BAC PRO 3 ans
PREMIÈRE PROFESSIONNELLE

Groupements A et B

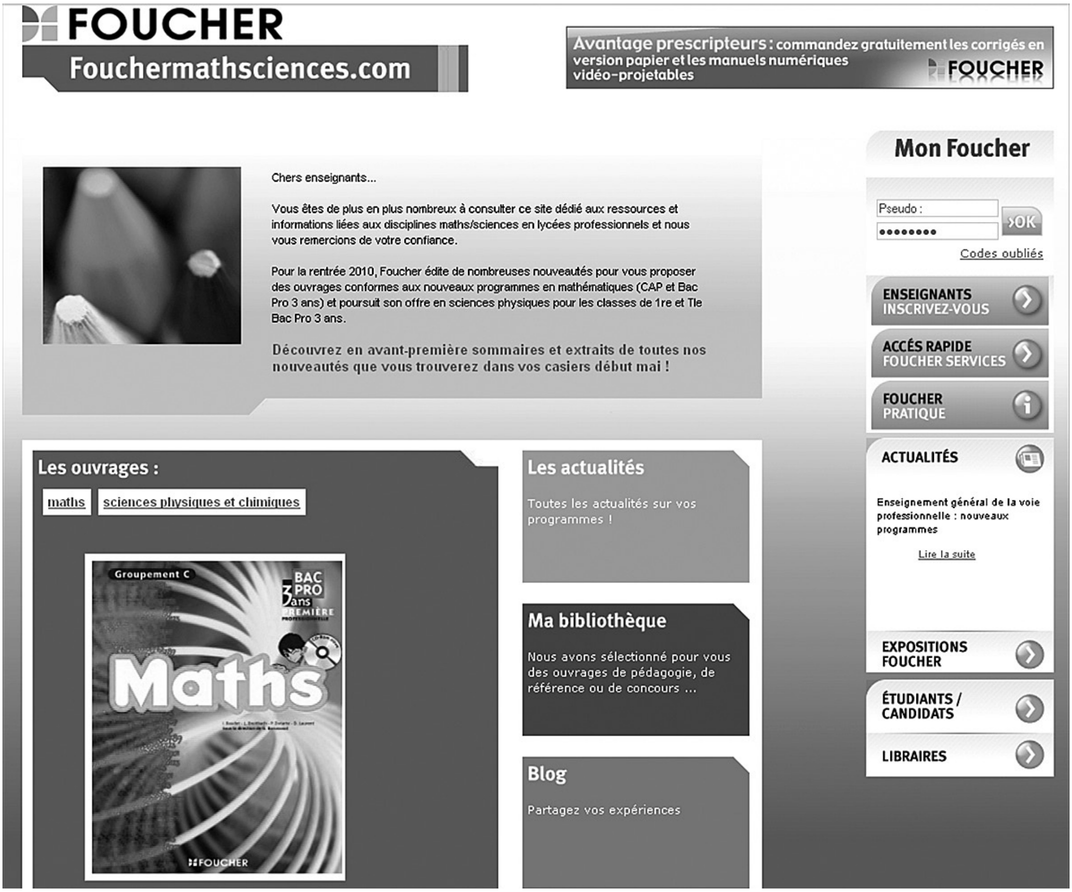
Maths

I. Baudet - L. Breitbach - P. Dutarte - D. Laurent
Sous la direction de G. Barussaud

CORRIGÉ

FOUCHER

Votre site associé :
www.editions-foucher.fr/mathsciences
Inscrivez-vous et déclarez vos prescriptions !



Sur le site associé maths-sciences, vous trouverez :
– l'ensemble du guide pédagogique en format PDF ;
– les fichiers corrigés des activités informatiques ;
– des évaluations pour la certification intermédiaire.
Les fichiers de travail sont présentés dans le guide pédagogique par le logo @.

Vous pourrez aussi prendre connaissance de l'ensemble des produits Foucher dans votre matière.

ISBN 978-2-216-11376-7

Sommaire

Indicateurs statistiques

1

Activités

Page 7

La valeur 18,1 est entre le troisième quartile et le maximum. La distance moyenne de déplacement dans les Bouches-du-Rhône est supérieure à 75 % des distances moyennes des autres départements.

Pages 8 et 9

Est-ce que je sais ?

1. La moyenne trimestrielle de Mehdi est :

$$\frac{2\times(8+11+10)+(13+15+11+16)}{10}$$

$= 11,3$.

2. a) C'est exact : 50 % des communes françaises ont un nombre d'habitants inférieur ou égal à 422.
b) 75 % des communes françaises ont un nombre d'habitants inférieur ou égal à 1 041.

Activité 1

1. a) La masse moyenne est 264 g.
b) $\sigma \approx 2{,}5$ g.
2. a) 14 mesures sont dans l'intervalle $[\bar{x}-\sigma\,;\,\bar{x}+\sigma]$, c'est-à-dire $\frac{14}{20}\times 100 = 70$ %.
b) Les deux droites rouges correspondent à l'intervalle $[\bar{x}-2\sigma\,;\,\bar{x}+2\sigma]$.

Activité 2

1. a) Il y a 20 valeurs. Le salaire minimal médian est la demi-somme des valeurs de rang 10 et 11 c'est-à-dire :

$$Me = \frac{470+522}{2} = 496 \text{ €}.$$

Dans la moitié des pays le salaire minimal est inférieur à 496 € et dans la moitié des pays le salaire minimal est supérieur à 496 €.
b) Le premier quartile est au rang $\frac{1}{4}\times 20 = 5$. Il vaut $Q_1 = 217$ € et correspond à la Slovénie.
Le troisième quartile est au rang $\frac{3}{4}\times 20 = 15$. Il vaut $Q_3 = 1\,254$ € et correspond à la France.
75 % des pays ont un salaire minimal inférieure ou égal à celui de la France.
2. a) L'écart interquartile vaut
$Q_3 - Q_1 = 1\,254 - 217 = 1\,037$ €.
b) Il y a 14 pays, sur les 20 pays, a avoir un salaire minimal inférieur à l'écart interquartile.

c) L'écart interquartile est plus de 11 fois supérieur au salaire minimal de la Bulgarie (la série statistique est très dispersée).

Activité 3

a) Durant le mois le plus pluvieux, il tombe en moyenne 65 mm de pluie à Paris.
b) La moyenne des précipitations de 75 % des mois à Marseille est inférieure à la moitié des moyennes à Paris.
c) Le trait à l'intérieur de la boîte correspondant à Marseille est inférieur au trait à l'intérieur de la boîte correspondant à Paris.
d) Le lieu où la dispersion est la plus grande est celui où la boîte et les moustaches sont les plus longues (c'est Marseille).

J'utilise un logiciel

Pages 13 – 14

Coupe du monde de football

Voir fichier « **01_coupes_du_monde_corrige.xls** » ou « **01_coupes_du_monde_corrige.ods** ».

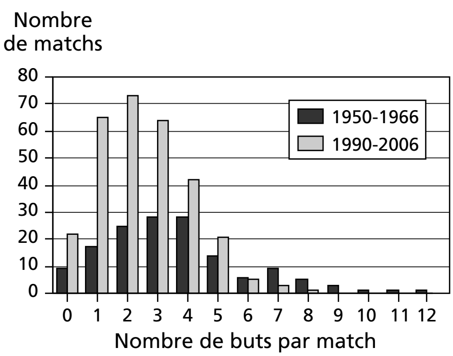
1. a) Le nombre minimal de buts marqués par match est 0 et le nombre maximal est 12.
b) La moyenne du nombre de buts marqués par match est $\bar{x} \approx 2{,}91$ et l'écart type est $\sigma \approx 1{,}99$.
2. Filtre sur les finales :
- La France a disputé deux fois la finale.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	Niveau de la compétition	Pays	Buts	Pays	Buts	Tirs au but		Nb de buts par match (hors tirs au but)
19	1930	(Tous)	Argentine	2	Uruguay	4			6
36	1934	(10 premiers…) (Personnalisé…)	Italie	2	Tchécoslovaquie	1			3
55	1938	1/2 finale	Hongrie	2	Italie	4			6
77	1950	1/4 de finale	Brésil	1	Uruguay	2			3
103	1954	1/8 de finale	Hongrie	2	Rfa	3			5
138	1958	1er tour 2ème tour	Brésil	5	Suède	2			7
170	1962	Finale	Brésil	3	Tchécoslovaquie	1			4
202	1966	Petite finale	Angleterre	4	Rfa	2			6
234	1970	(Vides) (Non vides)	Brésil	4	Italie	1			5
272	1974	Finale	Pays Bas	1	Rfa	2			3
310	1978	Finale	Argentine	3	Pays Bas	1			4
362	1982	Finale	Italie	3	Rfa	1			4
414	1986	Finale	Argentine	3	Rfa	2			5
466	1990	Finale	Argentine	0	Rfa	1			1
518	1994	Finale	Brésil	0	Italie	0	3	2	0
582	1998	Finale	Brésil	0	France	3			3
646	2002	Finale	Allemagne	0	Brésil	2			2
710	2006	Finale	France	1	Italie	1	3	5	2
716									

- C'est lors de la finale de 1958 qu'il a été marqué le plus de buts.

3. a)

Comparaison du nombre de buts par matchs lors des coupes du monde de football



b) Les indicateurs pour les deux périodes sont les suivants :

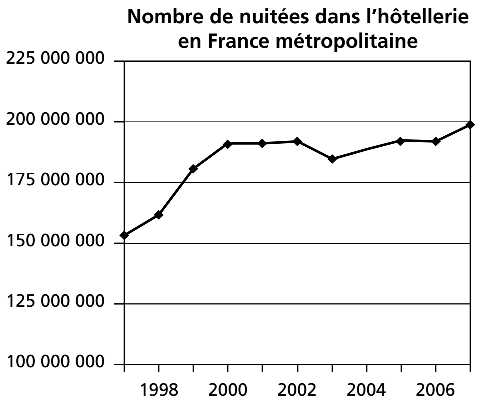
	1950-1966	1990-2006
Min	0	0
Q1	2	1
Mé	**3**	**2**
Q3	5	3
Max	12	8
e	**12**	**8**
Q3-Q1	**3**	**2**

La médiane, l'étendue et l'écart interquartile sont plus importants pour la période 1950-1966 que pour la période 1990-2006. On a tendance à marquer moins de buts par match dans la période 1990-2006 et les scores sont plus réguliers.

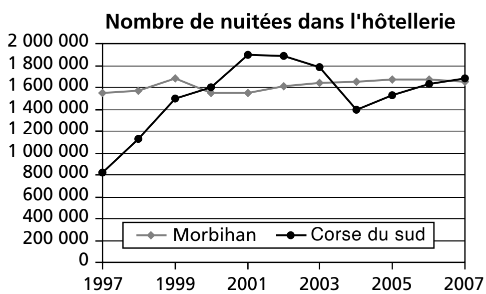
Nuits en hôtel

Voir fichier « **01_nuitees_hotellerie_corrige.xls** » ou « **01_nuitees_hotellerie_corrige.ods** ».

1.



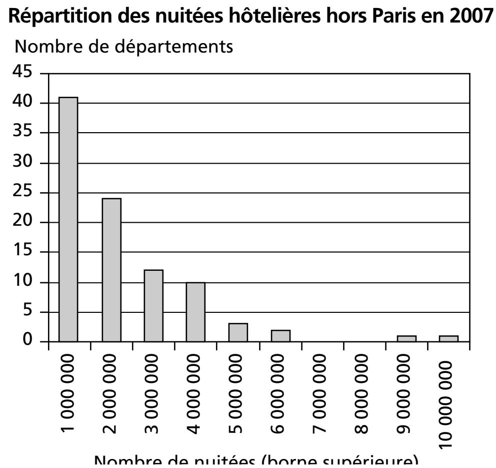
2.



	Morbihan	Corse-du-Sud
Moyenne	**1619081**	**1532369**
Médiane	**1643792**	**1604617**
Q1	1561876,5	1446669,5
Q3	1663131	1730668
Q3-Q1	**101254,5**	**283998,5**
Étendue	**134690**	**1070161**
Écart type	**51494**	**306794**

Ces deux départements ont une tendance centrale (moyenne et médiane) assez comparable, mais les valeurs sont plus dispersées (écart interquartile et étendue plus importants) en Corse-du-Sud.

3.



Le couple (médiane, écart interquartile) semble mieux adapté car la série est très asymétrique (les rectangles les plus importants sont à gauche).

Sans Paris	
Moyenne	**Médiane**
1 718 080,95	1 118 591,00
Écart type	**Q3-Q1**
1 651 686,74	1 892 393,00

Avec Paris	
Moyenne	**Médiane**
2 072 156,29	1 122 016,50
Écart type	**Q3-Q1**
3 822 268,94	1 900 540,25

Si l'on prend en compte Paris, la moyenne et l'écart type augmentent beaucoup (alors que la médiane et l'écart interquartiles changent très peu).

Exercices et problèmes

Pages 15 à 19

Exercices

Déterminer et interpréter mode, moyenne et écart type

1. 1. Classe *A* : mode 10. Classe *B* : modes 6 et 14.
2. Classe *A* : $e = 8$. Classe *B* : $e = 18$.
3. Classe *A* : $\bar{x} = 10{,}625$; $\sigma \approx 2{,}02$. Classe *B* : $\bar{x} = 10{,}875$; $\sigma \approx 4{,}82$.
2. 1. Mode : 22 milliards de m^3.
2. $\bar{x} \approx 18$ milliards de m^3 ; $\sigma \approx 9$ milliards de m^3.
3. Les précipitations en Bourgogne sont supérieures à la moyenne.
4. L'écart type.
3. 1. 50 % des salariés de l'entreprise gagnent moins de 2 000 €.
2. Moyenne 2 100 € ; écart type 600 €.
4. Tableau complété :

x_i	n_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$n_i\,(x_i - \bar{x})^2$
5	20	– 2,4	5,76	115,2
7	35	– 0,4	0,16	5,6
9	15	1,6	2,56	38,4
11	10	3,6	12,96	129,6
Total	80			288,8

On a $\bar{x} = 7{,}375$ que l'on peut arrondir à 7,4 CV.
$\bar{E} = 3{,}61$.
$\sqrt{\bar{E}} = 1{,}9$. C'est très proche de la valeur σ affichée par la calculatrice lorsque la moyenne n'est pas arrondie.
5. 1. $\bar{x} \approx 101$ véhicules ; $\sigma \approx 2{,}5$ véhicules.
2. Il y a 68 jours où l'on produit entre 98,5 et 103,5 véhicules, c'est-à-dire 68 %.
Il y a 97 jours où l'on produit entre 96 et 106 véhicules, c'est-à-dire 97 %.

Déterminer et interpréter la médiane et l'écart interquatile

6. 1. 2 – 5 – 5 – 6 – 7 – 7 – 7 – 7 – 8 – 9 – 9 – 9 – 9 – 10 – 10 – 10 – 10 –10 – 11 – 12 – 12 – 13 – 13 – 13 – 13 – 13 – 14 – 14 – 15 – 16 – 19.
2. *Me* = 10. La moitié des élèves ont une note inférieure ou égale à 10.
3. $Q_1 = 7$; $Q_3 = 13$; $Q_3 - Q_1 = 6$.
7. 1. Le salaire moyen en Autriche est 1,51 fois plus important pour les hommes que pour les femmes.
2. Femmes :

	Femmes
Pologne	5 506
Rep. tchèque	5 925
Hongrie	6 700
Portugal	12 412
Grèce	14 376
Autriche	26 514
France	**26 586**
Suède	29 052
Pays-Bas	30 900
Belgique	32 715
Royaume-Uni	33 562
Allemagne	34 522
Danemark	40 884

Médiane 26 586 € (France) ; écart interquartile 32 715 – 12 412 = 20 303 €.
Hommes :

	Hommes
Pologne	6 663
Rep. tchèque	8 285
Hongrie	9 905
Portugal	16 133
Grèce	17 889
France	**32 316**
Suède	35 770

	Hommes
Belgique	37 822
Autriche	40 022
Pays-Bas	40 300
Allemagne	43 945
Royaume-Uni	46 518
Danemark	50 676

Médiane 35 770 € (Suède) ; écart interquartile 40 300 – 16 133 = 24 167 €.

Rapport :

	Rapport
Belgique	1,16
Pologne	1,21
France	**1,22**
Suède	1,23
Grèce	1,24
Danemark	1,24
Allemagne	1,27
Portugal	1,3
Pays-Bas	1,3
Royaume-Uni	1,39
Rep. tchèque	1,4
Hongrie	1,48
Autriche	1,51

Médiane 1,27 ; écart interquartile 1,39 – 1,23 = 0,16.

3. Pour le salaire moyen des femmes, la France est à la médiane, et un peu en-dessous pour les hommes.

Pour le rapport entre le salaire des hommes et celui des femmes, la France est en-dessous du premier quartile.

Interpréter des boîtes à moustaches

8. Série 1 – boîte *C* ; série 2 – boîte *B* ; série 3 – boîte *D* ; série 4 – boîte *A*.

9. 1. En 2000, la médiane est au-dessus de la valeur 5.

2. En 2007, le troisième quartile (la fin de la boîte) est en-dessous de 4.

3. L'évolution de la tendance centrale est à la baisse.

4. L'écart interquartile (longueur de la boîte) et l'étendue (écart entre les extrémités des « moustaches ») sont plus importants en 2000 qu'en 2007.

Choisir des résumés adaptés

10. Le graphique 2.

11. 1. Le couple médiane et écart interquartile.

2. Médiane 25. Troisième quartile 37,5.

3. Le département des Landes est au-dessus de la médiane mais en-dessous du troisième quartile.

Interpréter des indicateurs pour comparer des séries statistiques

12. 1. Moyennes aux trois épreuves :

Épreuve A	Épreuve B	Épreuve C
10,63	8,93	10,97

L'épreuve qui semble la moins réussie est l'épreuve B.

2. Écart type pour l'épreuve A : 1,94.

3. L'épreuve dont les résultats sont les plus homogènes est l'épreuve A.

L'épreuve dont les résultats sont les plus hétérogènes est l'épreuve C.

13. 1. $\bar{x}_{UE} \approx 900{,}7$ et $\bar{x}_{USA} \approx 1\,439{,}8$ (millions de spectateurs par an).

2. $e_{UE} = 1\,006 - 810 = 196$; $e_{USA} = 1\,597 - 1\,364 = 233$; $Me_{UE} = 917$; $Me_{USA} = 1\,437$; $Q_{1\ UE} = 844$; $Q_{3\ UE} = 935$; $Q_{3\ UE} - Q_{1\ UE} = 91$; $Q_{1\ USA} = 1\,385$; $Q_{3\ USA} = 1\,484$; $Q_{3\ USA} - Q_{1\ USA} = 99$.

3. La tendance centrale est plus grande aux États-Unis que dans l'Union Européenne. La dispersion est plus grande aux États-Unis que dans l'Union Européenne.

Problèmes

Problème 1

1. Durant la saison 2006/2007.

2. Durant la saison 2008/2009, durant la moitié des matchs il a été marqué moins de 23 buts et durant la moitié des matchs il a été marqué plus de 22 buts.

3. La tendance centrale est assez stable, autour de 22 buts par journée.

4. Écarts interquartiles :

02-03	03-04	04-05	05-06	06-07	07-08	08-09
6	7,75	6,75	7,5	5	5,75	5

D'après les écarts interquartiles, le nombre de buts le plus dispersé est en 2003/2004 et le moins dispersé est en 2006/2007 et 2008/2009.

Problème 2

1. La médiane des fréquences de « pile » est, dans les trois cas, 0,5.
La moitié des échantillons ont une fréquence de pile inférieure ou égale à 0,5 et la moitié des échantillons ont une fréquence de « pile » supérieure ou égale à 0,5.

2. La série la plus dispersée est celle des échantillons de taille 10 et la moins dispersée est celle des échantillons de taille 1 000.

3.
– le nombre d'échantillons de taille 10 dont la fréquence de piles est supérieure à 0,6 est approximativement 25 % de 200 c'est-à-dire 50 ;
– le nombre d'échantillons de taille 1 000 dont la fréquence de piles est supérieure à 0,6 est 0 ;
– le nombre d'échantillons de taille 10 dont la fréquence de piles est comprise entre 0,4 et 0,6 est approximativement 50 % de 200 c'est-à-dire 100 ;
– le nombre d'échantillons de taille 1 000 dont la fréquence de piles est comprise entre 0,4 et 0,6 est 100 % de 200 c'est-à-dire 200.

Problème 3

1. La classe modale est celle des interventions dont la durée est comprise entre 40 et 55 heures.

2. 2 interventions sur 25 dépassent 100 heures, c'est-à-dire $\frac{2}{25} \times 100 = 8$ %.

3. La médiane est inférieure à la moyenne.

4. La « durée d'intervention type » correspond à la médiane.

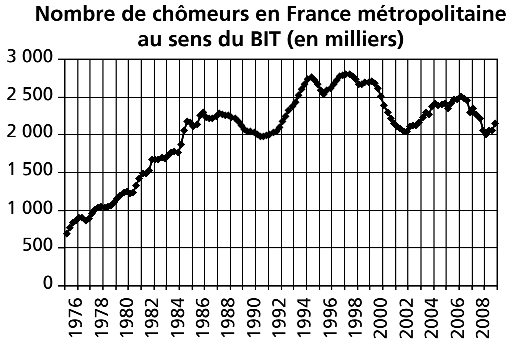
5. Pour caractériser le coût, on choisit la moyenne.

6. $\bar{x} = 51{,}7$ heures ; $\sigma \approx 30$ heures.

Problème 4

Voir fichier « **01_chomage_corrige.xls** » ou « **01_chomage_corrige.ods** ».

1. a) Évolution du chômage :



b) Le nombre de chômeurs a tendance à augmenter jusqu'en 1985, puis fluctue à un niveau élevé.

2. Résultats en milliers de chômeurs :

Moyenne	2 046
Étendue	2 116
Écart type	549,937086

3. En milliers, $n - \bar{x} = 2\,455 - 2\,046 = 409$.
Cette différence est inférieure à l'écart type.

Je teste mes connaissances

Page 20

1. A
2. B
3. A
4. C
5. A
6. A
7. B
8. A et C
9. B
10. B

Fonctions de référence et opérations

2

Activités

Page 21

– 3,5 ampères pour le grille-pain ; 7,7 ampères pour le fer à repasser ; 14,4 ampères pour le chauffe-eau.
– Si la résistance diminue, l'intensité augmente.
– $I = \frac{230}{R}$.
– $f(400) = 0{,}575$.

L'antécédent de 4,6 par f est 50.

Pages 22 et 23

Est-ce que je sais ?

1. **a**. $-3 < x \leq 5$
b.]4 ; 7[
2. Le graphique ② donne la courbe représentative de la fonction carré.
La fonction carré est décroissante sur]– ∞ ; 0] et croissante sur [0 ; + ∞[.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

Activité 1

1. **a**. L'inverse de – 1 est – 1. L'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$ ou 0,5.
b. 0 n'a pas d'inverse car le produit de 0 par un nombre quelconque n'est jamais égal à 1.
2. **a**. $xy = 1$
Si $x = 0{,}4$, alors $y = 2{,}5$.
Les valeurs de y diminuent lorsque les valeurs de x augmentent.
b. Dans la situation étudiée, les valeurs de x sont positives.
c. On peut choisir x variant de 0 à 5 avec un pas de 1 et y variant de 0 à 5 avec un pas de 1.
La fonction inverse est décroissante sur l'intervalle [0,1 ; 4]. Donc lorsque les valeurs de x augmentent, les valeurs de y diminuent.

Activité 2

a. L'aire d'un carré de 2,5 cm de côté est 6,25 cm².
Le côté d'un carré dont l'aire est 0,49 cm² est 0,7 cm.
b. $A = c^2$; $c = \sqrt{A}$. Lorsque A augmente, c augmente.
c. La fonction racine carrée est croissante sur l'intervalle [0 ; 6]. Donc lorsque les valeurs de x augmentent, les valeurs de y augmentent.

Activité 3

b. Les fonctions f et g sont décroissantes sur [– 3 ; 0[. Elles ont le même sens de variation.
d. La fonction h est croissante sur [– 3 ; 0[. Elle varie en sens contraire de la fonction f.

e. La fonction f est représentée par la courbe ②. La fonction g est représentée par la courbe ③. La fonction h est représentée par la courbe ①.

