rectangle ☐ parallélogramme.

b *Réaliser* **Calculez**, en m², l'aire de la salle de jeux.

$12 \times 6 = 72$ m²

c *Réaliser* **Montrez** que AE = 9 m.

AE = AB + BE = 6 + 3 = 9 m

d Réaliser — L'espace repas est un demi-disque de diamètre AE. **Calculez**, en m², l'aire de cette pièce. **Arrondissez** le résultat au dixième.

$\frac{1}{2} \times \pi \times 4{,}5^2 \approx 31{,}8$ m²

e Réaliser — **Montrez** que la longueur CH est égale à 5,4 m (valeur arrondie au dixième).

Dans le triangle rectangle CHD, $\tan \widehat{CDH} = \frac{CH}{DC}$. D'où $CH = 6 \times \tan 42° \approx 5{,}4$ m.

f Réaliser — **Calculez**, en m², l'aire de l'espace d'accueil.

$\frac{DC \times CH}{2} = \frac{6 \times 5{,}4}{2} = 16{,}2$ m²

g Réaliser — **Calculez**, en m², l'aire totale de la crèche.

$72 + 16{,}2 + 16{,}2 + 31{,}5 + 31{,}8 = 167{,}7$ m²

h Réaliser, Communiquer — **Répondez** à la problématique.

$15 \times 10 = 150$ m² ; 150 m² < 167,7 m².

Donc la surface minimum par enfant est respectée.

Communiquer — **Appel n° 1 : Justifiez** la réponse à la problématique.

Situation 2

Le directeur de la crèche Les Lutins a le choix entre deux possibilités pour faire entretenir les sols de la crèche. L'aire de la surface au sol est proche de 170 m².

	**Possibilité ①** Utiliser un seau de forme cylindrique (rayon : 12 cm ; hauteur : 22 cm) contenant une solution détergente. Le contenu d'un seau permet de laver efficacement une aire de 35 m² au maximum. On admet que le seau est complétement rempli.
	**Possibilité ②** Utiliser une autolaveuse qui nécessite 2,4 litres de solution détergente pour 12 m² lavés. La quantité de solution détergente utilisée est proportionnelle à la surface nettoyée.

La solution détergente est la même dans les deux cas.

Rappels

Volume d'un cylindre $= \pi \times$ rayon² $\times$ hauteur ; 1 L $=$ 1 dm³ $=$ 1 000 cm³.

Problématique

Quel est le mode d'entretien qui utilise le moins de solution détergente ?

i Analyser **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique. Attention les calculs ne sont pas demandés.

On calcule le volume de solution détergente nécessaire dans les deux cas et on les compare.

Communiquer **Appel n° 2 : Présentez** votre démarche au professeur.

j Réaliser **Mettez en œuvre** la méthode validée par le professeur. **Arrondissez** les résultats à l'unité si nécessaire.

Volume d'un seau : $\pi \times 12^2 \times 22 \approx 9\,952$ cm³, soit environ 10 L en arrondissant à l'unité.

Nombre de seaux nécessaires : $170 \div 35 \approx 4{,}85$, soit 5 seaux.

Volume de solution détergente utilisé avec le seau : $10 \times 5 = 50$ L

Volume de solution détergente utilisé par l'autolaveuse : $\dfrac{2{,}4 \times 170}{12} = 34$ L

$34 \text{ L} < 50 \text{ L}$

k Communiquer **Répondez** à la problématique.

L'autolaveuse utilise moins de solution détergente que le seau.

Grille du CCF 6

1. Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

Capacités	• **Traiter** des problèmes relatifs à deux suites de nombres proportionnelles • **Calculer** l'aire d'un triangle, d'un rectangle, d'un disque • **Convertir,** en utilisant les unités du système métrique, des volumes • **Calculer** le volume d'un cylindre de révolution • **Calculer** la longueur d'un côté d'un triangle rectangle
Connaissances	• Proportionnalité • Unités de longueur, unités d'aires • Unités de volume • Relations trigonométriques dans le triangle rectangle
Attitudes	• Goût de chercher et de raisonner • Rigueur et précision • Esprit critique

2. Évaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✔	✔	✔
S'approprier	• **Rechercher,** extraire et organiser l'information.	a			
Analyser Raisonner	• **Émettre** une conjecture, une hypothèse. • **Proposer** une méthode de résolution, un protocole expérimental.	i			
Réaliser	• **Choisir** une méthode de résolution, un protocole expérimental. • **Exécuter** une méthode de résolution, expérimenter, simuler.	b c d e f g h j			
Valider	• **Contrôler** la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. • **Critiquer** un résultat, argumenter.	k			
Communiquer	• **Rendre** compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.	h n° 1 n° 2 k			

Paris - Mars 2016 – 01 – DL – RG / VO