J'utilise un logiciel

Pages 27 et 28

1. Construire la représentation graphique d'une fonction de la forme $f + g$

1. Étude théorique

Voir fichier « **02_p27_28_corrige.xls** » ou « **02_p27_28_corrige.ods** ».

a. La fonction f est décroissante sur [20 ; 120] car c'est le produit de la fonction inverse par un réel positif, 3 267. La fonction g est une fonction croissante car c'est une fonction affine dont le coefficient a, égal à 0,75, est positif.

b. Formule de la cellule B2 : =3267/A2

Formule de la cellule C2 : =0,75*A2-72

c. Les courbes représentatives des fonctions f et g confirment le sens de variation donné à la question a.

d. $h(20) = 106{,}35$; $h(30) = 59{,}4$.

e. On ne peut pas donner le sens de variation de la fonction $f + g$ car les fonctions f et g n'ont pas le même sens de variation sur [20 ; 120].

f. Formule de la cellule D2 : =B2+C2

La plus petite valeur de $h(x)$ trouvée dans le tableau est 27, pour $x = 66$.

Ce n'est pas forcément le minimum de h ; ce pourrait être par exemple 26,99 pour une valeur non entière de x.

g.

x	20	66	120
$h(x)$	106 ↘	27	↗ 45

2. Application à un problème concret

a. $CM(n) = \dfrac{C(n)}{n} = \dfrac{0{,}75n^2 - 72n + 3\,267}{n} = \dfrac{0{,}75n^2}{n} - \dfrac{72n}{n} + \dfrac{3\,267}{n}$.

Donc, après simplification, on obtient : $CM(n) = 0{,}75n - 72 + \dfrac{3\,267}{n}$.

b. Le coût moyen de production pour $n = 30$ est 59,40 €.

c. Le nombre de pièces est un nombre entier. Le minimum du coût moyen de production est 27 € pour 66 pièces produites.

2. Comparer les carrés de deux nombres de même signe

1. Carrés de deux nombres positifs

a. La fonction carré est croissante sur $[0 ; +\infty[$.

c. Lorsque les valeurs de x augmentent, les valeurs de x^2 augmentent.

d. $7{,}5^2 < 8{,}1^2$ car $7{,}5 < 8{,}1$ et la fonction carré est croissante pour x positif.

2. Carrés de deux nombres négatifs

a. La fonction carré est décroissante sur $]-\infty ; 0]$.

c. Lorsque les valeurs de x augmentent, les valeurs de x^2 diminuent.

d. $(-2{,}1)^2 > (-1{,}7)^2$ car $-2{,}1 < -1{,}7$ et la fonction carré est décroissante pour x négatif.

Exercices et problèmes

Pages 29 à 33

Exercices

Fonction carré

1. $f(3) = 9$; $f(100) = 10\,000$; $f(0{,}4) = 0{,}16$; $f\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{4}{9}$; $f\left(\dfrac{10}{7}\right) = \dfrac{100}{49}$; $f(\sqrt{5}) = 5$; $f(\sqrt{16}) = 16$; $f(10^4) = 10^8 = 100\,000\,000$.

2. Mathieu a oublié les parenthèses autour de -3.
$f(-3) = (-3)^2 = 9$.

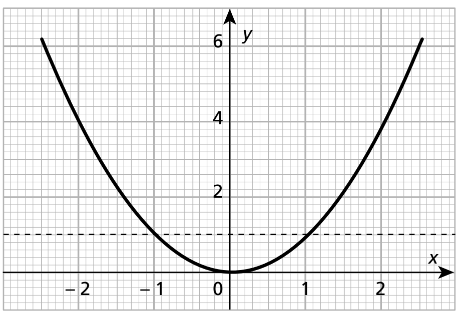
3. $f(-20) = 400$; $f(-0{,}1) = 0{,}01$; $f\left(-\dfrac{5}{4}\right) = \dfrac{25}{16}$;
$f\left(-\sqrt{7}\right) = 7$; $f(-10^3) = 10^6 = 1\,000\,000$.

4. a.

x	$-2{,}5$	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$
x^2	6,25	4	2,25	1	0,25

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5
x^2	0	0,25	1	2,25	4	6,25

b. Tracé de la courbe :



c. 9 ; 1 et 10 ont deux antécédents. -4 n'a pas d'antécédent. 0 a un seul antécédent.
d. Les antécédents de 13 sont $\sqrt{13}$ et $-\sqrt{13}$.
5. Les phrases exactes sont les phrases b), c) et e).
6. Par exemple :
x Min : – 5 ; *x* Max : 5 ; pas : 1 ; *y* Min : 0 ;
y Max : 25 ; pas : 5
7. Tableau de variation de la fonction carré :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

8. $4{,}55^2 > 0{,}14^2$; $(-0{,}4)^2 < (-10)^2$.

9. $0^2 < (-0{,}6)^2 < 1{,}2^2 < \left(\dfrac{5}{3}\right)^2 < 7^2 < (-10)^2$.

Fonction inverse

10. Mathilde a confondu inverse et opposé.
$f(-8) = -\dfrac{1}{8} = -0{,}125$.

11. $f(5) = \dfrac{1}{5} = 0{,}2$; $f(-2) = -\dfrac{1}{2} = -0{,}5$;
$f(0{,}5) = 2$; $f(0{,}1) = 10$; $f(-1) = -1$; $f(-10) = -\dfrac{1}{10} = -0{,}1$.

12. $f\left(\dfrac{2}{5}\right) = \dfrac{5}{2}$; $f\left(\dfrac{1}{4}\right) = 4$; $f\left(-\dfrac{7}{3}\right) = -\dfrac{3}{7}$;
$f\left(-\dfrac{5}{6}\right) = -\dfrac{6}{5}$.

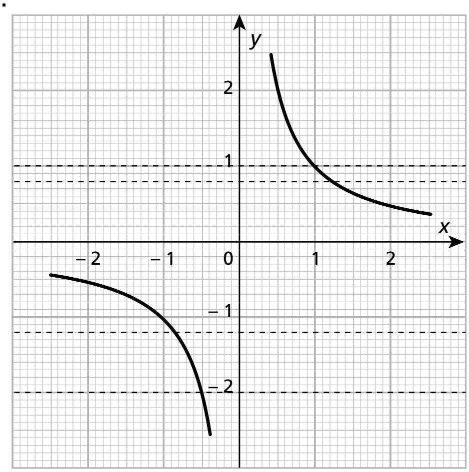
0 est le seul nombre qui n'a pas d'inverse.

13. a. Tableau de valeur complété :

x	$-2{,}5$	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	$-0{,}4$
$\dfrac{1}{x}$	$-0{,}4$	$-0{,}5$	$-0{,}7$	-1	-2	$-2{,}5$

x	0,4	0,5	1	1,5	2	2,5
$\dfrac{1}{x}$	2,5	2	1	0,7	0,5	0,4

b.



1 ; – 2 ; 0,8 ; – 1,2 ont chacun un antécédent.
14. Les phrases exactes sont les phrases a) et e).
15. Par exemple :
x Min : – 5 ; *x* Max : 0 ; pas : 1 ; *y* Min : – 5 ; *y* Max : 0 ; pas : 1.

16. $\dfrac{1}{2{,}25} > \dfrac{1}{3{,}14}$ car $2{,}25 < 3{,}14$ et la fonction inverse est décroissante pour *x* strictement positif.

$\dfrac{1}{-5} < \dfrac{1}{-5{,}5}$ car $-5 > -5{,}5$ et la fonction inverse est décroissante pour x strictement négatif.

17. $\text{inv}\left(\dfrac{1}{-7}\right) < \text{inv}(-5) < \text{inv}(-10) < \text{inv}(9) < \text{inv}\left(\dfrac{8}{3}\right) < \text{inv}(0{,}2)$.

Fonction cube

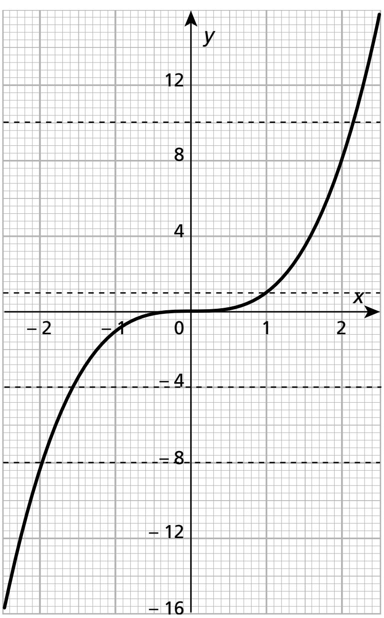
18. $f(2) = 8$; $f(2{,}5) = 15{,}625$; $f(-3) = -27$; $f(-0{,}1) = -0{,}001$; $f\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{8}{27}$.

19. **a**. Tableau de valeur complété :

x	– 2,5	– 2	– 1,5	– 1	– 0,5
x^3	– 15,625	– 8	– 3,375	– 1	– 0,125

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5
x^3	0	0,125	1	3,375	8	15,625

b. Tracé de la coube (voir graphique ci-dessous).



c. 10 ; 1 ; – 8 ; – 4 et 0 ont chacun un antécédent.

20. Les phrases exactes sont les phrases a) et c).

21. Par exemple :
x Min : – 4 ; x Max : 4 ; pas : 1 ; y Min : – 70 ; y Max : 70 ; pas : 10.

22. Tableau de variation complété :

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
$f(x)$	↗

Fonction racine carrée

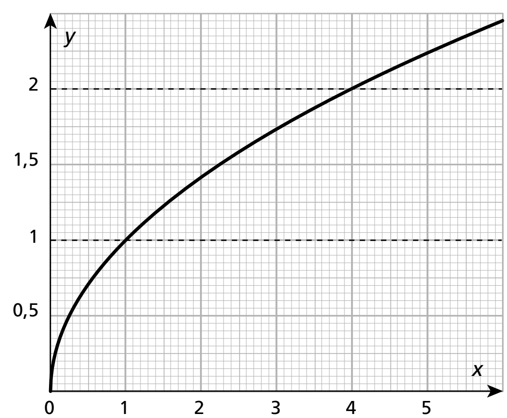
23. $f(1) = 1$; $f(6) = \sqrt{6} \approx 2{,}45$; $f(49) = 7$; $f(1\,000) = \sqrt{1\,000} \approx 31{,}62$; $f\left(\dfrac{1}{25}\right) = \dfrac{1}{5}$.

24. **a**. Tableau de valeurs complété :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$\sqrt{x}$	0	0,7	1	1,2	1,4	1,6

x	3	3,5	4	4,5	5	6
$\sqrt{x}$	1,7	1,9	2	2,1	2,2	2,5

b.



c. 2 et 1 ont chacun un antécédent ; – 4 n'a pas d'antécédent.

25. Les phrases exactes sont les phrases a), b), c) et e).

26. Par exemple :
x Min : 0 ; x Max : 10 ; pas : 1 ; y Min : 0 ; y Max : 3,5 ; pas : 1.

27. Tableau de variation :

x	0		$+\infty$
$f(x)$		↗	

Opérations sur les fonctions

28. Pour la fonction f, $a = 1$; $c = -5$.
Pour la fonction g : $a = -1$; $c = 0{,}2$.
Pour la fonction h : $a = 0{,}2$; $c = 8$.

29. **a**. La fonction g varie en sens contraire de la fonction carré car $-1{,}8$ est négatif.

x	-2		0		5
$g(x)$	$-7{,}2$	↗	0	↘	-45

b. La fonction $x \mapsto 0{,}7x^2$ a le même sens de variation que la fonction carré car 0,7 est positif.
L'addition d'une constante, positive ou négative, à une fonction ne change pas son sens de variation.

x	-2		0		5
$h(x)$	$-0{,}2$	↘	-3	↗	14,5

30. Les fonctions f, h et i ont le même sens de variation que la fonction carré car leur coefficient a est positif.

31. Pour la fonction f, $d = -3$; pour la fonction g, $d = \frac{1}{7}$; pour la fonction h, $d = -\frac{3}{5}$.

32. **a**. La fonction f varie en sens contraire de la fonction inverse car -8 est négatif.

x	0,4		5
$f(x)$	-20	↗	$-1{,}6$

b. La fonction g a le même sens de variation que la fonction inverse car $\frac{2}{9}$ est positif.

x	0,4		5
$g(x)$	0,56	↘	0,04

33. Les fonctions h et i ont le même sens de variation que la fonction cube car le coefficient qui multiplie x^3 est positif.

34. Les fonctions carré et cube ont le même sens de variation sur les intervalles $[0 ; +\infty[$ et $[1 ; 5]$.

Problèmes

Problème 1

1. **a**. $\theta_1 = 85$ °C
b. $Q_2 = 15$ L/min

2. **a**. La fonction inverse est décroissante.
La fonction $x \mapsto \frac{150}{x}$ a le même sens de variation que la fonction inverse car 150 est positif. Elle est donc décroissante.
La fonction f a le même sens de variation que la fonction $x \mapsto \frac{150}{x}$ car on ajoute une constante. Elle est donc décroissante.

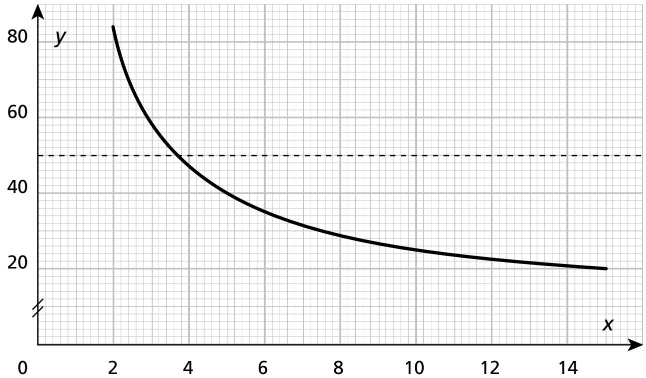
b. Tableau de variation de la fonction f :

x	2		15
$f(x)$	85	↘	20

c. Tableau de valeurs complété :

x	2	4	6	10	12	15
$f(x)$	85	47,5	35	25	22,5	20

d. Courbe représentative de la fonction f :



3. **a**. La température de l'eau varie entre 20 °C et 85 °C.
b. Il faut un débit de 3,8 L/min pour que l'eau soit à 50 °C.

Problème 2

1. $V = 3\pi R^2 + \frac{2}{3}\pi R^3$.

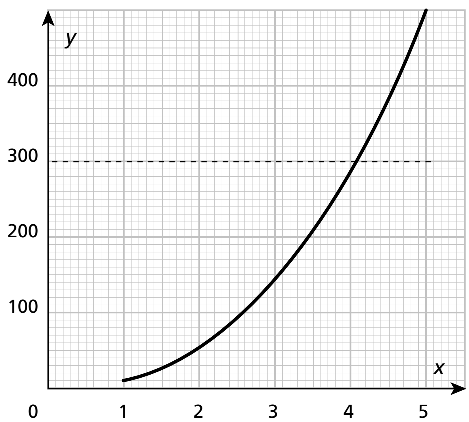
2. **a**. La fonction cube est croissante sur [1 ; 5]. Donc la fonction $x \mapsto \frac{2}{3}\pi x^3$ est croissante car c'est le produit de la fonction cube par un nombre positif.
b. La fonction carré est croissante sur [1 ; 5]. Donc la fonction $x \mapsto 3\pi x^2$ est croissante car c'est le produit de la fonction carré par un nombre positif.
c. La fonction f est croissante sur [1 ; 5] car c'est la somme de deux fonctions croissantes sur cet intervalle.
d.

x	1	5
$f(x)$	12 ↗	498

e.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	12	54	141	285	498

f.



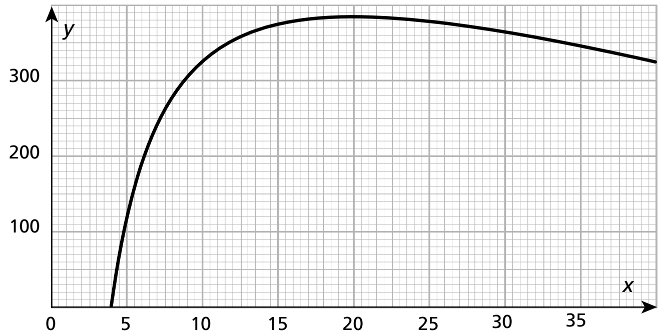
3. Le volume de la pièce est 300 cm^3 pour un rayon de 4,1 cm.

Problème 3

1. **a**. $h = \frac{600}{x}$.
b. Aire de la surface imprimable :
$$(x - 4)(h - 6).$$
c. $A(x) = (x - 4)\left(\frac{600}{x} - 6\right) = 600 - 6x - \frac{2\,400}{x} + 24 = 624 - 6x - \frac{2\,400}{x}$.

2. **a**. Sur l'intervalle $[4 ; +\infty[$, la fonction g est décroissante et la fonction k est croissante. On ne peut pas en déduire le sens de variation de la fonction $g + k$ car les fonctions g et k n'ont pas le même sens de variation.

b. Tracé de la courbe représentative de la fonction f :



c. Tableau de variation de la fonction f :

x	4	20	30
$g(x)$	0 ↗	384	↘ 364

La fonction f est maximum pour $x = 20$; $f(20) = 384$.

3. **a**. Dimensions de la page : 20 cm par 30 cm.

b. Le pourcentage demandé est 64 %.

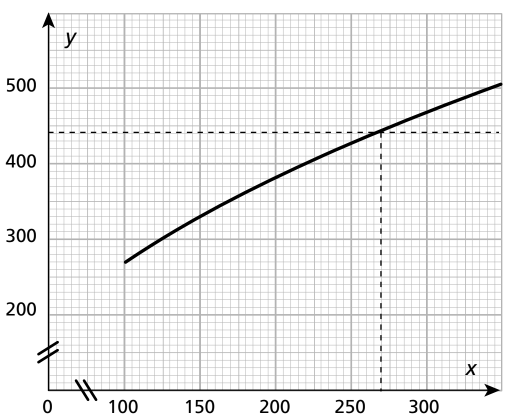
Problème 4

1. **a**. $F = 27\sqrt{T}$.

b. $F \approx 467$ Hz.

c. La fonction g a le même sens de variation que la fonction racine carrée car 27 est positif. Elle est donc croissante sur [100 ; 400].

d.



e. $T \approx 270$ N.

f. $T = \left(\dfrac{440}{27}\right)^2 \approx 266$ N.

2. **a**. $F = 8{,}91 \times \sqrt{247} \times \dfrac{1}{L}$; $F \approx \dfrac{140}{L}$.

b. Tableau de variation de la fonction h :

x	10	30
$h(x)$	14 ↘	4,7

c. $L = \dfrac{140}{660} \approx 0{,}21$; $L = 0{,}21$ m $= 21$ cm.

Problème 5

Partie A

1. Tableau complété :

n	30	60	90
C_s (en €)	375	187,5	125
C_c (en €)	200	350	500
C_t (en €)	575	537,5	625

2. $C_t(n) = \dfrac{11\,250}{n} + 5n + 50$.

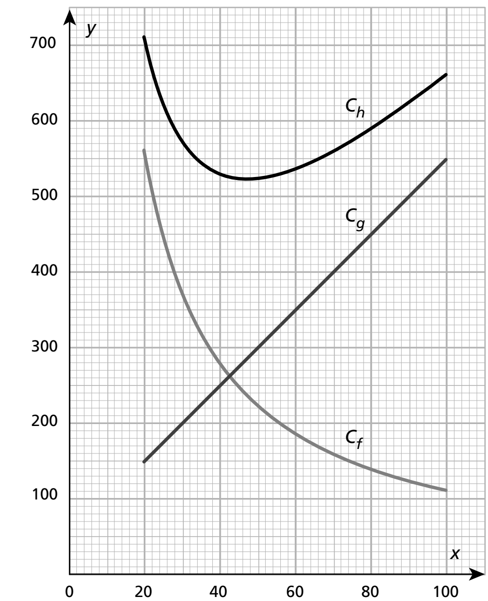
Partie B

1. **a**. La fonction inverse est décroissante sur [20 ; 100]. La fonction $x \mapsto \dfrac{11\,250}{x}$ a le même sens de variation que la fonction inverse car 11 250 est positif. Elle est donc décroissante.

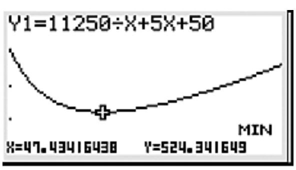
b. La fonction g est une fonction affine dont le coefficient a, égal à 5, est positif. La fonction g est donc croissante.

c. On ne peut pas déduire des questions b. et c. le sens de variation de la fonction h car les fonctions f et g n'ont pas le même sens de variation.

2. a.



b.



Le minimum de la fonction h est voisin de 524 pour une valeur de x voisine de 47.

c.

x	20	47	100
$h(x)$	712,5	524	662,5

Partie C

Le nombre de commandes est un nombre entier.

$h(47) = 524{,}36$; $h(48) = 524{,}37$

Le coût total de gestion du stock est minimum pour 47 commandes ; il s'élève à 524,36 €.

Je teste mes connaissances

Page 34

1. B
2. A
3. B
4. C
5. B
6. B
7. C
8. C
9. B
10. A

Fonctions du second degré

3

Activités

Page 35

– $f(0) = 61$; $f(40) = 61$. Donc $A(0\ ;\ 61)$ et $B(40\ ;\ 61)$.

– L'abscisse de S est 20 ; $f(20) = 69$.
La hauteur de la calandre est 69.

Pages 36 et 37

Est-ce que je sais ?

1. Les fonctions du premier degré sont g et j. Celles du second degré sont f ; i et k.

2.

Fonctions	a	b	c
f	2	– 1	8
g	1	0	– 2
h	– 2	4	7
i	1	5	0

Activité 1

a. $f(100) = 5{,}4$.
La consommation pour une vitesse de 100 km/h est 5,4 litres.
L'image de 100 par f est 5,4. L'antécédent de 5,4 par f est 100.
b. La consommation pour une vitesse de 120 km/h est 6,6 litres.
c. La consommation semble minimale pour une vitesse de 80 km/h. Elle est alors de 5 litres environ.
d. $-\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-0{,}16}{2 \times 0{,}001} = 80$. C'est l'abscisse du point S.
e. Tableau de variation de f :

x	20	80	130
$f(x)$	8,6 ↘	5	↗ 7,6

Activité 2

1. La parabole peut avoir une forme « en creux » ou une forme « en bosse ».
Suivant la valeur absolue de a, la parabole est plus ou moins évasée.
2. a. $S(-\ 2{,}5\ ;\ -\ 3{,}5)$ pour $a = 0{,}4$; $b = 2$; $c = -\ 1$.
b. Tableau de variation :

x	$-\infty$	– 2,5	$+\infty$
$f(x)$	↘	– 3,5	↗

c. Les coefficient b et c n'ont pas d'influence sur le sens de variation de f : elle est d'abord décroissante, puis croissante. Seules les coordonnées du sommet changent.
3. a. $S(0{,}5\ ;\ -\ 0{,}5)$ pour $a = -\ 2$; $b = 2$; $c = -\ 1$.
b. Tableau de variation :

x	$-\infty$	0,5	$+\infty$
$f(x)$	↗	– 0,5	↘

c. Les coefficients b et c n'ont pas d'influence sur le sens de variation de f : elle est d'abord croissante, puis décroissante. Seules les coordonnées du sommet changent.

4. Lorsque la fonction f admet un minimum, le coefficient a est positif.

Lorsque la fonction f admet un maximum, le coefficient a est négatif.

J'utilise une calculatrice graphique

Pages 41 et 42

Étudier une fonction du second degré avec une calculatrice graphique

1. **b.** Tableau de valeurs complété :

x	– 2	– 1,5	– 1	0	1,5	2	4
$f(x)$	15,8	12,2	9,2	5	3,2	3,8	12,2

La plus petite valeur de $f(x)$ dans la table est 3,2. Ce n'est pas forcément le minimum de f sur [– 2 ; 4].

3. a. La plus petite valeur de y obtenue graphiquement est 3,125 pour $x = 1,25$. L'option MIN donne le même résultat.

La valeur ainsi trouvée est une valeur approchée.

b. $-\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-3}{2 \times 1,2} = 1,25$; $f(1,25) = 3,125$.

c. Tableau de variation de la fonction f :

x	– 2	1,25	4
$f(x)$	15,8 ↘	3,125	↗ 12,2

Utiliser une fonction du second degré

Voir fichier « **03_p42_corrige.ggb** ».

1. b. Quand la somme investie dans la publicité augmente, le chiffre d'affaires augmente, puis il diminue.

2. a. $f(1\,000) = 26\,500$. Ce résultat est inférieur à celui du tableau, mais il en est proche.

La courbe passe entre les points précédemment placés.

b. D'après le logiciel, le maximum de f est 54 062,5. Il est atteint pour $x = 6\,250$.

$-\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{12,5}{2 \times (-0,001)} = 6\,250$. Le résultat est le même.

c. Le montant de l'investissement dans la publicité qui donne le chiffre d'affaires maximum est 6 250 €. Le chiffre d'affaires maximum est alors 54 062,50 €.

Exercices et problèmes

Pages 43 à 47

Exercices

Étudier une fonction du second degré

1. Pour la fonction f, $a = 1$; $b = 8$; $c = -5$.
Pour la fonction g, $a = 1$; $b = 0,5$; $c = 3$.
Pour la fonction h, $a = 0,5$; $b = 1$; $c = 1$.
Pour la fonction i, $a = \dfrac{2}{3}$; $b = -8$; $c = -3$

2. Pour la fonction f, $a = 1$; $b = 0$; $c = -1$.
Pour la fonction g, $a = -0,2$; $b = 5$; $c = 0$.
Pour la fonction h, $a = 1$; $b = -8$; $c = 0$.
Pour la fonction i, $a = 1,5$; $b = 0$; $c = -6$.

3. $f(x) = x^2 - 4$; $a = 1$; $b = 0$; $c = -4$.
$g(x) = 2x^2 + 5x - 3$; $a = 2$; $b = 5$; $c = -3$.
$h(x) = 0,5x^2 - 1,5x + 1$; $a = 0,5$; $b = -1,5$; $c = 1$.
$i(x) = -x^2 - 3x + 10$; $a = -1$; $b = -3$; $c = 10$.

4. f a un minimum égal à – 21 pour $x = -4$.
g a un maximum égal à 3,0625 pour $x = 0,25$.
h a un maximum égal à 1,5 pour $x = 1$.
i a un minimum égal à – 27 pour $x = 6$.

5. f a un minimum égal à 1 pour $x = 0$.
g a un maximum égal à 31,25 pour $x = 12,5$.

h a un minimum égal à -16 pour $x = 4$.
i a un minimum égal à -6 pour $x = 0$.
6. Tableaux de variation :

x	-3		3
$f(x)$	-20	↗	28

x	-3		$0{,}25$		3
$g(x)$	$-7{,}5$	↗	$3{,}0625$	↘	$-4{,}5$

x	-3		1		3
$h(x)$	$-6{,}5$	↗	$1{,}5$	↘	$-0{,}5$

x	-3		3
$i(x)$	27	↘	-21

7. Tableaux de variation :

x	-1		0		4
$f(x)$	2	↘	1	↗	17

x	-1		4
$g(x)$	$-5{,}2$	↗	$16{,}8$

x	-1		4
$h(x)$	9	↘	-16

x	-1		0		4
$i(x)$	$-4{,}5$	↘	-6	↗	18

8. On résout le système :

$$\begin{cases} a + c = 1{,}5 \\ 4a + c = 4 \end{cases}.$$

On obtient $a = \frac{5}{6}$ et $c = \frac{2}{3}$.

9. $c = 5$
Pour déterminer a et b, on résout le système :

$$\begin{cases} a + b + 5 = -1 \\ a - b + 5 = 19 \end{cases}.$$

On trouve $a = 4$ et $b = -10$.
On a donc $g(x) = 4x^2 - 10x + 5$.

10. On sait que $a + b = 5{,}7$ et $-\frac{b}{2a} = -1{,}4$.
On obtient $a = 1{,}5$ et $b = 4{,}2$.

11. Le tableau de variation de la fonction f est :

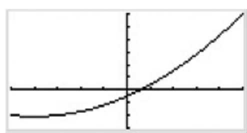
x	$-\infty$		$-1{,}5$		$+\infty$
$i(x)$		↘	$-20{,}75$	↗	

f n'est ni croissante, ni décroissante sur $[-3 ; 0]$. Elle est décroissante sur $[-3 ; -1{,}5]$ et croissante sur $[-1{,}5 ; 0]$.

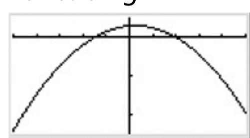
Représenter graphiquement une fonction du second degré

12.

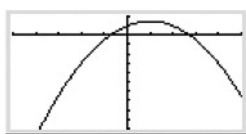
Fonction f



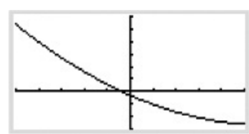
Fonction g



Fonction h



Fonction i



13. Les points $(1 ; -18)$; $(0{,}5 ; -20)$; $(-3 ; 22)$ appartiennent à la courbe représentative de f.

14. Les points $(-4{,}2 ; -37{,}26)$; $(0 ; -4)$; $(1{,}5 ; 7{,}025)$ appartiennent à la courbe représentative de g.

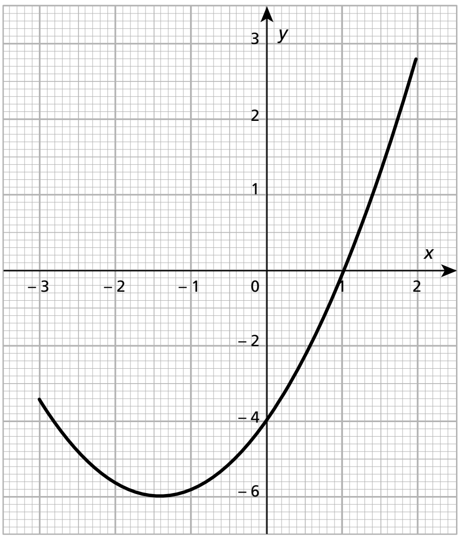
15. Tableau de valeurs :

x	-3	-2	-1	0	1	2
$h(x)$	$-3{,}4$	$-5{,}6$	$-5{,}8$	-4	$-0{,}2$	$5{,}6$

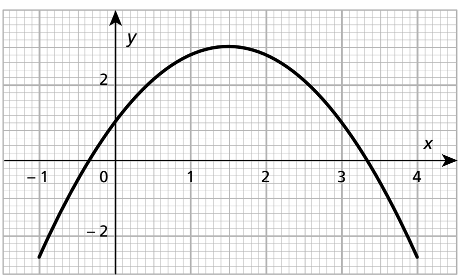
16. Tableau de valeurs :

x	– 1	0	1	2	3	4
$i(x)$	– 2,6	1	2,8	2,8	1	2,6

17. Coordonnées du sommet de la parabole : (– 1,4 ; – 5,96).
18. Coordonnées du sommet de la parabole : (1,5 ; 3,025).
19.



20.



21. $f \to$ ④ ; $g \to$ ① ; $h \to$ ③ ; $i \to$ ②.

Problèmes

Problème 1

Partie A

1. $C(55) = 525$. Le coût de fabrication pour 55 tonnes est 525 000 €.
$C(75) = 1\ 125$. Le coût de fabrication pour 75 tonnes est 1 125 000 €.
2. Le chiffre d'affaires pour 55 tonnes est 990 000 €.
Le chiffre d'affaires pour 75 tonnes est 1 350 000 €.
3. Le bénéfice pour 55 tonnes est 465 000 €.
Le bénéfice pour 75 tonnes est 225 000 €.
4. **a.** Chiffre d'affaires en fonction de T : $18T$.
b. Bénéfice en fonction de T : $18T - T^2 + 100T - 3\ 000$, soit $-T^2 + 118T - 3\ 000$.

Partie B

a.

x	55	59	80
$B(x)$	465 ↗	481	↘ 40

b.

x	55	60	65	70	75	80
$B(x)$	465	480	445	360	225	40

c. Coordonnées du sommet de la parabole : (59 ; 481).
d.

Partie C

a. Le bénéfice de l'entreprise est maximum pour 59 tonnes.
b. Le bénéfice maximum est 481 000 €.
c. Le pourcentage de réduction est 18 %.

Problème 2

Partie A

1. $D_A = 30,3$ m

2.

x	– 20	– 6	40
$f(x)$	13,3 ↘	– 3	↗ 173,3

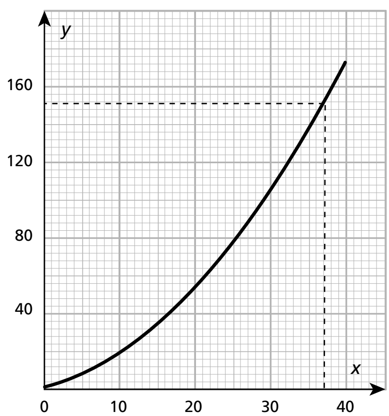
3.

x	0	40
$g(x)$	0 ↗	173,3

4.

x	0	5	8	14	19	25	31	40
$g(x)$	0	7,1	13,3	30,3	49,1	77,1	111,1	173,3

5. **6**. $v_s \approx 37$ m/s, soit 133 km/h



Partie B

1. 30 m/s = 108 km/h.

2. Sur route sèche, 133 km/h est proche de 130 km/h.

Sur route humide, 108 km/h est proche de 110 km/h.

Problème 3

1. Voir graphique question 2. d.

2. **a**. $-\dfrac{b}{2a} = 85$. Cette valeur appartient à l'intervalle [0 ; 110].

$f(85) = 49,375$. Cette valeur est le minimum de f puisque le coefficient a est positif.

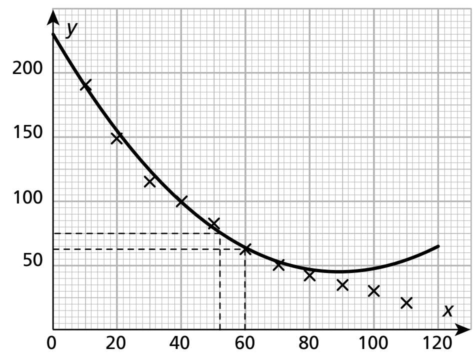
b. Tableau de variation de f :

t	0	85	100
$f(t)$	230 ↘	49,375	↗ 65

c. Tableau de valeurs complété :

t	0	10	20	40	50
$f(t)$	230	190	155	100	80
t	60	85	90	100	110
$f(t)$	65	49,375	50	55	65

d. Courbe représentative P_f de la fonction f :



3. a. La parabole est proche des points pour des abscisses comprises entre 0 et 70.

b. Il faut démouler entre les temps 52 et 60 (en secondes).

c. Le temps de refroidissement est 56 secondes.

Problème 4

Voir fichier « **03_p46_pb4_corrige.ggb** ».

1. **b**. La courbe semble être une parabole.

c. Pour $MB = 0$ et $MB = 5$, l'aire de $AHMK$ est égale à 0.

d. La valeur maximale de l'aire est 3 cm² pour $x = 2,5$ cm.

2. **a**. $BC = 5$ cm

b. $MH = \frac{3}{5}x$; $BH = \frac{4}{5}x$; $AH = 4 - \frac{4}{5}x$.

c. Aire $AHMK = \frac{3}{5}x\left(4 - \frac{4}{5}x\right) = \frac{12}{5}x - \frac{12}{25}x^2$.

d. $\frac{-b}{2a} = -\frac{12}{5} \div \left(-\frac{24}{25}\right) = \frac{5}{2} = 2{,}5$; $f(2{,}5) = 3$.

Les résultats sont identiques à ceux trouvés graphiquement.

e. M est le milieu de $[BC]$ lorsque l'aire est maximale.

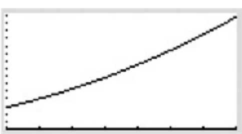
Problème 5

Partie A

1. **a**. Coût total pour 3 000 raquettes : 53 000 €.

b. $C(n) = 0{,}001n^2 + 8n + 20\,000$.

2. **a**. Exemple de fenêtre d'affichage : x Min : 1 000 ; x Max : 8 000 ; pas : 1 000 ; y Min : 0 ; y Max : 150 000 ; pas : 10 000.



b. $\frac{-b}{2a} = -4\,000$. Cette valeur n'appartient pas à l'intervalle [1 000 ; 8 000].

c.

x	1 000		8 000
$g(x)$	29 000	↗	148 000

Partie B

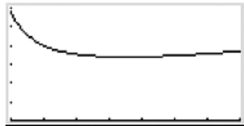
1.a. $C_{um}(n) = \frac{C(n)}{n} = \frac{0{,}001n^2 + 8n + 20\,000}{n}$

$= \frac{0{,}001n^2}{n} + \frac{8n}{n} + \frac{20\,000}{n}$.

D'où $C_{um}(n) = \frac{20\,000}{n} + 8 + 0{,}001n$ après simplification.

b. $C_{um}(5\,000) = 17$ €.

2. **a**. Exemple de fenêtre d'affichage : x Min : 1 000 ; x Max : 8 000 ; pas : 1 000 ; y Min : 0 ; y Max : 30 ; pas : 5.



b. $x \approx 4\,472$; $y \approx 16{,}94$.

3. Le coût unitaire moyen minimum est 16,94 €.

Problème 6

1. La température au bout de 30 minutes est 93 °C.

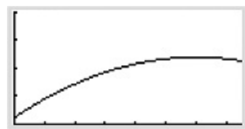
2. b.

x	0	20	40	50	60	75
$f(x)$	12	72	108	117	120	113,25

3. **a**.

Xmin : 0
Xmax : 75
Pas : 10
Ymin : 0
Ymax : 200
Pas : 50

b.



4. **a**. $\frac{-b}{2a} = 60$. Cette valeur appartient à l'intervalle [0 ; 75].

b.

x	0		60		75
$f(x)$	12	↗	120	↘	113

5. **a**. On doit éditer $y = 117$.

b. On obtient $x \approx 50$ et $x \approx 70$.

c. On arrêtera la stérilisation au bout de 50 minutes.

Je teste mes connaissances

Page 48

1. C
2. B
3. B
4. A
5. B
6. A
7. C
8. A
9. A
10. C

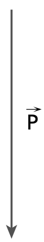
Construction de vecteurs

4

Activités

Page 49

– La droite d'action est la verticale.
Le sens est du haut vers le bas.
– P = 5,88 newtons.
– La longueur de la flèche qui représente $\vec{P}$ est 2,9 cm.



Pages 50 et 51

Est-ce que je sais ?

1. Les phrases vraies sont les phrases a) et d).
2. a. Il y a trois directions de droites.
b. Le point M a deux sens de déplacement, vers le haut ou vers le bas.

Activité 1

Voir fichier « **04_funiculaire_corrige.pdf** ».

Activité 2

a. Les vecteurs $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{BB'}$ ont même direction, même sens, même norme.
Le quadrilatère $ABB'A'$ est un parallélogramme.
b. Les vecteurs $\overrightarrow{CC'}$ et $\overrightarrow{GG'}$ sont égaux au vecteur $\overrightarrow{AA'}$.
Le vecteur $\overrightarrow{EE'}$ a pour origine E et est égal au vecteur $\overrightarrow{AA'}$.
Les vecteurs $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{EE'}$ sont égaux car ils ont même direction, même sens et même norme.

Activité 3

b. – On construit le représentant du vecteur $\vec{C}$ d'origine A.
– On construit le représentant du vecteur $\overrightarrow{W}$ d'origine A.
– On construit le parallélogramme qui a pour côté les segments tracés.
– On trace la diagonale de ce parallélogramme en partant de A.
– On obtient le vecteur $\vec{R}$ tel que :
$\vec{R} = \vec{C} + \overrightarrow{W}$.
c. Cela dépend de la réponse faite par l'élève, en particulier s'il a utilisé ou non le mot rectangle.
d. Les vecteurs $\vec{C}$, $\overrightarrow{W}$ et $\vec{R}$ ont tous les trois même direction et même sens.
La norme de $\vec{R}$ est la somme des normes de $\vec{C}$ et $\overrightarrow{W}$.
e. Les vecteurs $\vec{C}$, $\overrightarrow{W}$ et $\vec{R}$ ont tous les trois même direction. $\vec{C}$ et $\overrightarrow{W}$ sont de sens contraire. $\vec{R}$ a le même sens que $\vec{C}$.
La norme de $\vec{R}$ est la différence des normes de $\vec{C}$ et $\overrightarrow{W}$.

Activité 4

a. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont même direction et même sens ; $CD = 1{,}5AB$.
b. Les réponses à la question **a.** ne sont pas modifiées si on déplace les points A, B ou C.
c. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont toujours la même direction, mais pas toujours le même sens.
d. Les vecteurs $\vec{u}$ et $-0{,}8\vec{u}$ ont la même direction et des sens contraires ;
$\left\|-0{,}8\vec{u}\right\| = 0{,}8 \times \left\|\vec{u}\right\|$
e. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont même direction et même norme, mais des sens contraires.
f. Les points A et E sont confondus. Le vecteur $\overrightarrow{AE}$ est le vecteur nul $\vec{0}$.
La somme de deux vecteurs opposés est égale au vecteur nul.

J'utilise un logiciel

Pages 57 et 58

Ajouter des forces

1. **a.** $P = 7\,996{,}8$ newtons.
b. Le point d'application de $\vec{P}$ est le point G, sa droite d'action est la verticale et $\vec{P}$ est dirigée vers le bas.
Voir fichier « **04_caravane_corrige.ggb** ».
2. **a**. **b**. **c.** Voir fichier « **04_caravane_corrige.ggb** ».
d. On a construit la somme $\vec{P} + \vec{T} + \vec{S}$.
Les points H et M sont confondus.
$\vec{P} + \vec{T} + \vec{S} = \vec{0}$.

Conjecturer, puis démontrer

1. Les points A, D et E semblent alignés.
2. **b**. Les points restent alignés même si on déplace les points A, B et C.
3.

	Justification
Le point M est le milieu de $[BD]$.	$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MD}$
On sait aussi que M est le milieu de **[*AC*]** Donc le quadrilatère $ABCD$ est un **parallélogramme**.	Si les diagonales d'un quadrilatère se **coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme**.
On en conclut que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{\boldsymbol{AD}}$.	Propriété caractéristique du parallélogramme
On sait que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CE}$. Donc le quadrilatère ***BDEC*** est un **parallélogramme**. On en conclut que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DE}$.	Propriété caractéristique du parallélogramme
Puisque $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DE}$, alors $\overrightarrow{\boldsymbol{AD}} = \overrightarrow{\boldsymbol{DE}}$. Donc le point ***D*** est le milieu de ***[AE]*** et les points ***A***, ***D*** **et** ***E*** sont alignés.	Définition du milieu d'un segment

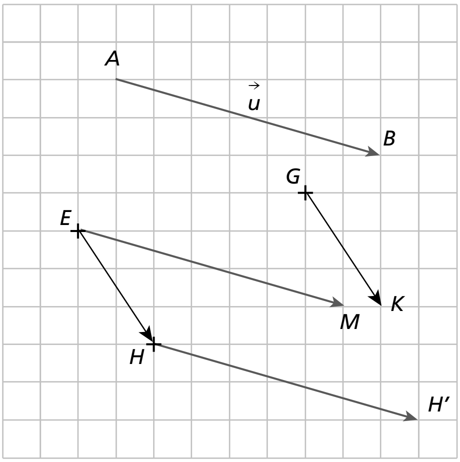
Exercices et problèmes

Pages 59 à 63

Exercices

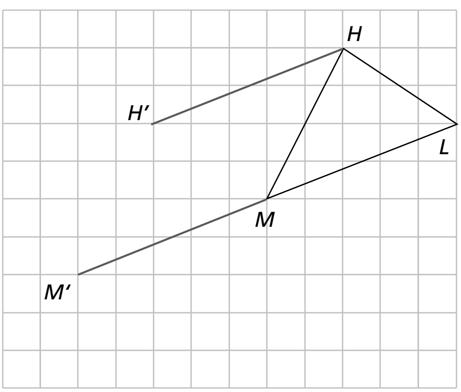
Construire un vecteur égal à un vecteur donné

1. **a**. **b**. **c**. **d**.



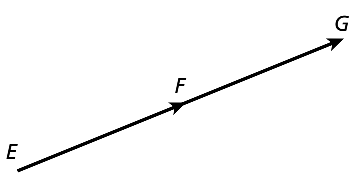
e. $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EM} = \overrightarrow{HH'}$.

2. a.



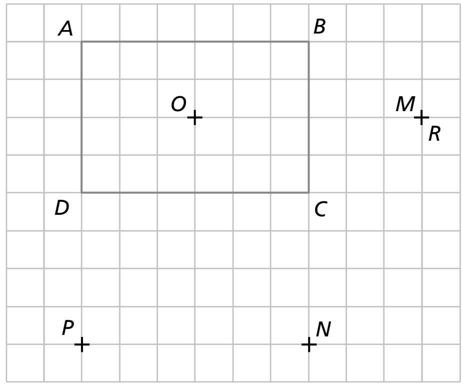
b. *LHH′M*, *M′H′HM* sont des parallélogrammes.

3. a.

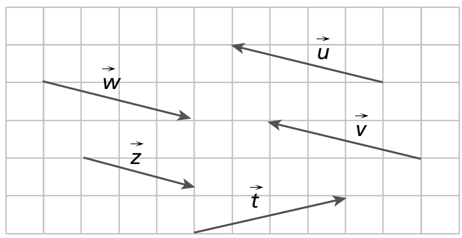


b. La seule phrase vraie est la phrase ③.

4. **a**. **b**. **c**. **d**.

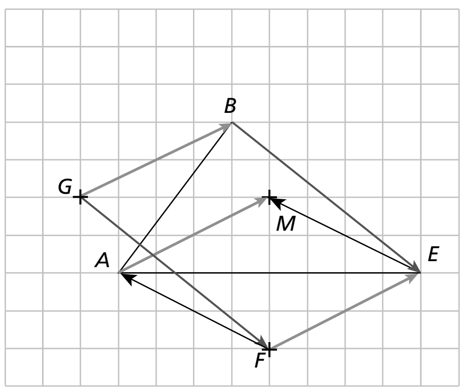


5. **a**. **b**. **c**. **d**.



Reconnaître des vecteurs égaux

6. **a**. **b**. **c**.



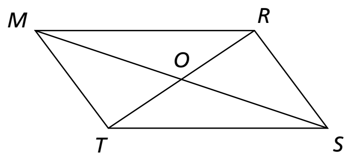
d. *AMEF*, *BEFG*, *AMBG* sont des parallélogrammes.

7. $\vec{a} = \vec{f}$; $\vec{h} = \vec{d}$; $\vec{c} = \vec{b}$.

8. **a**. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{ID}$.

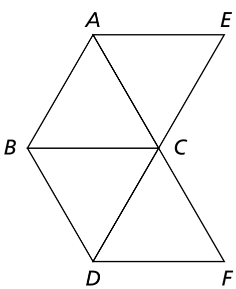
b. $\overrightarrow{IE} = \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CD}$.

9.



$\overrightarrow{RM} = \overrightarrow{ST}$; $\overrightarrow{MT} = \overrightarrow{RS}$; $\overrightarrow{OT} = \overrightarrow{RO}$; $\overrightarrow{MS}$ n'est égal à aucun vecteur de la figure, mais à $2\overrightarrow{MO}$; $\overrightarrow{SO} = \overrightarrow{OM}$.

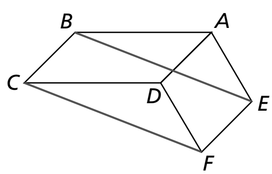
10. **a**.
Le triangle ABC étant équilatéral, on a $AB = AC$.
D étant symétrique de A par rapport à (BC), on a :
$AB = BD$ et $AC = CD$.
On a donc $AB = AC = BD = CD$.
Le quadrilatère $ABDC$ est un losange.



c. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CD}$

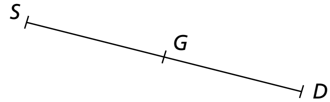
d. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CF}$

11. **a**.



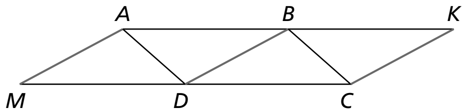
b. Puisque $ABCD$ est un parallélogramme, on a $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.
Puisque $ADFE$ est un parallélogramme, on a $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EF}$.
Donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF}$.
On en conclut que le quadrilatère $BCFE$ est un parallélogramme.

12. **a**. Le point G est le milieu du segment $[SD]$.



b. $\overrightarrow{SG} = \overrightarrow{GD}$; $\overrightarrow{GS} = \overrightarrow{DG}$.

13. **a**.



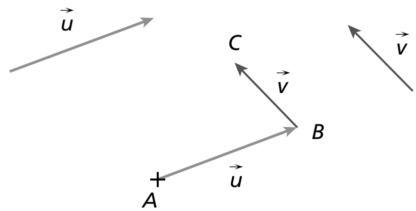
b. $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{KB} = \overrightarrow{DM}$.

c. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{KC}$.

d. $ABCD$, $ABDM$, $BKCD$, $AKCM$ sont des parallélogrammes.

Construire la somme de deux vecteurs

14. **a.** et **b.**



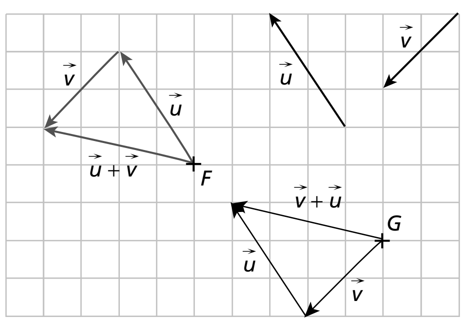
c. Les égalités vraies sont : $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

15. **a**. $\overrightarrow{KF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{KG}$; $\overrightarrow{KF} + \overrightarrow{KH} = \overrightarrow{KG}$; $\overrightarrow{KF} + \overrightarrow{FK} = \vec{0}$.

b. $\overrightarrow{KF} + \overrightarrow{FH} = \overrightarrow{KH}$; $\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{FH}$; $\overrightarrow{HI} + \overrightarrow{IF} = \overrightarrow{HF}$.

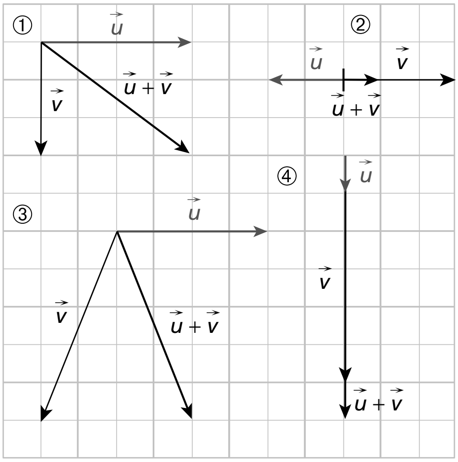
c. $\overrightarrow{KI} + \overrightarrow{GI} = \vec{0}$; $\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{FK} = \overrightarrow{FH}$; $\overrightarrow{IG} + \overrightarrow{FI} = \overrightarrow{FG}$.

16. **a**. et **b**.

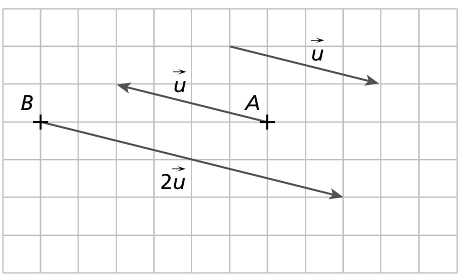


c. $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$.

17.



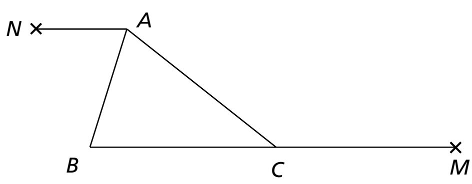
18.



$\vec{u}+\vec{u}=2\vec{u}$.

Construire des vecteurs colinéaires

19. a.



b. $\overrightarrow{MC}$ et $\overrightarrow{BM}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{CM}$ sont colinéaires.

20. a. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

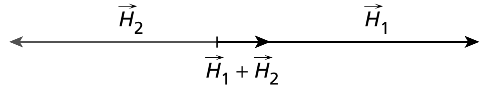
b. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{w}$ sont colinéaires.

c. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{z}$ sont colinéaires

d. Il n'y a pas de vecteurs opposés sur ce dessin.

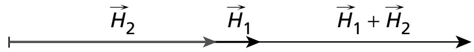
Ajouter des forces

21. a. et **b.**



c. Le solide se déplace horizontalement vers la droite.

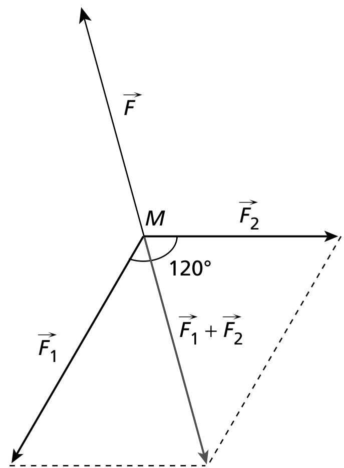
22. a. et **b.**



c. Le solide se déplace horizontalement vers la droite.

23. a. b. et **c.**

d. $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}=\vec{0}$



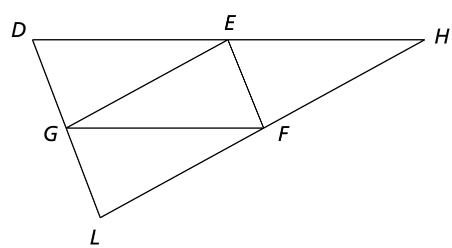
24. a. $\left\|\overrightarrow{w}\right\|=20\sqrt{2}\approx 28{,}3$.

b. $\left\|\overrightarrow{w}\right\|=20\sqrt{3}\approx 34{,}6$.

Problèmes

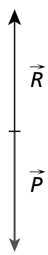
Problème 1

a.



b. *DEFG* est un parallélogramme.
Donc $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{GF}$.
On sait de plus que $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{DE}$.
Donc $\overrightarrow{GF} = \overrightarrow{EH}$.
On en conclut que le quadrilatère *EHFG* est un parallélogramme.
D'où $\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{GE}$ (propriété caractéristique du parallélogramme).
c. *DEFG* est un parallélogramme. Donc $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{EF}$.
On sait de plus que $\overrightarrow{GL} = \overrightarrow{DG}$.
Donc $\overrightarrow{GL} = \overrightarrow{EF}$.
On en conclut que le quadrilatère *GEFL* est un parallélogramme.
D'où $\overrightarrow{LF} = \overrightarrow{GE}$ (propriété caractéristique du parallélogramme).
d. Si $\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{LF} = \overrightarrow{GE}$, alors $\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{LF}$.
Donc *F* est le milieu de [*LH*] et les points *L*, *F*, *H* sont alignés.

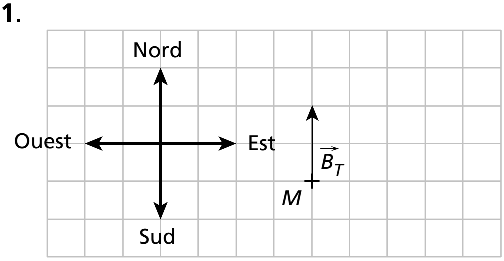
Problème 2



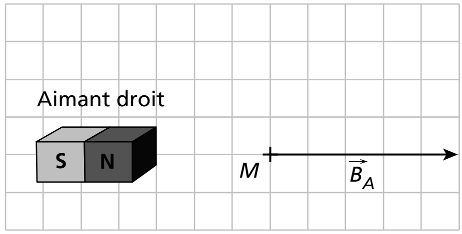
a. $P = 313{,}6$ newtons.
b. $\vec{P}$ est une force de direction verticale, orientée du haut vers le bas.
c. $\vec{R}$ est une force de direction verticale, orientée du bas vers le haut. Son intensité est 313,6 newtons.
d. Voir dessin ci-contre. On a pris 1 cm pour 200 N.

Problème 3

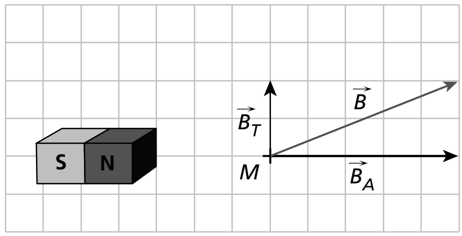
1.



2.



3. **a**.



b. Le schéma ③ indique la position prise par l'aiguille de la boussole.

Je teste mes connaissances

Page 64

1. C	6. A
2. C	7. A
3. B	8. C
4. A	9. B
5. B	10. C

Suites numériques

5

Activités

Page 65

– Le coût du deuxième mètre de forage est 49 €, le coût du troisième mètre est 53 €, le coût du quatrième mètre est 57 € et le cinquième mètre coûte 61 €.

– Le coût total d'un forage de 5 m de profondeur est 265 €.

Pages 66 et 67

Est-ce que je sais ?

1. a) La valeur de la carte est 447. Pour passer de la première carte à la deuxième, on ajoute 7, puis 14 de la deuxième à la troisième, puis on ajoute 28… et enfin on ajoute 224 à la valeur 223, soit 447 au total.

b) 12 – 9 – 11– 8 – 10 – 7 – 9 – **6 – 8 – 5 – 7**

1 – 4 – 9 – 16 – **25 – 36 – 49**

2. Les huit premiers chiffres d'un nombre aléatoire obtenu avec la calculatrice sont :

3 – 6 – 9 – 4 – 8 – 1 – 4 – 3

Si l'on recommence plusieurs fois, on ne retrouve pas le même nombre.

Activité 1

1.

Nombre de fours Hotfour	Mois	Nombre de fours Macfour
1 000	1er mois	1 000
1 120	2^{e} mois	1 100
1 240	3^{e} mois	1 210
1 360	4^{e} mois	1 331

+ 120   + 120   + 120

× 1,10   × 1,10   × 1,10

2. Pour la fabrication Hotfour, on ajoute 120 au nombre de fours fabriqués d'une année pour trouver le nombre de fours fabriqués l'année suivante.

Pour la fabrication Macfour, on multiplie par 1,10 le nombre de fours fabriqués une année pour trouver le nombre de fours fabriqués l'année suivante.

Activité 2

1. Ouvrir le fichier « **05_fours_corrige.xls** » ou « **05_fours_corrige.ods** ».

2. Pour la fabrication Hotfour, il faut utiliser la formule =B2+120.

Pour la fabrication Macfour, il faut utiliser la formule = C2*1,10.

3. Voir fichier.

4. Pour obtenir 5 000 fours Hotfour, il faut compter 35 mois.

Pour obtenir 10 000 fours Macfour, il faut compter 26 mois.

Activité 3

1. Ouvrir le fichier **« 05_échiquier_corrige.xls»** ou **« 05_échiquier_corrige.ods ».** Le soixante-quatrième terme est $9{,}22337 \times 10^{18}$, le nombre total de grains sur l'échiquier serait $1{,}84467 \times 10^{19}$.

2. La masse totale de blé, en tonnes serait $1{,}84467 \times 10^{19} \times 0{,}050 \times 10^{-6}$ soit $9{,}22337 \times 10^{11}$. La production mondiale annuelle de blé a été d'environ 680 millions de tonnes en 2008/2009.

La masse de blé qu'aurait dû recevoir l'inventeur était d'environ 1 350 fois la production mondiale de l'année 2008/2009. Le souverain n'a pas pu satisfaire la demande de l'inventeur.

J'utilise une calculatrice graphique

Page 71

Étudier des suites à l'aide d'une calculatrice graphique

2. Il faudra 58 jours pour atteindre l'objectif de 1800 kcal/jour.

3. La deuxième solution est beaucoup plus rapide car elle permet d'atteindre l'objectif de 1800 kcal/jour en 35 jours, ce qui fait gagner 23 jours par rapport à la première proposition. La personne peut choisir d'abaisser son apport calorique de 25 kcal par jour, cela lui permettra d'atteindre l'objectif de 1800 kcal/jour en moins de 45 jours. Elle ne peut pas choisir la première proposition qui est trop lente.

J'utilise un logiciel

Page 72

Générer expérimentalement des suites numériques

Ouvrir le fichier **« 05_logiciel_corrige.xls »** ou **« 05_logiciel_corrige.ods ».**

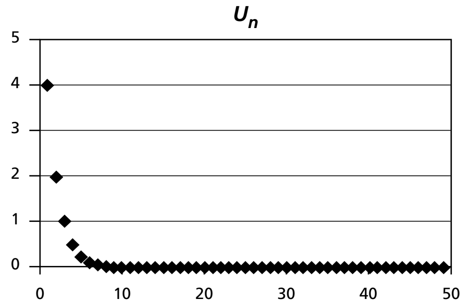
1. a) $q = 0{,}5$.

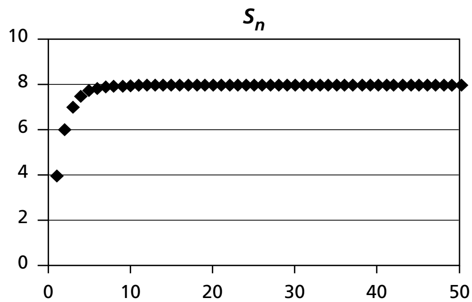
b) Les valeurs u_n diminuent, la suite est décroissante.

c) Les valeurs u_n continuent à diminuer, elles se rapprochent de plus en plus de zéro (sans devenir négatives).

d) Lorsque n augmente ($n > 10$), les points semblent situés sur l'axe des abscisses. Les valeurs de u_n atteignent une valeur limite, zéro.

Rang *n*	*Un*	*Sn*
1	4	4
2	2	6
3	1	7
4	0,5	7,5
5	0,25	7,75
6	0,125	7,875
7	0,0625	7,9375
8	0,03125	7,96875
9	0,015625	7,984375
10	0,0078125	7,9921875
11	0,00390625	7,99609375
12	0,00195313	7,99804688
13	0,00097656	7,99902344
14	0,00048828	7,99951172
15	0,00024414	7,99975586
16	0,00012207	7,99987793
17	6,1035E-05	7,99993896
18	3,0518E-05	7,99996948
19	1,5259E-05	7,99998474
20	7,6294E-06	7,99999237





2. a) Voir le tableau.

b) La suite (S_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique car ni les différences, ni les quotients entre deux termes consécutifs sont égaux.

c) Voir représentation de (S_n).

d) $S_{100} = 8$ et $S_{1000} = 8$ car on voit sur le graphique que les valeurs de S_n atteignent une valeur limite 8.

Exercices et problèmes

Pages 73 à 77

Exercices

Déterminer la nature d'une suite

1. a) $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ **1** 2 2^2 2^3 $\mathbf{2^4}$

La suite est géométrique, la raison est 2. La suite est croissante car chaque terme est le double du précédent et tous les termes sont positifs.

b) 192 96 **48** 24 **12** 6

La suite est géométrique, la raison est 0,5. La suite est décroissante, car chaque terme est égal à la moitié du précédent et tous les termes sont positifs.

2. a) La suite est arithmétique de raison – 5.

b) La suite est géométrique de raison 3.

c) La suite est arithmétique de raison 4.

d) La suite est arithmétique de raison – 2.

e) La suite n'est ni arithmétique, ni géométrique.

f) La suite est géométrique de raison 0,5.

Calculer la raison

3. a) La raison est 11.

b) La raison est 15.

c) La raison est – 3.

4. a) La raison est 11.

b) La raison est 0,8.

c) La raison est 10.

5. La raison de la suite peut être 10 ou – 10. u_2 peut être égal à 100 ou à – 100.

Calculer les termes d'une suite

6. a) 45 62 **79** 96

b) 70 **– 10** – 90 – 170

7. a) 45 63 **88,2** 123,48

b) 4 **20** 100 500

8. $u_1 = 2$; $u_2 = 4$; $u_3 = 8$; $u_4 = 16$ et $u_5 = 32$.

La suite est géométrique, de raison 2.

9. $u_2 = 1050$; $u_3 = 1\,102,50$; $u_4 = 1\,157,625$ et $u_5 = 1\,215,50625$.

10. L'épaisseur obtenue :

– après 2 pliages, elle est 0,20 mm ;
– après 3 pliages, elle est 0,40 mm ;
– après 4 pliages, elle est 0,80 mm.

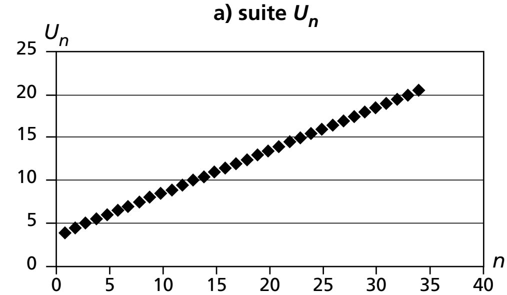
La suite formée par les épaisseurs est géométrique, de raison 2.

L'épaisseur obtenue, par le calcul, pour 20 pliages est 52 428,8 mm, mais c'est impossible à réaliser avec une feuille format A4.

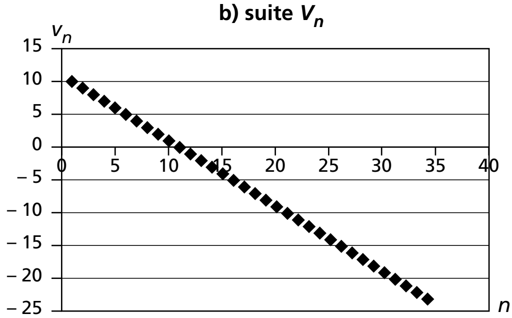
Représenter graphiquement une suite en utilisant la calculatrice ou le tableur

11. 1)

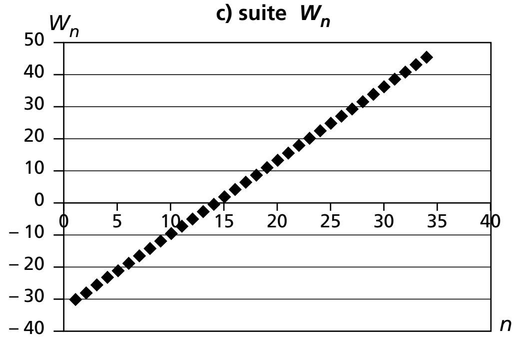
a) suite U_n



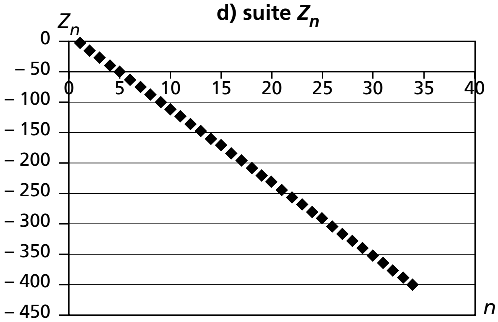
b) suite V_n



c) suite W_n



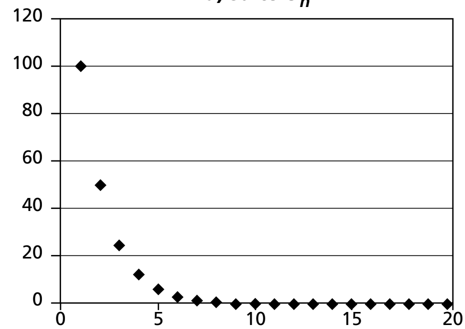
d) suite Z_n



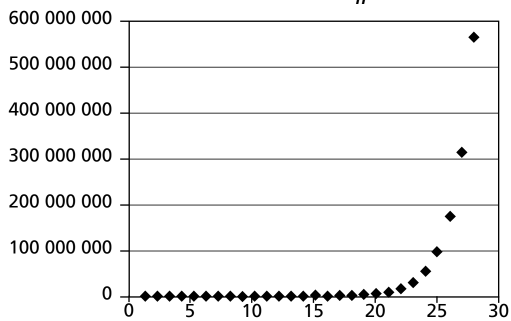
2. a) Affine. b) Croissante. c) Décroissante.

12.

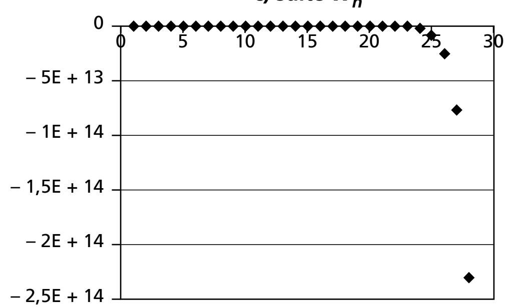
a) suite U_n



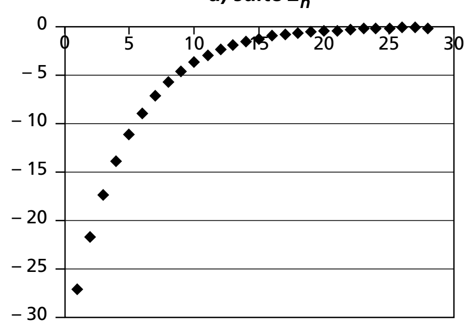
b) suite V_n



c) suite W_n



d) suite Z_n



Les variations de la suite dépendent du signe du premier terme et de la valeur de la raison. En effet, le sens de variation n'est pas le même pour une raison comprise entre 0 et 1 ($0 < q < 1$) et une raison supérieure à 1 ($q > 1$). Pour généraliser, il faudrait étudier d'autres suites géométriques.

Expérimenter à l'aide d'un tableur ou de la calculatrice

13. $u_n > 200$ pour $n \geq 68$.
14. $u_n = 0$ pour $n = 61$.
15. $u_n > 100$ pour $n \geq 11$.
16. 12 ; **17 ; 22 ; 27 ; 32 ; 37 ;** 42.
17. $n = 75$.
18. 1) $u_1 = 1$; $u_2 = 3$; $u_3 = 5$; $u_4 = 7$ et $u_5 = 9$.
2) La suite est arithmétique, la raison est 2.
3) Il faut 100 boîtes.
4) On peut empiler 15 étages
19. 1) En utilisant le théorème de Pythagore, on trouve :
$C_2 = 2 \times \sqrt{2}$
$C_3 = 4$
$C_4 = 4 \times \sqrt{2}$
2) Les nombres obtenus forment les premiers termes d'une suite géométrique de raison $\sqrt{2}$.
3) $C_5 = 4 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$.
20. 1) Le nombre de bactéries obtenues après :
– la première division est 2,
– après la deuxième est 4,
– après la troisième est 8,
– on obtiendrait ensuite 16, 32…

Ouvrir le fichier « **05_bactéries_corrige.xls** » ou « **05_bactéries_corrige.ods** ».
Après la 5e division, il y aurait 32 bactéries et après la 10e division, il y en aurait 1 024.
Les nombres de bactéries obtenus forment une suite de nombre géométrique de raison 2.
2) En 1 h, une bactérie peut donner naissance à 8 bactéries.
En 2 h, une bactérie peut donner naissance à 64 bactéries.
En 3 h, une bactérie peut donner naissance à 512 bactéries.
En 12 h, une bactérie peut donner naissance à 68719476736 bactéries.

Les suites dans la vie courante et professionnelle

21. 1) $u_1 = 4{,}9$; $u_2 = 14{,}7$; $u_3 = 24{,}5$; $u_4 = 34{,}3$ et $u_5 = 44{,}1$.
2) $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = u_5 - u_4 = 9{,}8$.
La suite est arithmétique.
3) La hauteur de départ est $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5$.
$4{,}9 + 14{,}7 + 24{,}5 + 34{,}5 + 44{,}1 = 122{,}5$ m.
22. 1) $P_2 = 12\,000$, $P_3 = 9\,600$, $P_4 = 7\,680$.
2) $\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_2} = \frac{P_4}{P_3} = 0{,}8$. La suite des nombres P_1, P_2, P_3, P_4 est une suite géométrique de raison 0,8.
23. 1) Les cotes l_1, l_2, …, l_6 forment les premiers termes d'une suite arithmétique car :
$l_2 - l_1 = l_3 - l_2 = l_4 - l_3 = l_5 - l_4 = l_6 - l_5 = 12$.
2) La longueur l_7 du barreau supplémentaire est 158 cm.
24. 1) $U_2 = 10\,350$, $U_3 = 10\,712$, et $U_4 = 11\,087$ arrondis à l'unité.
2) $\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = 1{,}035$.
Les termes U_1, U_2, U_3 et U_4 forment une suite géométrique de raison 1,035.
3) $U_n = 1{,}035 \times U_{n-1}$ (ou $U_n = 10\,000 \times 1{,}035^n$).
4) La production annuelle de la 10e année, si l'objectif est tenu sera 13 629.
25. 1) La perte la première année est 18 750 €.
2) La machine vaut 106 250 € au bout d'un an.
3) Au bout de deux ans, la machine vaut 90 312,50 €.

4)

n	1	2	3	4	5	6	7
u_n	125 000	106 250	90 313	76766	65 251	55 463	47 144

5) Il faudra changer la machine la 7^e année.

26. 1) La dimension du tamis de module 25 est 0,250 mm.

2)

Module	25	26	27	28	29	30
Tamis (en mm)	0,25	0,313	0,391	0,488	0,610	0,763

Sur internet, on peut trouver le tableau suivant :

Modules	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Tamis	0,08	0,100	0,125	0,160	0,200	0,250	0,315	0,40	0,50	0,63	0,80
Modules	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
Tamis	1,00	1,25	1,60	2,00	2,50	3,15	4,00	5,00	6,30	8,00	10,00
Modules	42	43	44	45	46	47	48	49	50		
Tamis	12,50	16,00	20,00	25,00	31,50	40,00	50,00	63,00	80,00		

On constate un écart dans les valeurs à partir du module 26. Cette différence est peut-être due à une nécessité d'arrondir les dimensions pour obtenir des valeurs simples à utiliser et surtout à fabriquer.

Problèmes

Problème 1

1. En B3, il doit écrire « = B2+20 » et en C3, il doit écrire « = C2*1.2 ».

2. a. La suite (A_n) est une suite arithmétique de raison 20 et de terme initial 150.

b. La suite (B_n) est une suite géométrique de raison 1,2 et de terme initial 130.

3. $A_n = A_{n-1} + 20$ (ou $A_n = 150 + 20 \times n$)
$B_n = B_{n-1} \times 1{,}2$ (ou $B_n = 130 \times 1{,}20^n$).

4. Florian souhaite acheter son scooter dans 6 mois.

a. Avec la formule A, le montant du sixième dépôt serait 250 €.

Avec la formule B, le montant du sixième dépôt serait 323 €.

b. Avec la formule A, la somme économisée serait 1 200 €.

Avec la formule B, la somme économisée serait 1 291 €.

c. Florent retiendra la formule B car c'est la formule qui lui permet d'économiser les 1 250 € nécessaires pour l'achat de son scooter.

Mois(n)	*An*	*Bn*
1	150	130,00
2	170	156,00
3	190	187,20
4	210	224,64
5	230	269,57
6	250	323,48
Total économisé	**1 200**	**1 290,89**

Problème 2

1. La population sera de 16 900 habitants en 2010, de 17 250 habitants en 2011 et de 17 600 habitants en 2012. Ces nombres forment le début d'une suite arithmétique de raison 350.

2. Ouvrir le fichier « **05_construction_corrige.xls** » ou « **05_construction_corrige.ods** ».
On constate que les points sont alignés et à égale distance, le nombre d'habitants augmentant régulièrement.

3. La population dépassera 19 500 habitants en 2018.

4. Non, il n'est pas nécessaire qu'il prévoit cette construction car la population dépassera 22 000 habitants en 2025.

Problème 3

Partie A

1. Le sixième mois, on obtient 8 lapins.

2. Les termes 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 constituent les premiers termes de la suite dite de Fibonacci.
On constate que 2 = 1 + 1 ; 3 = 1 + 2 ; 5 = 2 + 3 ; 8 = 5 + 3 ; un terme s'obtient en faisant la somme des deux termes qui le précèdent (sauf pour les deux premiers termes qui sont connus).

Partie B

1. et 2. Ouvrir le fichier **« 05_fibonacci_corrige.xls »** ou **« 05_fibonacci_corrige.ods »**.

	Nombres de la suite de Fibonacci	Quotient de deux termes consécutifs
1er terme	1	
2^{e} terme	1	
3^{e} terme	2	2
4^{e} terme	3	1,5
5^{e} terme	5	1,666666667
6^{e} terme	8	1,6

	Nombres de la suite de Fibonacci	Quotient de deux termes consécutifs
7^{e} terme	13	1,625
8^{e} terme	21	1,615384615
9^{e} terme	34	1,619047619
10^{e} terme	55	1,617647059
11^{e} terme	89	1,618181818
12^{e} terme	144	1,617977528
13^{e} terme	233	1,618055556
14^{e} terme	377	1,618025751
15^{e} terme	610	1,618037135
16^{e} terme	987	1,618032787
17^{e} terme	1597	1,618034448
18^{e} terme	2584	1,618033813
19^{e} terme	4181	1,618034056
20^{e} terme	6765	1,618033963
21^{e} terme	10946	1,618033999
22^{e} terme	17711	1,618033985
23^{e} terme	28657	1,61803399
24^{e} terme	46368	1,618033988
25^{e} terme	75025	1,618033989
26^{e} terme	121393	1,618033989
27^{e} terme	196418	1,618033989

3. On constate lorsque l'on calcule le quotient d'un terme par le terme qui le précède que la valeur du quotient se stabilise assez rapidement vers une valeur valant environ 1,618.
À partir d'un certain rang, on peut dire : terme de rang n = terme de rang $(n - 1)$ $\times$ 1,618

4. Le quotient trouvé précédemment se rapproche du nombre d'Or ($\approx$1,618033988749), à partir d'un certain rang.

Je teste mes connaissances

Page 78

1. C	6. A
2. B	7. B
3. C	8. A
4. A	9. B
5. C	10. C

Sinus et cosinus d'un nombre réel

6

Activités

Page 79

– A_1 et A_2 se situent tous les deux à 200 km du radar.

– L'angle d'approche de A_1 est de 135° direction SO.

– $\cos(\alpha) = \dfrac{150}{OA_2} = \dfrac{150}{200} = 0{,}75$.

Soit $\alpha = \text{Arccos}(0{,}75) \approx 41{,}4°$.

Pages 80 et 81

Est-ce que je sais ?

a. $\text{sinus} = \dfrac{\textit{côté opposé}}{\textit{hypoténuse}}$;

$\text{cosinus} = \dfrac{\textit{côté adjacent}}{\textit{hypoténuse}}$;

$\text{tangente} = \dfrac{\textit{côté opposé}}{\textit{côté adjacent}}$.

b. *AB* est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$, *AC* est le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$ et *BC* est l'hypoténuse.

c. $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{51}{72}$.

d. $\sin \widehat{ABC} \approx 0{,}708$. D'où $\widehat{B} = 45°$.

Activité 1

1. a. $L = 2\pi r$.

b. $L = 2\pi$.

c., d., e. et **f.** $x = \dfrac{5\pi}{2}$ ce situe au même endroit que pour $x = \dfrac{\pi}{2}$ et $x = \dfrac{13\pi}{4}$ se situe au même endroit que $x = \dfrac{5\pi}{4}$.

g. Oui, on constate la même chose.

h. Le point *A'* est associé au réel π et le point *B'* est associé au réel $\dfrac{3\pi}{2}$.

i. Le point *B'* est associé au réel $-\dfrac{\pi}{2}$, le point *A'* est associé au réel $-\pi$ et le point *B* est associé au réel $-\dfrac{3\pi}{2}$.

2.

Arc $\overset{\frown}{AM}$	Cercle entier	Demi-cercle	Quart de cercle	Sixième de cercle	Huitième de cercle	Douzième de cercle
Mesure en radian de $\widehat{AOM}$	2π	π	$\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{6}$
Mesure en degré de $\widehat{AOM}$	360°	180°	90°	60°	45°	30°

Le signe de *x* est positif lorsque $0 \leq x \leq \pi$. On a alors $\widehat{AOM} = x$

Le signe de *x* est négatif lorsque $-\pi \leq x \leq 0$. Pour avoir un angle $\widehat{AOM}$ positif, alors $\widehat{AOM} = -x$.

Activité 2

1. a. $M(0,5 ; 0,85)$.

b. $\cos \frac{\pi}{3} \approx 0,5$ et $\sin \frac{\pi}{3} \approx 0,866$.

c. À la précision de la lecture graphique près, les valeurs trouvées en **a.** et **b.** sont identiques.

2. a. L'abscisse de M reste comprise entre -1 et 1.

L'ordonnée de M reste comprise entre -1 et 1.

D'où $-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$.

b. Parce que le triangle MOP est un triangle rectangle en P. Donc on peut appliquer le théorème de Pythagore. De plus, $MP = OQ$. D'où la relation donnée.

D'après **1.** $OP = \cos x$ et $OQ = \sin x$. Ce qui donne immédiatement pour tout x, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.

c. $\cos x = \dfrac{OP}{OM}$ et $\sin x = \dfrac{MP}{OM}$.

J'utilise un logiciel

Pages 84

Déterminer le signe de cos x et de sin x si $-\pi < x < \pi$

1. a. $M(0,45 ; 0,9)$.

b. $\cos x = 0,45$ et $\sin x = 0,9$.

c. $\cos x$ et $\sin x$ sont positifs.

2. a.

Arc	Angle x (rad)	Signe de cos x	Signe de sin x
$\overset{\frown}{AB}$	$0 < x < \frac{\pi}{2}$	> 0	> 0
$\overset{\frown}{BA'}$	$\frac{\pi}{2} < x < \pi$	< 0	> 0
$\overset{\frown}{A'B'}$	$-\pi < x < -\frac{\pi}{2}$	< 0	< 0
$\overset{\frown}{B'A}$	$-\frac{\pi}{2} < x < 0$	> 0	< 0

b. Le point M doit se trouver sur les arcs $\overset{\frown}{BA'}$ et $\overset{\frown}{A'B'}$.

3. a. Oui.

b. Sur l'arc $\overset{\frown}{B'A}$.

Utiliser la calculatrice pour déterminer le sinus et le cosinus d'un nombre réel

$\sin \frac{\pi}{5} = 0,588$;$\cos \frac{\pi}{5} = 0,809$;

$\sin 2,35 = 0,711$; $\cos 2,35 = -0,703$.

Exercices et problèmes

Pages 85 à 87

Exercices

Conversion

1. a. $18° = \frac{\pi}{10}$ rad ; $75° = \frac{5\pi}{12}$ rad ; $160° = \frac{8\pi}{9}$ rad.

b. $36° = \frac{\pi}{5}$ rad ; $72° = \frac{2\pi}{5}$ rad ;

$157,5° = \frac{7\pi}{8}$ rad.

2. a. $27° \approx 0,471$ rad ; $81° \approx 1$; 414 rad ; $289° \approx 5,044$ rad.

b. $47° \approx 0,820$ rad ; $181° \approx 3,19$ rad ; $245,5° \approx 4,285$ rad.

3. a. $0,75$ rad $= 43°$; $1,2$ rad $= 69°$; 5 rad $= 286°$.

b. $\frac{\pi}{5}$ rad $= 36°$; $\frac{\pi}{9}$ rad $= 20°$; $\frac{2\pi}{3}$ rad $= 120°$.

4. a. $0,675$ rad $= 39°$; $2,15$ rad $= 123°$; $4,6$ rad $= 264°$.

b. $\frac{2\pi}{7}$ rad $= 51°$; $\frac{5\pi}{9}$ rad $= 100°$;

$\frac{4\pi}{5}$ rad $= 144°$.

Mesure de l'angle géométrique $\widehat{AOM}$

5. a. $\widehat{AOM} = \frac{5\pi}{6}$ rad. **b.** $\widehat{AOM} = \frac{\pi}{2}$ rad.

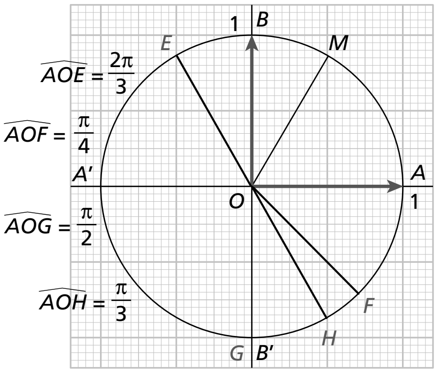
6. $\widehat{AOG} = \frac{\pi}{3}$ rad ; $\widehat{AON} = \frac{2\pi}{3}$ rad ;

$\widehat{AOH} = \pi$ rad ; $\widehat{AOE} = \frac{4\pi}{3}$ rad ;

$\widehat{AOX} = \frac{5\pi}{3}$ rad.

7. $\widehat{AOP} = \dfrac{2\pi}{5}$ rad ; $\widehat{AOE} = \dfrac{4\pi}{5}$ rad ;
$\widehat{AON} = \dfrac{6\pi}{5}$ rad ; $\widehat{AOT} = \dfrac{8\pi}{5}$ rad.

8.



Cosinus, sinus d'un nombre réel

9. **a.** $\cos \dfrac{\pi}{5} = 0{,}809$; $\cos \dfrac{3\pi}{7} = 0{,}223$;
$\cos(-\dfrac{2\pi}{9}) = 0{,}766$.

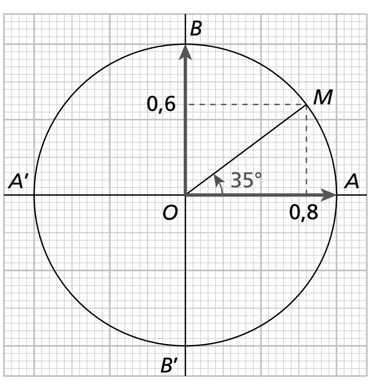
b. $\sin \dfrac{\pi}{7} = 0{,}434$; $\sin \dfrac{3\pi}{5} = 0{,}951$;
$\sin(-\dfrac{3\pi}{7}) = -0{,}975$.

10. $\cos x = 0{,}3$; $\sin x = 0{,}95$.
$\cos y = 0{,}85$; $\sin y = -0{,}5$.

11. $\cos x = -0{,}92$ ou $-0{,}93$; $\sin x = 0{,}4$.
$\cos y = -0{,}2$; $\sin y = -0{,}97$ ou $-0{,}98$.

12 $\cos x = -0{,}35$; $\sin x = 0{,}8$
$\cos y = 0{,}95$; $\sin y = -0{,}23$ ou $-0{,}24$.

13.



a. Graphiquement $\sin 35° = 0{,}6$;
$\cos 35° = 0{,}8$.

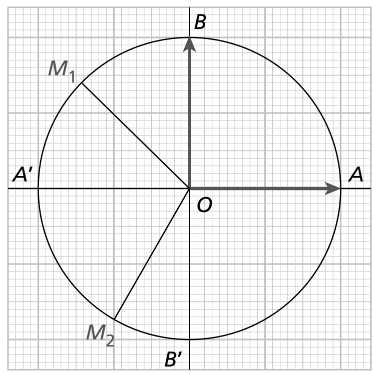
b. $\sin 35° = 0{,}574$; $\cos 35° = 0{,}819$.

14. $\dfrac{3\pi}{4}$ rad $= 135°$; $-2{,}1$ rad $\approx -120°$.

a. Graphiquement $\sin \dfrac{3\pi}{4} = 0{,}7$;
$\cos \dfrac{3\pi}{4} = -0{,}7$.

b. Graphiquement $\sin(-2{,}1) = -0{,}85$;
$\cos(-2{,}1) = -0{,}5$.

c. $\sin \dfrac{3\pi}{4} = 0{,}707$; $\cos \dfrac{3\pi}{4} = -0{,}707$.
$\sin(-2{,}1) = -0{,}863$; $\cos(-2{,}1) = -0{,}505$.

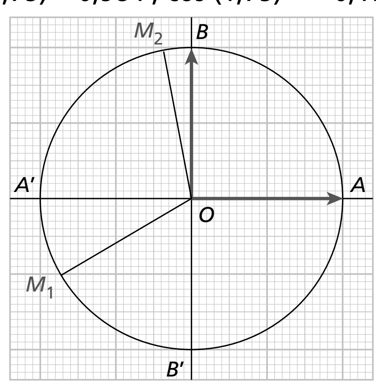


15. $-\dfrac{5\pi}{6}$ rad $= -150°$
$1{,}75$ rad $\approx 100°$.

a. Graphiquement $\sin -\dfrac{5\pi}{6} = -0{,}5$;
$\cos -\dfrac{5\pi}{6} = -0{,}85$.

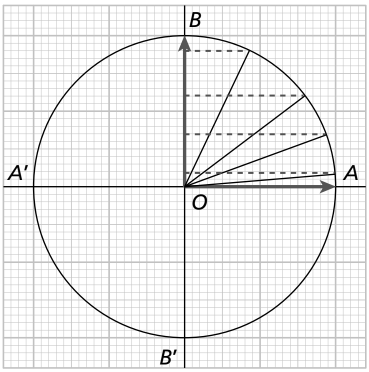
b. Graphiquement $\sin(1{,}75) = 0{,}97$ ou $0{,}98$;
$\cos(1{,}75) = -0{,}17$ ou $-0{,}18$.

c. $\sin -\dfrac{5\pi}{6} = -0{,}5$; $\cos -\dfrac{5\pi}{6} = -0{,}866$.
$\sin(1{,}75) = 0{,}984$; $\cos(1{,}75) = -0{,}178$.

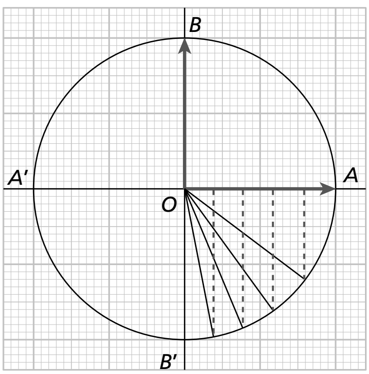


Problèmes

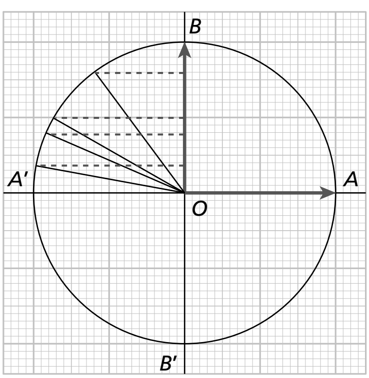
Problème 1



Problème 2

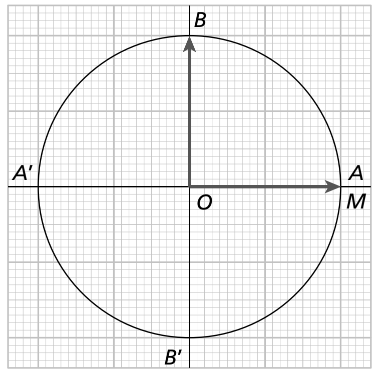


Problème 3

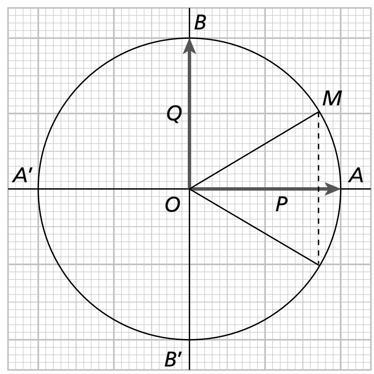


Problème 4

1. et 2. a.
Le point *M* est sur le point *A*.
b. $\cos 0 = 1$ et $\sin 0 = 0$.



3. a. b.



c. $OM = OM'$ par construction, donc OMM' est isocèle.

De plus, $\widehat{OMM} = \dfrac{\pi}{3}$ rad par construction,

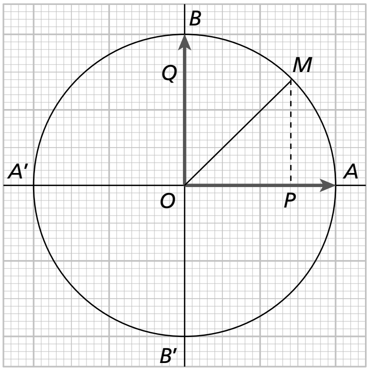
donc, OMM' est équilatéral.
d. D'après **c.** $MM' = 1$.

D'où $MP = \dfrac{1}{2}MM' = 0{,}5$.

$OP = OM\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

e. $\cos\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{OP}{OM} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{MP}{OM} = 0{,}5$.

4. a.



b. Par construction du point *P*, le triangle *OMP* est rectangle en *P*.

Par construction $\widehat{POM} = \frac{\pi}{4}$rad.

On en déduit par complémentarité :

$\widehat{OMP} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$.

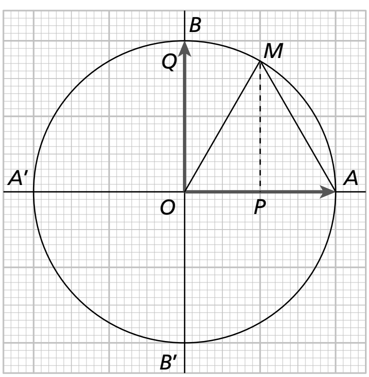
D'où *OMP* isocèle.

En conclusion *OMP* est rectangle isocèle.

c. $MP = OP = OM\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

d. $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{OP}{OM} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{MP}{OM} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

5. a.



b. $OM = OA = 1$.

L'angle au sommet *O* du triangle isocèle *OMA* vaut $\widehat{AOM} = \frac{\pi}{3}$.

D'où *OMA* est équilatéral.

c. $OP = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}$; $MP = OM\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

d. $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{OP}{OM} = 0{,}5$ et $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{MP}{OM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

6.

x (en rad)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,5
$\sin x$	0	0,5	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Problème 5

1. *BF* est la corde et *BD* est la moitié de la corde *BF*. $\overset{\frown}{BF}$ est l'arc double de l'arc $\overset{\frown}{BA}$.

2. Sinus est la contraction de « semisses inscriptae » qui donne « sins » auquel on ajoute le suffixe « us » pour latiniser le terme.

3. Le sinus de $\overset{\frown}{BA}$ vaut la moitié de *BF*, c'est-à-dire *BD*.

Dans le cas d'un angle de 30°, on a *OBF* équilatéral. D'où $BD = \frac{1}{2}BF$ avec $BF = OB$.

Problème 6

1. a. $\cos^2 x = 0{,}030625$.

b. $\sin x = \sqrt{1-\cos^2 x} = \sqrt{0{,}969375} \approx 0{,}985$.

2. a. $\cos^2 x = 0{,}0625$.

b. $\sin x = \sqrt{1-\cos^2 x} = \sqrt{0{,}9375} \approx 0{,}968$.

Problème 7

1. a. $\sin^2 x = 0{,}6724$.

b. $\cos x = \sqrt{1-\sin^2 x} = \sqrt{0{,}3276} \approx 0{,}572$.

2. a. $\sin^2 x = 0{,}0729$.

b. $\cos x = \sqrt{1-\sin^2 x} = \sqrt{0{,}9271} \approx 0{,}963$.

Comme $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$, alors $\cos x = -0{,}963$.

Problème 8

1. a. $\widehat{AOM} = 2\pi t$.

b. D'où $OP = \cos(2\pi t)$ et $OQ = \sin(2\pi t)$.

2. a. $PT^2 = MT^2 - MP^2$.

D'où $PT = \sqrt{9 - \sin^2(2\pi t)}$.

b. $OT = OP + PT$.

$OT = \sqrt{9 - \sin^2(2\pi t)} + \cos(2\pi t)$.

c. Pour $t = 0{,}5$ s, $2\pi t = \pi$.
Donc, $OT = 3 - 1 = 2$ m.

Je teste mes connaissances

Page 88

1. C
2. C
3. B
4. C
5. A
6. C
7. A
8. A
9. C
10. A

Fluctuation d'une fréquence (7)

Activités

Page 89

– La fréquence de la maladie parmi les personnes exposées à la pollution est $\frac{35}{250} = 0{,}14$.

– La valeur 0,14 est en dehors des points obtenus par simulation lorsque l'on suppose que la situation est habituelle. Cette fréquence est donc « significativement » inquiétante.

Pages 90 et 91

Est-ce que je sais ?

1. a) C'est normal. Cela peut-être du au hasard.

b) Le résultat le plus fiable est 54 % car il est obtenu avec davantage de personnes interrogées.

2. a) La probabilité d'obtenir un 6 est $\frac{1}{6} \approx 0{,}167$.

b) La fréquence du 6 observée sur 1 000 lancers est $\frac{252}{1\,000} = 0{,}252$ qui est très éloignée de $\frac{1}{6}$ pour un échantillon de taille importante. Le dé est vraisemblablement truqué.

Activité 1

1. Les résultats dépendent des expériences mais on observe assez souvent une fréquence supérieure ou égale à 0,6 sur un échantillon de taille 10, alors que c'est assez rare sur un échantillon de taille 50.

2. a) On observe des résultats analogues à ceux des images d'écran suivantes.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Maternité A**	jour 1	jour 2	jour 3	jour 4	jour 5	jour 6	jour 7	jour 8	jour 9	jour 10
2	naissance 1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0
3	naissance 2	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
4	naissance 3	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
5	naissance 4	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
6	naissance 5	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0
7	naissance 6	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
8	naissance 7	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0
9	naissance 8	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0
10	naissance 9	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
11	naissance 10	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0
12	**f**	**0,4**	**0,7**	**0,3**	**0,7**	**0,6**	**0,2**	**0,2**	**0,2**	**0,7**	**0,4**
13	nombre de jours avec f supérieure ou égale à 0,6 :				19						
14											
15	**Maternité B**	jour 1	jour 2	jour 3	jour 4	jour 5	jour 6	jour 7	jour 8	jour 9	jour 10
16	naissance 1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0
17	naissance 2	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0
18	naissance 3	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
19	naissance 4	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
20	naissance 5	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
21	naissance 6	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0

58	naissance 43	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1
59	naissance 44	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
60	naissance 45	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1
61	naissance 46	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0
62	naissance 47	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0
63	naissance 48	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0
64	naissance 49	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
65	naissance 50	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1
66	f	0,58	0,28	0,38	0,56	0,48	0,56	0,6	0,48	0,34	0,48
67	nombre de jours avec f supérieure ou égale à 0,6 :				5						

La distribution d'échantillonnage des échantillons de taille 10 est affichée à la ligne 12.

La distribution d'échantillonnage des échantillons de taille 50 est affichée à la ligne 66.

b) La distribution d'échantillonnage où l'on observe le plus souvent des résultats supérieurs ou égaux à 0,6 est celle des échantillons de taille 10.

c) La maternité ayant le plus de chances d'avoir le plus grand nombre de jours avec au moins 60 % de filles est la petite maternité.

Activité 2

1. Les résultats dépendent des expériences.

2. b) $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

c) $\overline{f}$ est proche de p.

Activité 3

1. $0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{35}} \approx 0{,}33$; $0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{35}} \approx 0{,}67$.

2. 100 %.

3. $0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{3\,500}} \approx 0{,}48$; $0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{3\,500}} \approx 0{,}52$.

4. La valeur 0,46 observée dans l'entreprise de 3 500 salariés n'appartient pas à l'intervalle de la question précédente. On peut estimer que, dans cette entreprise, les femmes ont moins de chances d'être embauchées que les hommes.

J'utilise un logiciel

Page 95

Expérimenter l'intervalle de fluctuation à 95 %

Voir fichier « **07_hazelwood_corrige.xls** » ou « **07_hazelwood_corrige.ods** ».

1. a) La valeur 1 correspond à un professeur Afro-américain, la valeur 0 correspond à un professeur non afro-américain.

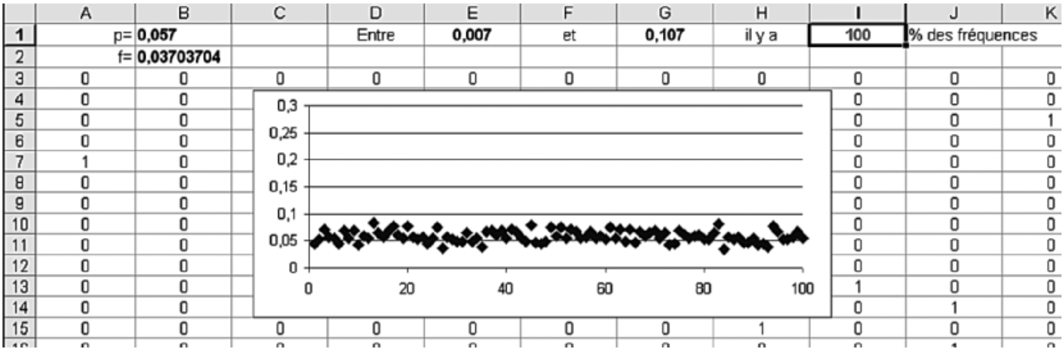
b) Le résultat affiché en A408 est la fréquence de professeurs Afro-américain sur un échantillon de taille 405.

c) Les formules calculent les bornes de l'intervalle de fluctuation à 95 %.

d) Le résultat affiché en I1 est le pourcentage d'échantillons fournissant une fréquence comprise dans l'intervalle de fluctuation.

e) On a $f = \frac{15}{405} \approx 0{,}037$. Cette valeur n'est pas comprise entre 0,104 et 0,204 et ne peut que très rarement s'observer sur les simulations.

2. On observe des résultats analogues à ceux de l'image d'écran suivante.



a) Les bornes de l'intervalle de fluctuation à 95 % sont environ 0,007 et 0,107.

b) La valeur f appartient à l'intervalle précédent.

c) En prenant comme valeur $p = 0,057$ la valeur f observée à l'école d'Hazelwood ne présente pas une différence significative.

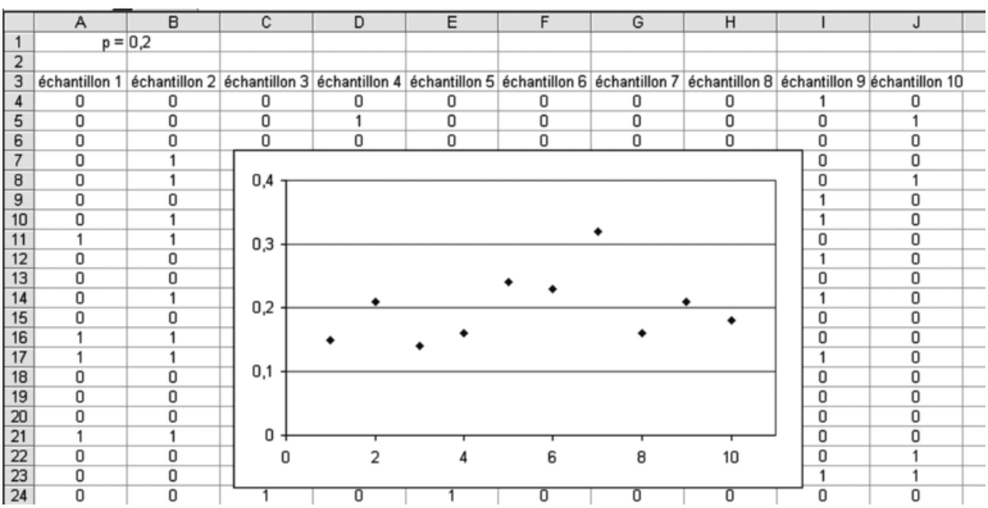
Page 96

Utiliser un intervalle de fluctuation en situation professionnelle

1. a) $p = 0,2$; **b)** [0,1 ; 0,3].

c) Lorsque le processus est sous contrôle, moins de 5 % des échantillons fournissent une fréquence f en dehors de l'intervalle précédent.

2. a)



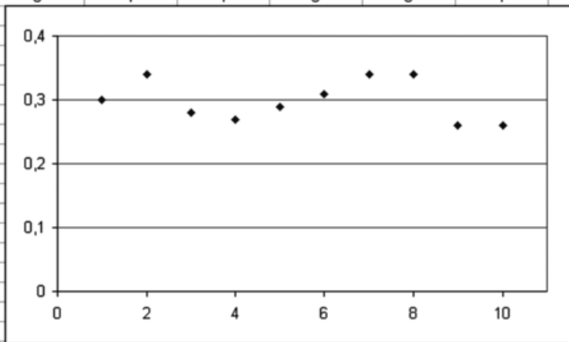
Lorsque $p = 0,2$ il arrive qu'il y ait des points en dehors des limites de surveillance (voir image), mais c'est assez rare.

b) Moins de 5 % des cas.

2. a) $p = 0,3$.

b)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	p =	0,3								
2										
3	échantillon 1	échantillon 2	échantillon 3	échantillon 4	échantillon 5	échantillon 6	échantillon 7	échantillon 8	échantillon 9	échantillon 10
4	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
6	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
7	0	0							0	0
8	0	0							0	0
9	0	1							0	0
10	0	0							1	0
11	0	0							0	0
12	0	1							0	0
13	0	1							0	1
14	0	1							0	0
15	0	0							0	0
16	0	0							0	0
17	0	0							0	1
18	0	0							0	1
19	0	0							0	0
20	1	1							0	0
21	1	0							1	0
22	0	0							1	1
23	0	0							1	1
24	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
25	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0



Les cartes donnent pratiquement toujours l'alerte (au moins ujn point situé en dehors des limites de surveillance).

Pages 97

Mener une étude statistique

Voir fichier « **07_elections_corrige.xls** » ou « **07_elections_corrige.ods** ».

A2372 | = | =ENT(ALEA()+0,5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
2369	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
2370	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
2371	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
2372	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
2373	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
2374												
2375	0,50316056	0,50273915	0,49093974	0,49894648	0,48925411	0,50863885	0,49388959	0,49894648	0,51074589	0,50737463	0,49852507	0,4888327
2376												
2377	Nombre de fréquences entre 0,48 et 0,52 :				95							

b) 0,48 et 0,52.

c) La formule compte le nombre d'échantillons, parmi les 100 simulés, fournissant une fréquence comprise entre 0,48 et 0,52.

d) Le nombre est en moyenne supérieur à 95.

3. a) Sur un grand nombre de simulations, le pourcentage est supérieur à 95 %.

b) La valeur 0,457 observée lors du dépouillement du 11 juin n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation à 95 %.

1. Il est très difficile d'observer une fréquence inférieure ou égale à 0,457.

2. a)

Exercices et problèmes

Pages 98 à 103

Exercices

Expérimenter la prise d'échantillon à l'aide d'une simulation

1. Le résultat 1 correspond à la première réponse ; 2 à la deuxième et 3 à la troisième.

2. $\frac{1}{3}$.

3. 3 réponses exactes et 2 réponses fausses.
4. Répéter 10 fois l'instruction = rand + 1/3 et compter le nombre de résultats avec 1 avant la virgule.

Étudier une série de fréquences d'échantillons de même taille

2. 1. $p = 0,25$.
2. $\bar{f} = 0,252$.
3. Les deux valeurs sont proches.
3. 1. a) Les valeurs extrêmes sont 0,1 et 0,9. L'étendue vaut 0,8.
b) Le mode est 0,5.
c) La pièce est tombée 1 227 fois sur « pile ».
2. Sur les échantillons de taille 1 000, la distribution d'échantillonnage est beaucoup moins dispersée.

Calculer le pourcentage d'échantillons dont la fréquence appartient à $[p - 1/\sqrt{n}\ ;\ p + 1/\sqrt{n}]$

4. 1. 0,5 et 0,7.
2. 95,5 %.
5. 1. a) 0,130 et 0,193.
b) 99,2 %.
c) Oui.
2. a) 0,137 et 0,200.
b) 98 %.
c) Oui.

Exercer un regard critique sur des données statistiques

6. 1. [0,4 ; 0,6].
2. $f = 0,38$ n'appartient pas à l'intervalle précédent. On ne peut pas considérer comme exacte l'affirmation du fournisseur.
7. 1. $0,7 - \dfrac{1}{\sqrt{30}} \approx 0,52$; $0,7 + \dfrac{1}{\sqrt{30}} \approx 0,88$.
2. Machine A : alerte. Il est possible que le nombre de paquets contenant exactement 50 bonbons soit supérieur à la normale (qualité supérieure à la normale).
Machine B : alerte. Il est possible que le nombre de paquets contenant exactement 50 bonbons soit inférieur à la normale (qualité inférieure à la normale).
Machine C : processus sous contrôle.
8. 1. $n = 500$; $f = 0,38$.
2. 0,36 et 0,44.
3. Oui car 0,38 est compris entre 0,36 et 0,44.
9. 1.

$p = 0,2$

n = 300
f = 0,31

2. $0,2 - \dfrac{1}{\sqrt{300}} \approx 0,14$; $0,2 + \dfrac{1}{\sqrt{300}} \approx 0,26$.
3. La valeur 0,31 n'est pas comprise entre 0,14 et 0,26. On ne peut pas considérer comme exacte l'affirmation du prestataire de service.
10. 1. $f_A = \dfrac{42}{100} = 0,42$; $f_B = \dfrac{920}{2\,000} = 0,46$.
2. $0,5 - \dfrac{1}{\sqrt{100}} = 0,4$; $0,5 + \dfrac{1}{\sqrt{100}} = 0,6$.
$0,5 - \dfrac{1}{\sqrt{2\,000}} = 0,48$; $0,5 + \dfrac{1}{\sqrt{2\,000}} = 0,52$.
3. f_A est comprise dans l'intervalle de fluctuation à 95 %.
f_B n'est pas comprise dans l'intervalle de fluctuation à 95 %.
L'entreprise qui respecte le mieux la parité est l'entreprise *A*.
11. 1. $p = \dfrac{105}{205} \approx 0,512$.
2. a) $\dfrac{105}{205} - \dfrac{1}{\sqrt{227}} \approx 0,45$;
$\dfrac{105}{205} + \dfrac{1}{\sqrt{227}} \approx 0,58$.
b) $f = \dfrac{91}{227} \approx 0,40$.

c) 0,40 n'est pas compris entre 0,45 et 0,58. On ne doit pas attribuer la différence entre f et p au hasard.

3. a) $\frac{105}{205} - \frac{1}{\sqrt{132}} \approx 0{,}43$;

$\frac{105}{205} + \frac{1}{\sqrt{132}} \approx 0{,}60$.

b) $f = \frac{46}{132} \approx 0{,}35$.

c) 0,35 n'est pas compris entre 0,43 et 0,60. On ne doit pas attribuer la différence entre f et p au hasard.

Problèmes

Problème 1

1. $0{,}6 - \frac{1}{\sqrt{50}} \approx 0{,}46$; $0{,}6 + \frac{1}{\sqrt{50}} \approx 0{,}74$.

2. Cette proportion est d'au moins 95 %.

3. Le dernier point est en-dehors des limites de surveillance. Il faut surveiller la production car il est probable que la qualité baisse.

Problème 2

1. La dernière colonne est la différence (positive) entre f et p.

2. Les deux années où l'écart entre f et p a été le plus grand sont 1936 et 1992.

3. a) La moyenne des écarts de 1936 à 1948 est 0,043.

b) L'écart moyen de 1952 à 2008 est 0,021. Le résultat de la question précédente est plus du double.

c) La méthode aléatoire paraît plus performante.

4. a) $\frac{1}{\sqrt{1\,000}} \approx 0{,}032$.

b) 5 sondages, sur 19 ont un écart supérieur à $\frac{1}{\sqrt{1\,000}}$.

Problème 3

Partie A

1. $0{,}44 - \frac{1}{\sqrt{1\,357}} \approx 0{,}41$; $0{,}44 + \frac{1}{\sqrt{1\,357}} \approx 0{,}47$.

2. $f = \frac{806}{1\,357} \approx 0{,}59$.

3. 0,59 n'est pas compris entre 0,41 et 0,47. Il n'est pas raisonnable de penser que la différence entre f et p est due au hasard.

Partie B

1. $f = \frac{295}{737} \approx 0{,}40$.

2. $0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{737}} \approx 0{,}46$; $0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{737}} \approx 0{,}54$.

3. 0,40 n'est pas compris entre 0,46 et 0,54. La différence est significative, on peut penser que moins de 50 % des fumeurs pensent prendre un risque.

Problème 4

1. Les bornes sont 0,4 et 0,6.

2. 0,54 n'est pas supérieur à 0,6. La municipalité ne décide pas de construire le stade.

3. La plus petite valeur de x est environ 600.

4. $0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{650}} \approx 0{,}539$.

0,54 est supérieur à $0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{650}}$. La municipalité décide de construire le stade.

Problème 5

1. $p_1 = 0{,}5$; $p_2 = 0{,}25$; $p_3 = 0{,}1$.

2. $I_1 = [0{,}4 ; 0{,}6]$; $I_2 = [0{,}15 ; 0{,}35]$; $I_3 = [0 ; 0{,}2]$.

3. La probabilité que la fréquence de gains observée sur 100 lancers de la roue 1 appartienne à I_1 vaut environ 0,96.

La probabilité que la fréquence de gains observée sur 100 lancers de la roue 2 appartienne à I_2 vaut environ 0,987.
La probabilité que la fréquence de gains observée sur 100 lancers de la roue 1 appartienne à I_1 vaut environ 0,997.

Je teste mes connaissances

Page 104

1. B et C
2. C
3. B
4. A
5. A et C
6. A
7. A
8. B et C
9. A
10. B

Résolution graphique

8

Activités

Page 105

– On lit sur le graphique les nombres 6 et 11,4 comme solutions pour l'équation h(t) = 7.

– Les solutions de l'inéquation h(t) ≥ 7 sont les nombres t tels que $6 \leq t \leq 11{,}4$.

– À 6 heures et à 11 heures 24, la hauteur d'eau dans le port de Paimpol est 7 mètres.

– Entre 6 heures et 11 heures 24, il y a plus de 7 mètres d'eau dans le port de Paimpol.

Pages 106 et 107

Est-ce que je sais ?

1. Le point d'intersection des deux droites a pour coordonnées (2 ; 0,6).
La solution du système est (2 ; 0,6).

2. Si $x < 3$, alors x appartient à l'intervalle $]-\infty ; 3[$.
Si $t \geq 5$, alors t appartient à l'intervalle $[5 ; +\infty[$.
Si $-2 \leq x < 1$, alors x appartient à l'intervalle $[-2 ; 1[$.
Si $v > 1{,}3$, alors v appartient à l'intervalle $]1{,}3 ; +\infty[$.

Activité 1

a. La courbe C coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisse 0,8 et 4.
Pour 0,8 tonne et 4 tonnes, le résultat de Loire-Acier est nul.

b. Lorsque le résultat est une perte, c'est un nombre négatif.
Lorsque le résultat est un bénéfice, c'est un nombre positif.
Le résultat est une perte pour 0,4 tonne et 4,5 tonnes. Le résultat est un bénéfice pour 2 tonnes et 2,8 tonnes.

c. Lorsqu'il y a perte, le point correspondant de la courbe C est en dessous de l'axe des abscisses. Son ordonnée est négative.
Lorsqu'il y a bénéfice, le point correspondant de la courbe C est au-dessus de l'axe des abscisses. Son ordonnée est positive.

d. L'équation $f(x) = 0$ a deux solutions sur l'intervalle [0 ; 5] : 0,8 et 4.
0 ; 0,5 ; 4,8 sont trois solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$.
1 ; 2,7 ; 3,8 sont trois solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.
Si $f(x) > 0$, alors x appartient à l'intervalle $]0{,}8 ; 4[$.

Activité 2

a. Les deux courbes se coupent au point d'abscisse 390.
Pour 390 m², les deux coûts sont égaux.

b. Le point de C_1 d'abscisse 300 est en dessous du point de C_2 de même abscisse.
La prestation la moins chère pour 300 m² est la prestation P_1.

c. Le point de C_1 d'abscisse 450 est au-dessus du point de C_2 de même abscisse.
La prestation la moins chère pour 450 m² est la prestation P_2.

d. Sur l'intervalle [0 ; 500], l'équation $f(x) = g(x)$ a une solution : 390.
100 ; 200 ; 300 sont trois solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$.
403 ; 420 ; 490 sont trois solutions de l'inéquation $f(x) > 0$.
Si $f(x) \leq g(x)$, alors x appartient à l'intervalle [0 ; 400].

J'utilise un logiciel

Page 111

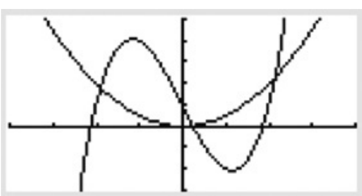
Encadrer une solution d'une équation

Voir fichier « **08_p111_corrige.xls** » ou « **08_p111_corrige.ods** ».
1. a. Formule à entrer en B2 : =0,3*A2^3-1,5*A2^2 +1,9*A2 +1.
L'équation $f(t) = 1,5$ a une seule solution sur l'intervalle [0 ; 1,4].
Une valeur approchée au dixième est 0,4.
2. a. On obtient $0,3 < t_0 < 0,4$.
b. On obtient $0,35 < t_0 < 0,36$.
c. On obtient $0,356 < t_0 < 0,357$.

Page 112

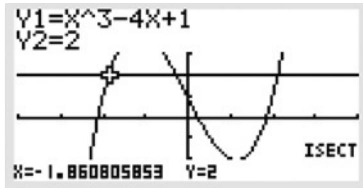
Résoudre graphiquement avec la calculatrice

1. b.



Il y a trois solutions sur l'intervalle [– 4 ; 4].
Un élève ne connaît pas le sens de variation de la fonction f pour $x < -4$ et pour $x > 4$. Pour lui, il pourrait donc y avoir d'autres solutions à l'extérieur de l'intervalle [– 4 ; 4].
c. Les valeurs approchées au centième des trois solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont – 1,89 ; 0,25 ; 2,15.

2. a. Les valeurs approchées au centième des trois solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont – 2,11 ; 0,25 et 1,86.
b.



Les valeurs approchées au centième des trois solutions de l'équation $f(x) = 2$ sont – 1,86 ; – 0,25 et 2,11.

Exercices et problèmes

Pages 113 à 117

Exercices

Comparer une fonction à une constante

1. a. Graphique ① : trois solutions.
Graphique ② : pas de solution.
Graphique ③ : une solution.
b. Graphique ① : une solution.
Graphique ② : trois solutions.
Graphique ③ : une solution.
c. Graphique ① : une solution.
Graphique ② : pas de solution.
Graphique ③ : une solution.
d. Graphique ① : les trois solutions sont – 1 ; 0 et 1.
Graphique ② : pas de solution.
Graphique ③ : la solution est 1,6.
2. Graphique ① :
$f(x) < 0$: [– 2 ; – 1[ou]0 ; 1] ; $f(x) \geq 0$: [– 1 ; 0] ou [1 ; 2]
Graphique ② :
$f(x) < 0$: pas de solution ; $f(x) \geq 0$:]– ∞ ; + ∞[
Graphique ③ :
$f(x) < 0$:]1,6 ; 2] ; $f(x) \geq 0$: [– 2 ; 1,6]

3. Graphique ① :

x	-2		-1		0		1		2
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Graphique ② :

x	-2		2
Signe de $f(x)$	$1{,}4$	$+$	$3{,}6$

Graphique ③ :

x	-2		$1{,}6$		2
Signe de $f(x)$	2	$+$	0	$-$	$-1{,}2$

4. **a**. Sur l'intervalle [– 2 ; 2], la droite d'équation $y = 7$ coupe C_f en un seul point.

b. $x_0 \approx 1{,}45$

c.

x	1,43	1,44	1,45	1,46	1,47
$f(x)$	6,784	6,866	6,949	7,032	7,117

d. $1{,}45 < x_0 < 1{,}46$

Comparer deux fonctions

5. **a**. $f(x) = g(x)$: 1 et 2,6.

b. $f(x) \geq g(x)$: [1 ; 2,6].

c. $f(x) < g(x)$:]0 ; 1[ou]2,6 ; 4].

Éviter quelques pièges

6. **a**. L'affirmation est fausse, y compris sur l'exemple proposé.

L'affirmation « Un nombre positif est toujours plus petit que son carré. » est fausse aussi.

Par exemple, $0{,}1^2 < 0{,}1$.

b. Pour x positif, on a $x^2 < x$ si x appartient à l'intervalle [0 ; 1].

c. $0{,}5^2 < 0{,}5$ car 0,5 est compris entre 0 et 1.

d. Kevin a seulement pensé aux nombres plus grands que 1.

L'affirmation exacte est : « Tout nombre compris entre 0 et 1 est supérieur à son carré. Tout nombre supérieur à 1 est inférieur à son carré ».

7. **a**. L'affirmation est fausse.

b. $3^2 = 9$ et $(-3)^2 = 9$.

c. Clara n'a tracé sa courbe que pour des valeurs positives de x.

Elle n'a donc pas vu la solution négative – 3.

8. **a**. L'affirmation est fausse.

b. Nora n'a représenté qu'une branche de l'hyperbole.

c. Nora a oublié la solution négative de l'équation : – 0,5.

« Pot pourri » sur les fonctions

9. a.

x	0		1		2
$f(x)$	-3	↗	1	↘	-3

b. $f(x) = 0$: 0,5 et 1,5.

$f(x) = -1$: 0,3 et 1,7.

$f(x) = 1$: 1.

c. $f(x) \geq -1$: [0,3 ; 1,7].

$f(x) > 0$:]0,5 ; 1,5[.

$f(x) > 1$: pas de solution.

d.

x	0		$0{,}5$		$1{,}5$		2
Signe de $f(x)$	-3	$-$	0	$+$	0	$-$	-3

10. **a**. Le maximum de f sur [– 2,5 ; 2] est 4.

b. Le minimum de f sur [0 ; 2] est 0.

c. $f(-1) = 4$; $f(2) = 4$; $f(1) = 0$

d.

x	$-2{,}5$		-1		1		2
$f(x)$	-5	↗	4	↘	0	↗	4

e. $f(x) = -2$: $-2{,}2$; $f(x) = 0$: -2 et 1 ; $f(x) = 2$: $-1{,}7$; 0 et $1{,}7$.
f. $f(x) < 0$: $[-2{,}5 ; -2]$; $f(x) \geq 0$: $[-2 ; 2]$; $f(x) \leq 2$: $[-2{,}5 ; -1{,}7]$ ou $[0 ; 1{,}7]$.
g.

x	$-2{,}5$		-2		2
Signe de $f(x)$	-5	$-$	0	$+$	4

11. **a**. $g(x) = 0$: -1 ; $g(x) \leq 0$: $[-2{,}5 ; -1]$.
b. $f(x) = g(x)$: $-2{,}2$ et $0{,}2$; $f(x) > g(x)$: $]-2{,}2 ; 0{,}2[$.
12. **1**. **a**. et **b**. Voir fichier « **08_ex12_corrige.xls** » ou « **08_ex12_corrige.ods** ».
c. La courbe coupe l'axe des abscisses en deux points.
d. $x_1 \approx 0{,}3$; $x_2 \approx 1{,}9$.
2. **a**. $0{,}2 < x_1 < 0{,}3$.
b. Voir fichier « **08_ex12_corrige.xls** » ou « **08_ex12_corrige.ods** ».
c. $0{,}25 < x_1 < 0{,}26$.
3. **a**. $1{,}8 < x_2 < 1{,}9$.
b. Voir fichier « **08_ex12_corrige.xls** » ou « **08_ex12_corrige.ods** ».
$1{,}86 < x_2 < 1{,}87$.

Problèmes

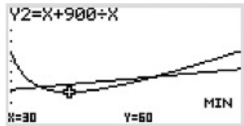
Problème 1

Partie A

1. **a**. La recette pour une production de 70 objets est 77,50 €.
b. $R(n) = 0{,}25n + 60$.
2. **a**. $C(45) = 65$. Le montant journalier des charges pour une production de 45 objets est 65 €.
b. $R(45) = 71{,}25$. Pour une production de 45 objets, on a un bénéfice de 6,25 €.

Partie B

a. f est une fonction affine car son expression algébrique est de la forme $ax + b$ avec $a = 0{,}25$ et $b = 60$.
b.



c. Sur l'intervalle $[10 ; 90]$, la fonction g atteint son minimum pour $x = 30$. La valeur de ce minimum est 60.
d.

x	10	30	90
$g(x)$	100 ↘	60	↗ 100

e. $g(x) = 0$: pas de solution ; $g(x) = 80$: $13{,}5$ et $66{,}5$; $f(x) = g(x)$: 20 et 60.
f. $f(x) \geq 0$: $[10 ; 90]$; $f(x) > g(x)$: $]20 ; 60[$.

Partie C

a. Les charges quotidiennes sont minimales pour 30 objets. Leur montant est 60 €.
b. La production doit être dans l'intervalle $]20 ; 60[$.

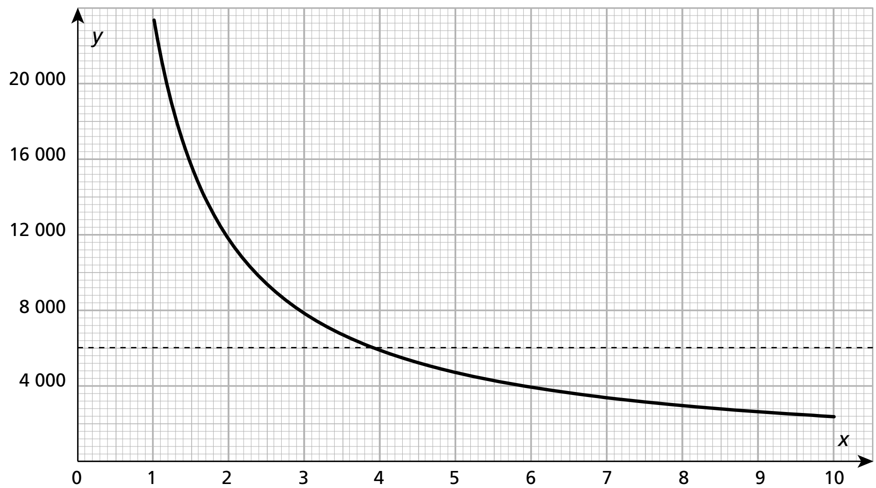
Problème 2

Partie A

1. $P_1 = 5\,875$ €.
2. **a**. La fonction f est décroissante : elle a le même sens de variation que la fonction inverse car 23 500 est positif.
b.

x	1	1,5	2	4	7	10
$f(x)$	23 500	15 667	11 750	5 875	3 357	2 350

c.



d. $3{,}9 \leq x \leq 10$.

3. La machine vaut moins de 6 000 € après 4 ans.

Partie B

1. $P_2 = 7\,200$ €.

2. **a**. $a = 100$; $b = -\,2\,100$; $c = 14\,000$.

b. $-\dfrac{b}{2a} = 10{,}5$. Ce nombre n'appartient pas à l'intervalle [1 ; 10].

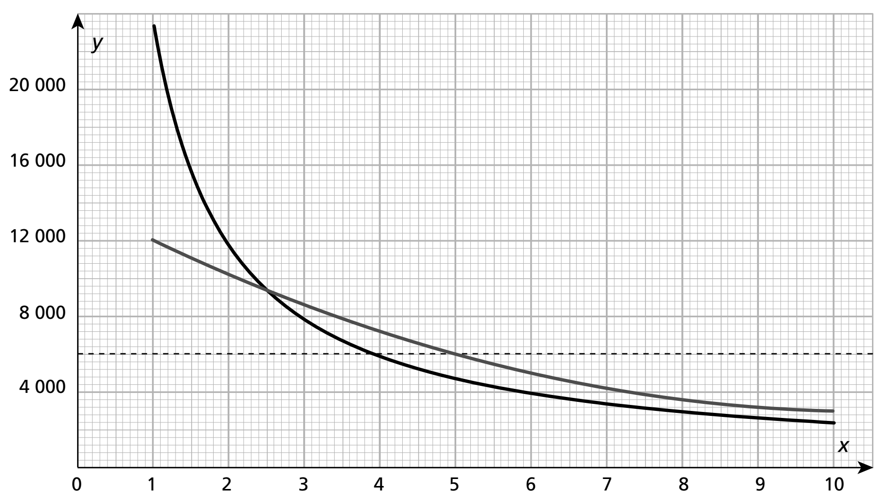
c. La fonction g est décroissante sur l'intervalle [1 ; 10] puisque les valeurs de x sont inférieures à 10,5, abscisse du sommet de la parabole d'équation $y = 100x^2 - 2\,100x + 14\,000$.

d.

x	1	2	4	6	8	10
$g(x)$	12 000	10 200	7 200	5 000	3 600	3 000

e. La courbe représentative de g est un arc de parabole. Voir courbe ci-dessous.

f. $5 \leq x \leq 10$.



3. Le prix de la machine devient inférieur à 6 000 € un an plus tard avec la seconde évolution du prix.

Partie C

1. $f(x) = g(x)$: 2,5 ; $f(x) < g(x)$:]2,5 ; 10[
2. Les deux prix sont égaux au bout de deux ans et demi. Pour une durée supérieure à deux ans et demi, P_1 est inférieur à P_2.

Problème 3

Partie A

a. $a = -5$; $b = 240$; $c = 1\ 600$.
b. $-\dfrac{b}{2a} = 24$. Ce nombre appartient à l'intervalle [0 ; 30]. Le sommet de la parabole d'équation $y = -5x^2 + 240x - 1\ 600$ appartient à la courbe représentative de f.

c.

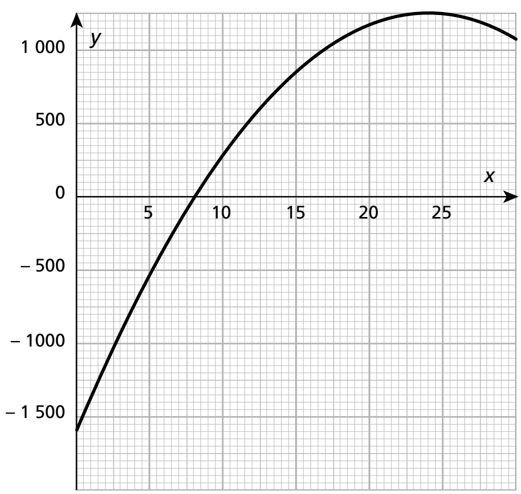
x	0	24	30
$f(x)$	– 1 600 ↗	1 280	↘ 1 100

d.

x	0	4	8	10	14	18
$f(x)$	– 1 600	– 720	0	300	780	1 100

x	20	22	24	26	28	30
$f(x)$	1 200	1 260	1 280	1 260	1 200	1 100

e.



f. $f(x) = 0$: 8 ; $f(x) = 1\ 100$: 18 ; $f(x) > 0$:]8 ; 30] ; $g(x) > 1\ 100$:]18 ; 30].

Partie B

1. **a**. Le bénéfice est maximum pour 24 buffets.
b. Le bénéfice maximum s'élève à 1 280 €.
2. **a**. Le restaurant réalise un bénéfice à partir de 8 buffets.
b. Le bénéfice est supérieur à 1 100 € lorsque le nombre de buffets est supérieur à 18.

Problème 4

1. a. Entre 4 h et 8 h, la marée est montante ; elle est descendante entre 10 h et 14 h.
b. Il y a marée haute vers 9 h et vers 21 h 30. Il y a marée basse vers 3 h 30 et vers 16 h.
2. a. [5 ; 13,5] ou [17,5 ; 24]
b. Les horaires possibles sont : entre 10 h et 13 h 30 ou entre 17 h 30 et 19 h.
3. L'équation $f(x) = 0$ n'a pas de solution. Il reste toujours de l'eau dans le port ce jour-là.
4. Les trois marnages sont de 10 mètres environ.

Je teste mes connaissances

Page 118

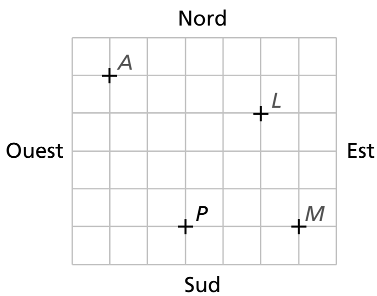
1. A	6. B
2. C	7. C
3. B	8. C
4. B	9. A
5. A	10. B

Coordonnées d'un vecteur

9

Activités

Page 119



– Louis se déplace de 2 carreaux vers l'ouest, puis de 3 carreaux vers le sud.
– Mathilde se déplace de 3 carreaux vers l'ouest.
– Alice : (2 ; – 4) ; Louis : (– 2 ; – 3) ; Mathilde : (– 3 ; 0).
Les élèves peuvent proposer d'autres codages.

Pages 120 à 122

Est-ce que je sais ?

1. a. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DE}$.
b. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE}$.
2. $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$.

Activité 1

a. $x_B - x_A = 2$. La différence est positive car le déplacement ① est dans le sens positif de l'axe des abscisses.
$y_B - y_A = -3$. La différence est négative car le déplacement ② est dans le sens négatif de l'axe des ordonnées.
b. $\overrightarrow{BC}(2\ ;\ 1)$; $\overrightarrow{CA}(-4\ ;\ 2)$; $\overrightarrow{DA}(-4\ ;\ 0)$; $\overrightarrow{CD}(0\ ;\ 2)$.

Activité 2

1. a. $A(-1\ ;\ 0{,}5)$; $B(3\ ;\ 2{,}5)$; $\overrightarrow{AB}(4\ ;\ 2)$.
b. Voir le bouton d'aide.
c. *Cela dépend de la réponse de l'élève.*
2. a. $AH = 4$; $BH = 2$; $AB \approx 4{,}47$
b. Le calcul est le même. La formule détaille le calcul des distances AH et BH.
$AB \approx 4{,}27$.

Activité 3

a. $A(-2\ ;\ -0{,}5)$; $B(3\ ;\ 2{,}5)$; $E(0{,}5\ ;\ 1)$.
Moyenne des abscisses de A et $B = \dfrac{-2+3}{2}$ $= 0{,}5$. Ce nombre est égal à l'abscisse du point E.
Moyenne des ordonnées de A et B $= \dfrac{-0{,}5+2{,}5}{2} = 1$. Ce nombre est égal à l'ordonnée du point E.
b. Voir les boutons d'aide.
c. *Cela dépend de la réponse de l'élève.*

Activité 4

a. $\vec{u}(3\ ;\ -1)$; $\vec{v}(9\ ;\ -3)$. On obtient les coordonnées de $\vec{v}$ en multipliant celles de $\vec{u}$ par 3.

$\vec{u}(3\ ;-1)$; $\vec{w}(-6\ ;2)$. On obtient les coordonnées de $\vec{w}$ en multipliant celles de $\vec{u}$ par – 2.
On obtient les coordonnées de $k\vec{u}$ en multipliant celles de $\vec{u}$ par k.
b. *Cela dépend de la réponse de l'élève.*
c. $4{,}2\vec{u}\ (12{,}6\ ;-4{,}2)$; $-0{,}2\vec{u}\ (-0{,}6\ ;0{,}2)$.

Activité 5

a. $\vec{a}(3\ ;1)$; $\vec{b}(1\ ;3)$; $\vec{c}(-2\ ;2)$; $\vec{d}(2\ ;2)$; $\vec{e}(3\ ;1)$; $\vec{f}(3\ ;1)$; $\vec{g}(2\ ;-2)$; $\vec{h}(-2\ ;-2)$; $\vec{i}(1\ ;3)$.
b. Les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{e}$ et $\vec{f}$ ont le même couple de coordonnées ; $\vec{a}=\vec{e}=\vec{f}$.
Les vecteurs $\vec{b}$ et $\vec{i}$ ont le même couple de coordonnées ; $\vec{b}=\vec{i}$.

J'utilise un logiciel

Pages 127 et 128

Reconnaître des vecteurs colinéaires

1. **a.** $\vec{u}(-1{,}5\ ;3{,}5)$; $\vec{v}(1{,}8\ ;2)$.
Ces vecteurs ne semblent pas avoir la même direction.
$\dfrac{x_2}{x_1}=-1{,}2$ et $\dfrac{y_2}{y_1}\approx 0{,}571$. Ces deux rapports ne sont pas égaux.
b. Pour $y_2=-4{,}2$, on a $\dfrac{x_2}{x_1}=\dfrac{y_2}{y_1}=-1{,}2$.
Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ semblent avoir la même direction.
On a $\vec{v}=-1{,}2\vec{u}$.
c. Pour $x_2=-3{,}6$ et $y_2=8{,}4$,
on a $\dfrac{x_2}{x_1}=\dfrac{y_2}{y_1}=2{,}4$.
Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ semblent avoir la même direction.
On a $\vec{v}=2{,}4\vec{u}$.

d. Pour montrer que deux vecteurs de coordonnées données sont colinéaires :
– on calcule le rapport des premières coordonnées ;
– on calcule le rapport des deuxièmes coordonnées ;
– on compare les valeurs trouvées : si les deux rapports sont égaux, les deux vecteurs sont colinéaires.
2. **Application**
$\vec{u}$ et $\vec{t}$ sont colinéaires car $\dfrac{1}{5}=\dfrac{-0{,}4}{-2}=0{,}2$.
$\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires car $\dfrac{-1{,}2}{2}=\dfrac{0{,}6}{-1}=-0{,}6$.

Construire, calculer, vérifier

Pour la construction de la figure, voir fichier **« 09_p128_corrige.ggb »**.
b. $\overrightarrow{AB}(-16\ ;-3)$.
c. $AD=\sqrt{(-7)^2+(-7)^2}=\sqrt{98}$; $AD\approx 9{,}9$.
d. $M\left(\dfrac{9+(-7)}{2};\dfrac{8+5}{2}\right)$, soit $M(1\ ;6{,}5)$.
e. $DB=\sqrt{(-7-2)^2+(5-1)^2}=\sqrt{97}$.
DB n'est pas égale à AD, même si les deux distances sont très proches. Le point B n'est pas sur le cercle C.

Exercices et problèmes

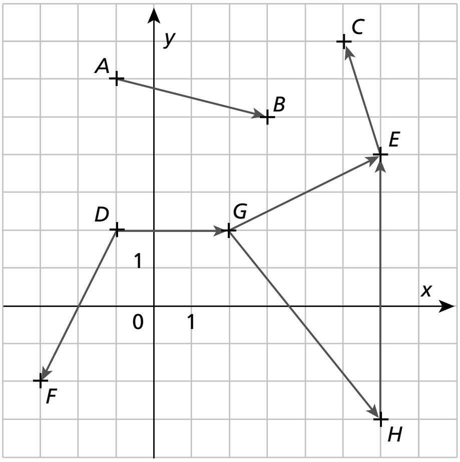
Pages 129 à 133

Exercices

Lire graphiquement les coordonnées d'un vecteur

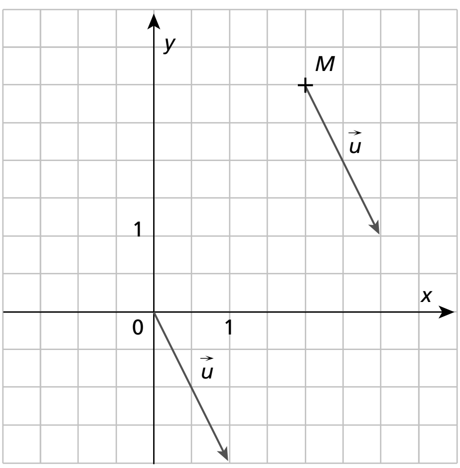
1. $\vec{a}(4\ ;1)$; $\vec{b}(0\ ;4)$; $\vec{c}(-3\ ;-3)$; $\vec{d}(-4\ ;0)$; $\vec{e}(3\ ;0)$; $\vec{f}(8\ ;-3)$; $\vec{g}(2\ ;-3)$; $\vec{h}(1\ ;5)$; $\vec{i}(-6\ ;-1)$; $\vec{j}\ (0\ ;-2)$.

2. a.

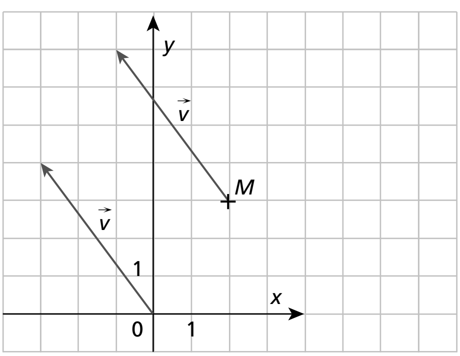


b. $\overrightarrow{AB}(4\ ;\ -1)$; $\overrightarrow{EC}(-1\ ;\ 3)$; $\overrightarrow{GE}(4\ ;\ 2)$; $\overrightarrow{DF}(-2\ ;\ -4)$; $\overrightarrow{GH}(4\ ;\ -5)$; $\overrightarrow{HE}(0\ ;\ 7)$; $\overrightarrow{DG}(3\ ;\ 0)$.

3. a.



b.



Calculer les coordonnées et la norme d'un vecteur

4. a. $\|\vec{u}\| = \sqrt{74}$.

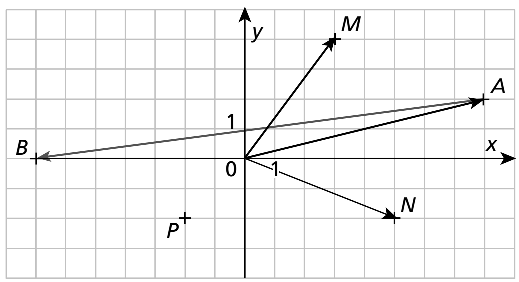
b. $\overrightarrow{DE}(-9\ ;\ 15)$; $DE = \sqrt{306}$.

$\overrightarrow{ED}(9\ ;\ -15)$; $ED = \sqrt{306}$.

5. a. $\overrightarrow{AB}(9\ ;\ -2)$; $\overrightarrow{BA}(-9\ ;\ 2)$; $\overrightarrow{BC}(-4\ ;\ -6)$; $\overrightarrow{CD}(-5\ ;\ -1)$; $\overrightarrow{CA}(-5\ ;\ 8)$; $\overrightarrow{DA}(0\ ;\ 9)$.

b. $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{85}$; $\|\overrightarrow{BA}\| = \sqrt{85}$; $\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{52}$; $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{26}$; $\|\overrightarrow{CA}\| = \sqrt{89}$; $\|\overrightarrow{DA}\| = 9$.

6. a.

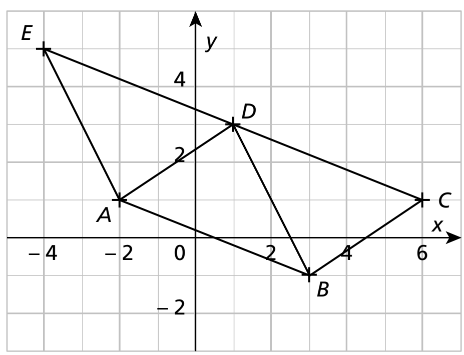


Les coordonnées du point A sont $(8\ ;\ 2)$.

b. Les coordonnées du point B sont $(-7\ ;\ 0)$.

c. $\overrightarrow{AB}(-15\ ;\ -2)$.

7. a.



b. $\overrightarrow{AE}(-2\ ;\ 4)$; $\overrightarrow{BD}(-2\ ;\ 4)$; $\overrightarrow{AD}(3\ ;\ 2)$; $\overrightarrow{BC}(3\ ;\ 2)$.

c. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. Donc le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

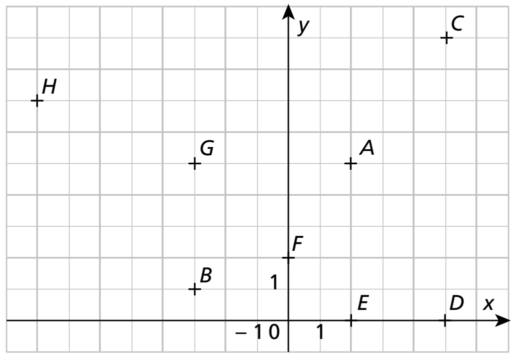
$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BD}$. Donc le quadrilatère $ABDE$ est un parallélogramme.

8. $\vec{u}+\vec{v}(-2\ ;\ 10)\ ;\ \vec{v}+\vec{w}(-1\ ;\ 2)\ ;$
$\vec{u}+\vec{w}(-9\ ;\ -4)$.
9. $\vec{a}+\vec{b}(4\ ;\ 5)\ ;\ \vec{c}+\vec{g}(-1\ ;\ -6)\ ;\ \vec{b}+\vec{j}(0\ ;\ 2)\ ;$
$\vec{f}+\vec{i}(2\ ;\ -4)$.
10. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EG}(0\ ;\ -3)\ ;\ \overrightarrow{GH}+\overrightarrow{CE}(5\ ;\ -8)\ ;$
$\overrightarrow{DG}+\overrightarrow{DF}(1\ ;\ -4)$.
11. $2\vec{u}(6\ ;\ 4)\ ;\ -3\vec{v}(6\ ;\ -18)\ ;\ -\frac{4}{3}\vec{u}\left(-4\ ;\ -\frac{8}{3}\right)\ ;$
$0{,}5\vec{v}(-1\ ;\ 3)\ ;\ -\vec{u}(-3\ ;\ -2)\ ;\ -\frac{1}{4}\vec{v}(0{,}5\ ;\ -1{,}5)$.
12. $\frac{3}{4}\vec{b}(0\ ;\ 3)\ ;\ -5\vec{d}(20\ ;\ 0)\ ;\ \frac{1}{3}\vec{g}\left(\frac{2}{3}\ ;-1\right)\ ;$
$-\vec{i}(6\ ;\ 1)\ ;\ 1{,}2\vec{c}\ (-3{,}6\ ;\ -3{,}6)$.
13. $2\overrightarrow{AB}(8\ ;\ -2)\ ;\ -8\overrightarrow{HE}(0\ ;\ -56)\ ;$
$\frac{1}{2}\overrightarrow{EG}(-2\ ;\ -1)\ ;\ \frac{2}{3}\overrightarrow{DG}(2\ ;\ 0)$.
14. a. $AC=\sqrt{65}\ ;\ CD=\sqrt{52}\ ;\ AD=\sqrt{13}$.
b. $AC^2 = 65\ ;\ CD^2 + AD^2 = 52 + 13 = 65$. Donc $AC^2 = CD^2 + AD^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *ADC* est rectangle en *D*.
15. a. $BC=\sqrt{13}\ ;\ CE=\sqrt{41}\ ;\ BE=\sqrt{40}$.
b. Le triangle *BCE* n'est pas isocèle.
16. $TC^2 = 40\ ;\ CL^2 = 20\ ;\ TL^2 = 20$.
$TC^2 = CL^2 + TL^2$. Donc le triangle *TCL* est rectangle en *L*.
$CL = TL$. Donc le triangle *TCL* est isocèle.

Calculer les coordonnées d'un point

17. Les coordonnées du point *B* sont (2 ; – 1).
18. Les coordonnées du point *F* sont (– 5 ; 9).
19. a. Les coordonnées du point *A* sont (0 ; 0).
b. Les coordonnées du point *B* sont (– 4 ; – 10).
20. $A(2{,}5\ ;\ 6{,}5)\ ;\ B(-4{,}5\ ;\ 4{,}5)\ ;\ C(1\ ;\ 1)$.
21. a. $\overrightarrow{HS}(10\ ;\ -6)$.
b. $HS=\sqrt{136}$.
c. $I(2\ ;\ 1)$.

22. a.



b. $C(5\ ;\ 9)\ ;\ D(0\ ;5)\ ;\ E(0\ ;\ 2)\ ;\ F(2\ ;\ 0)\ ;$ $G(-3\ ;\ 5)\ ;\ H(-8\ ;\ 7)$.
23. $M(2\ ;\ 6)\ ;\ P(-3\ ;\ 13)\ ;\ Q(-8\ ;\ 7)\ ;\ R(-1\ ;\ 11)$.
24. a. Les coordonnées du point *A* sont (1 ; 0).
b. Les coordonnées du point *B* sont (– 5 ; 2).
25. a. Les coordonnées du point *P* sont (4 ; – 4).
b. Les coordonnées du point *R* sont (– 14 ; 0).
26. a. Les coordonnées du point *C* sont (6 ; – 3). Le point *C* est confondu avec le point *B*.
b. Les coordonnées du point *D* sont (– 2 ; 5).
27. a. $\overrightarrow{AB}(5\ ;\ 2)\ ;\ \overrightarrow{AC}(1\ ;\ -3)\ ;$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}(6\ ;\ -1)$.
b. Les coordonnées du point *D* sont (4 ; 0).
28. a. $\overrightarrow{HK}(-1\ ;\ 1)$. On en déduit $M(4\ ;\ 6)$.
b. $\overrightarrow{HL}(6\ ;\ 2)\ ;\ \overrightarrow{HM}(5\ ;\ 3)$. On en déduit $M(4\ ;\ 6)$.
29. a. $\overrightarrow{AB}(4\ ;\ 1)\ ;\ \overrightarrow{AE}(1{,}6\ ;\ 0{,}4)\ ;\ E(-0{,}4\ ;\ 3{,}4)$.
b. $\overrightarrow{CF}(-8\ ;\ -2)\ ;\ F(-3\ ;\ -5)$.
c. Les points *A*, *B* et *E* sont alignés.
d. Les droites (*AB*) et (*CF*) sont parallèles.
30. a. Les coordonnées du point *B* sont (2 ; 2).
b. $\overrightarrow{OB}(2\ ;\ 2)\ ;\ \overrightarrow{BA}(2\ ;\ -2)\ ;\ \overrightarrow{AO}(-4\ ;\ 0)$.
c. $\left\|\overrightarrow{OB}\right\|=\sqrt{8}\ ;\ \left\|\overrightarrow{BA}\right\|=\sqrt{8}\ ;\ \left\|\overrightarrow{AO}\right\|=4$.

Reconnaître des vecteurs égaux

31. $\overrightarrow{DE}(3 ; -6)$; $\overrightarrow{CF}(3 ; -6)$. Donc les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{CF}$ sont égaux.
Le quadrilatère *CDEF* est un parallélogramme.

32. **a**. $\overrightarrow{AB}(3 ; -5)$; $\overrightarrow{AD}(8 ; 2)$; $\overrightarrow{AC}(11 ; -3)$; $\overrightarrow{DC}(3 ; -5)$.
b. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont égaux. Donc le quadrilatère *ABCD* est un parallélogramme.
c. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
Coordonnées du milieu de [AC] : (2,5 ; 0,5).

33. $\overrightarrow{BA}(-3 ; -2)$; $\overrightarrow{AC}(-3 ; -2)$.
Les vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont égaux. Donc *A* est le milieu de [*BC*].

34. **a**. oui **b**. non **c**. oui **d**. non.

35. **a**. $\overrightarrow{AB}(2 ; -1)$; $\overrightarrow{AC}(8 ; -4)$; $\overrightarrow{AD}(7 ; -2{,}5)$.
b. Les points *A*, *B*, *C* sont alignés car $\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AB}$.
c. Les points *A*, *B*, *D* ne sont pas alignés car les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ ne sont pas colinéaires.
$\frac{7}{2} = 3{,}5$ et $\frac{-2{,}5}{-1} = 2{,}5$.

36. **a**. $\overrightarrow{AB}(-2 ; 4)$; $\overrightarrow{BC}(3{,}5 ; -6)$; $\overrightarrow{CD}(-3 ; 6)$.
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas colinéaires. Les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
b. Il n'y a pas de points alignés.
c. Les droites (*AB*) et (*CD*) sont parallèles.

37. **a**. $\overrightarrow{AB}(5 ; 2)$; $\overrightarrow{AC}\left(3 ; \frac{6}{5}\right)$.
b. $5 \times \frac{3}{5} = 3$; $2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$. Donc $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$.
c. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Donc les points *A*, *B* et *C* sont alignés.

38. **a**. $\overrightarrow{AD}(4 ; 1)$; $\overrightarrow{BC}\left(\frac{4}{3} ; \frac{1}{3}\right)$.
b. $4 \div \frac{4}{3} = 3$ et $1 \div \frac{1}{3} = 3$. Donc $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BC}$.
c. Les droites (*AD*) et (*BC*) sont parallèles. Donc le quadrilatère *ABCD* est un trapèze.

Problèmes

Problème 1

a. $\overrightarrow{BC}(4 ; 1)$; $\overrightarrow{DE}(4 ; 1)$.
Donc les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont égaux. Le quadrilatère *BCED* est un parallélogramme.
b. $BC = \sqrt{17}$; $CE = \sqrt{17}$.
Donc $BC = CE$. Le parallélogramme *BCED* est un losange.
c. $BE^2 = 34$; $BC^2 = 17$; $CE^2 = 17$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *BCE* est rectangle. Le losange *BCDE* est un carré.

Problème 2

a. $H(0{,}5 ; 3)$; $K(2 ; 0{,}5)$; $L(-2{,}5 ; -0{,}5)$.
b. $\overrightarrow{HK}(1{,}5 ; -2{,}5)$; $\overrightarrow{AC}(3 ; -5)$.
c. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{HK}$. Donc les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{HK}$ sont colinéaires. Les droites (*AC*) et (*HK*) sont parallèles.
d. $\overrightarrow{AL}(1{,}5 ; -2{,}5)$. Donc $\overrightarrow{AL} = \overrightarrow{HK}$. Le quadrilatère *AHKL* est un parallélogramme.

Problème 3

a. $\overrightarrow{EF}(-12 ; 6)$; $\overrightarrow{EH}(-8 ; 4)$.
b. $\overrightarrow{EF} = 1{,}5\overrightarrow{EH}$. Donc les points *E*, *F* et *H* sont alignés.
c. $EF = \sqrt{180}$; $EG = \sqrt{162}$; $FG = \sqrt{18}$.
d. $EF^2 = EG^2 + FG^2$. Donc le triangle *EFG* est rectangle en *G*.
e. $\tan \widehat{EFG} = \frac{EG}{FG} = \sqrt{\frac{162}{18}} = \sqrt{9} = 3$. D'où $\widehat{EFG} \approx 72\,°$.
f. $\overrightarrow{EM}(-6 ; 3)$; $\overrightarrow{MF}(-6 ; 3)$.
$\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{MF}$. Donc le point *M* est le milieu du segment [*EF*].

g. Le point K est le milieu de [EF]. Il a pour coordonnées (1 ; 1).
Le rayon du cercle est égal à $\sqrt{45}$.

h. $KL = \sqrt{45}$. Donc le point L appartient au cercle C.

i. $EF = \sqrt{180}$; $FL = \sqrt{90}$; $EL = \sqrt{90}$.
$FL = EL$. Donc le triangle EFL est isocèle.
$EF^2 = FL^2 + EL^2$. Donc le triangle EFL est rectangle en L.

Problème 4

1. a. $\overrightarrow{AB}(-5 ; 10)$.

b. $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{125}$.

2. b. Les coordonnées du point D sont (– 7 ; 6).

c. Le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme.

d. Les coordonnées du point M sont (– 2 ; 0,5).

Problème 5

1. a. Sur la carte, la distance entre les deux postes est 3 cm.

b. La distance réelle est 450 m.

2. a. $\overrightarrow{P_1A}(270 ; 150)$; $\overrightarrow{AB}(-110 ; 100)$; $\overrightarrow{BP_2}(70 ; 140)$.

b. $\left\|\overrightarrow{P_1A}\right\| = \sqrt{95\,400} \approx 309$; $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{22\,100} \approx 149$; $\left\|\overrightarrow{BP_2}\right\| = \sqrt{24\,500} \approx 157$.

c. $\left\|\overrightarrow{P_1A}\right\| + \left\|\overrightarrow{AB}\right\| + \left\|\overrightarrow{BP_2}\right\| = 615$.

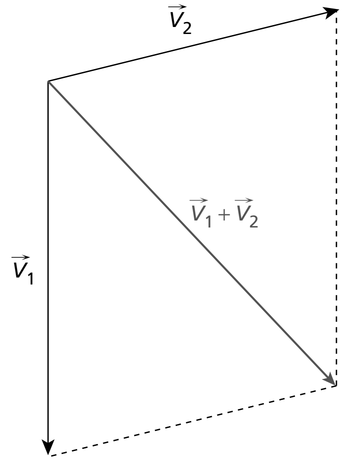
d. Ce résultat est la distance, en mètres, parcourue par Martin.

3. a. La différence est 165 m.

b. Le pourcentage demandé est 36,7 %.

Problème 6

1. a.



c. Sur le dessin, on mesure 5,6 cm pour la somme. La norme du vecteur $\vec{V}_1 + \vec{V}_2$ est donc 5,6 m/s.

2. a. $\vec{V}_1(0 ; -5)$; $\vec{V}_2(4 ; 1)$.

b. $\vec{V}_1 + \vec{V}_2(4 ; -4)$.

c. Norme de $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \sqrt{32} \approx 5{,}7$.

d. On trouve à peu près le même résultat, mais les mesures sont imprécises.

Je teste mes connaissances

Page 134

1. A	6. A
2. C	7. C
3. B	8. C
4. B	9. B
5. A	10. A

Équation du second degré - Signe du polynôme $ax^2 + bx + c$ (10)

Activités

Page 135

– $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 = 0$. Donc $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est solution de cette équation.

– $\frac{226}{140} \approx 1{,}614$; $\frac{183}{113} \approx 1{,}619$; $\frac{113}{70} \approx 1{,}614$; $\frac{140}{86} \approx 1{,}628$.

– $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618$. Les rapports précédents sont très proches de la valeur arrondie du nombre d'or.

Pages 136 et 137

Est-ce que je sais ?

	A	B	C
$x^2 = 4$ a pour solutions	2	**2 et – 2**	– 2
$x^2 = 36$ a pour solutions	18	6	**6 et – 6**
$x^2 - 12x + 36 = 0$ est équivalent à	$x = 3$	$\boldsymbol{(x - 6)^2 = 0}$	$(x + 6)(x - 6) = 0$
$(x + 8)(x - 4) = 0$ a pour solutions	$x = 8$ et $x = -4$	$\boldsymbol{x = -8}$ **et** $\boldsymbol{x = 4}$	N'a pas de solution
$(x - 7)(x - 5) = 0$ a pour solutions	$\boldsymbol{x = 5}$ **et** $\boldsymbol{x = 7}$	$x = -7$ et $x = -5$	N'a pas de solution
$x^2 + 9 = 0$ est équivalent à	$x = -4{,}5$	$(x + 3)^2 = 0$	$\boldsymbol{x^2 = -9}$

Activité 1

1. **a.** Le terme x^2 correspond à l'aire en violet foncé.
b. Le terme $12x$ correspond à l'aire en violet clair.
c. Le terme 45 correspond à la somme de l'aire en violet foncé et en violet clair.
d. L'aire d'un carré vert vaut 9. Il y en a 4. Soit une aire verte totale de 36.
$36 + 45 = 81$. Cela correspond à la somme des aires des surfaces violettes et vertes.
e. Côté du grand carré : $x + 6$.
L'aire du grand carré est donc : $A = (x + 6)^2$.
f. On obtient $x = 3$ et $x = -15$.
La longueur x cherchée vaut 3.
2. Les carrés verts ont pour côté 1.
On cherche la ou les solutions de l'équation $(x + 2)^2 = 36$.
La longueur x cherchée vaut 4.

Activité 2

a. et **b.**

Fonction	a	b	c	Δ	N
$P(x) = -3x^2 + 5x - 1$	-3	5	-1	13	2
$P(x) = 4x^2 + 4x + 1$	4	4	1	0	1
$P(x) = 3x^2 - 12x + 12$	3	-12	12	0	1
$P(x) = x^2 - 6x - 7$	1	-6	-7	64	2
$P(x) = 4x^2 - 5x + 1$	4	-5	1	9	2
$P(x) = 4x^2 - 3x + 1$	4	-3	1	-7	0

c. Lorsque $\Delta > 0$, N = 2. Lorsque $\Delta = 0$, N = 1. Lorsque $\Delta < 0$, N = 0.

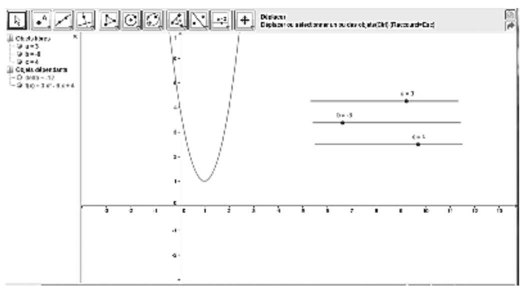
d. Pour $P(x) = 4x^2 + 4x + 1$, on lit graphiquement $x = -0,5$. $P(x)$ est une identité remarquable, $P(x) = (2x + 1)^2$. Soit $x = -0,5$.
Pour $P(x) = 3x^2 - 12x + 12$, on lit graphiquement $x = 2$. $P(x)$ est une identité remarquable, $P(x) = 3(x - 2)^2$. Soit $x = 2$.

e. Pour $P(x) = -3x^2 + 5x - 1$, on lit graphiquement $x = 0,25$ et $x = 1,4$. $\dfrac{-5-\sqrt{13}}{2\times(-3)} \approx 1,43$ et $\dfrac{-5+\sqrt{13}}{2\times(-3)} \approx 0,23$. Les valeurs lues graphiquement sont très proches des valeurs calculées.
Pour $P(x) = x^2 - 6x - 7$, on lit graphiquement $x = -1$ et $x = 7$. $\dfrac{+6-\sqrt{64}}{2\times(1)} = -1$ et $\dfrac{+5-\sqrt{9}}{2\times(4)} = 7$. Les valeurs lues graphiquement sont les mêmes que celles calculées.
Pour $P(x) = 4x^2 - 5x + 1$, on lit graphiquement $x = 0,25$ et $x = 1$. $\dfrac{+5-\sqrt{9}}{2\times(4)} = 0,25$ et $\dfrac{+5-\sqrt{9}}{2\times(4)} = 1$. Les valeurs lues graphiquement sont les mêmes que celles calculées.

f. À partir des coefficients a, b et c on calcule Δ. Puis, en fonction du signe de Δ, on sait le nombre de solution de l'équation du second degré. Si $\Delta > 0$, les solutions ont pour valeurs $\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.

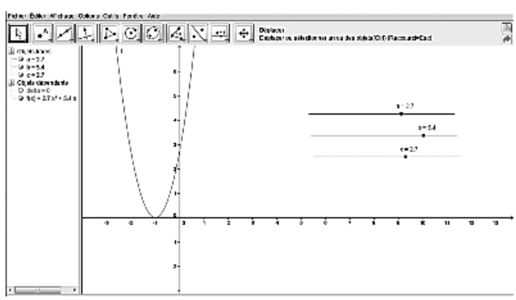
Activité 3

1. a. b. et **c.**



$\Delta = -12 < 0$

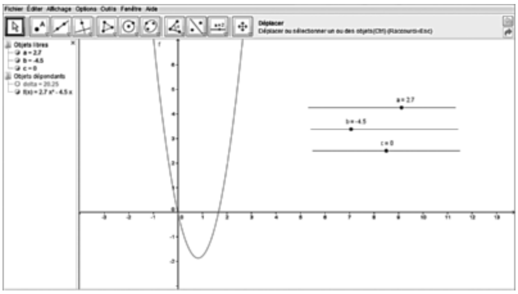
x	
Signe de $f(x)$	+

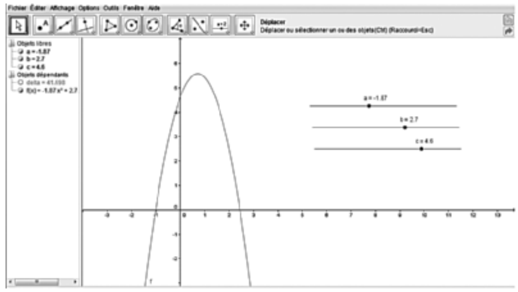


$\Delta = 0$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Signe de $f(x)$		+	0	+	

x		0,3	
Signe de $f(x)$	–	0	–





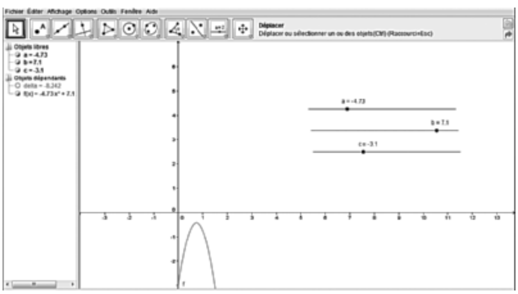
$\Delta = 20{,}25 > 0$

x	$-\infty$		0		$\approx 1{,}6$		$+\infty$
Signe de $f(x)$		+	0	–	0	+	

$\Delta = 41{,}698 > 0$

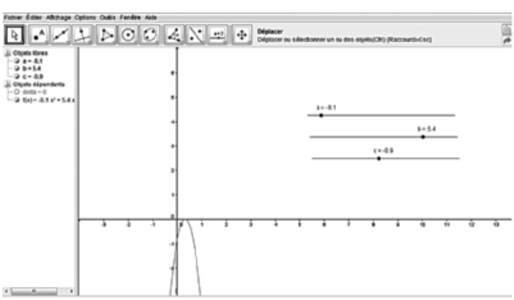
x		≈ 1		$\approx 2{,}4$	
Signe de $f(x)$	–	0	+	0	–

2. a. b. et **c.**



$\Delta = -8{,}242 < 0$

x	
Signe de $f(x)$	–



$\Delta = 0$

J'utilise une calculatrice graphique

Pages 141

Test du programme

La syntaxe du programme est correcte s'il donne les réponses suivantes :
Pour $4x^2 + 8x + 4 = 0$, $\Delta = 0$ "1 SOL" -1.
Pour $5x^2 - 7x + 2 = 0$, $\Delta = 9$ "2 SOL" 0,4 et 1.
Pour $6x^2 + 4x + 5 = 0$, $\Delta = -104$ "0 SOL".

Exercices et problèmes

Pages 142 à 145

Exercices

Discriminant

1. **a.** $a = 2$; $b = -6$; $c = 8$; $\Delta = -28$. $a = 1$; $b = -4$; $c = 3$; $\Delta = 4$.
b. $a = 2$; $b = 6$; $c = -8$; $\Delta = 100$. $a = 1$; $b = -4$; $c = 4$; $\Delta = 0$.

c. $a = \frac{2}{3}$; $b = -6$; $c = 9$; $\Delta = 12$. $a = -5$; $b = 7$; $c = -3$; $\Delta = -11$.
d. $a = 2$; $b = 0$; $c = -8$; $\Delta = 64$. $a = 1$; $b = 0$; $c = 7$; $\Delta = -28$.
e. $a = 2$; $b = -9$; $c = 0$; $\Delta = 81$. $a = 3$; $b = 5$; $c = 0$; $\Delta = 25$.

Équation du second degré

2. a. L'équation n'a pas de solution, car la courbe ne coupe pas l'axe des abscisses.
b. Graphiquement, l'équation a pour solutions 2,2 et 11,8.
3. a. Sur l'intervalle d'étude, l'équation a 3 pour seule solution.
b. Graphiquement, l'équation a pour solution 8.
4. a. $2x^2 - 6x + 8 = 0$, $\Delta = -28 < 0$ d'où pas de solution ; $x^2 - 4x + 3 = 0$ $\Delta = 4$ d'où 2 solutions 1 et 3.
b. $2x^2 + 6x - 8 = 0$, $\Delta = 100 > 0$ d'où 2 solutions -4 et 1 ; $x^2 - 4x + 4 = 0$, $\Delta = 0$ d'où 1 solution 2.
5. a. $x^2 + 6x + 8 = 0$, $\Delta = 4 > 0$ d'où 2 solutions -4 et -2 ; $x^2 + 2x + 5 = 0$, $\Delta = -16 < 0$ d'où pas de solution.
b. $4x^2 - 4x + 1 = 0$, $\Delta = 0$ d'où 1 solution 0,5 ; $0{,}4x^2 - 60x + 2\,000 = 0$, $\Delta = 400 > 0$ d'où 2 solutions 50 et 100.
c. $5x^2 - 2x - 3 = 0$, $\Delta = 64 > 0$ d'où 2 solutions $-0{,}6$ et 1 ; $7x^2 - 5x + 4 = 0$, $\Delta = -87 < 0$ d'où pas de solution.
6. ***a.*** $-x^2 - 5x + 6 = 0$, $\Delta = 49 > 0$ d'où 2 solutions -6 et 1 ; $t^2 - 2t - 6 = 0$, $\Delta = 28 > 0$ d'où 2 solutions $1 - \sqrt{7}$ et $1 + \sqrt{7}$.
b. $2y^2 - 2y + 5 = 0$, $\Delta = -36 < 0$ d'où pas de solution ; $0{,}2x^2 + 2x + 5 = 0$, $\Delta = 0$ d'où 1 solution -5.
c. $3C^2 - 8C + 5 = 0$, $\Delta = 4 > 0$ d'où 2 solutions 1 et $\frac{5}{3}$; $2C^2 + 11C - 21 = 0$, $\Delta = 289 > 0$ d'où 2 solutions -7 et 1,5.
7. a. $x = -4{,}5$ et $x = 4$; $x = -6$ et $x = 0$.
b. $x = -7$ et $x = 7$; $x = -\frac{7}{6}$ et $x = 0$.
c. Pas de solution ; $x = 0$ et $x = 3$.
8. a. $x = -1$; $x = -0{,}5$.
b. $x = 7$; $x = 4$.
c. $x = -4$ et $x = 4$; $x = -3$ et $x = 3$.
9. a. $\Delta = 25 > 0$ d'où 2 solutions -3 et 2 ; $x = 3$.
b. $\Delta = 108 > 0$ d'où 2 solutions $\frac{10\sqrt{108}}{2}$ et $\frac{10 + \sqrt{108}}{2}$. $\Delta = 9 > 0$ d'où 2 solutions 0 et $-0{,}5$.
c. $\Delta = 160 > 0$ d'où 2 solutions $2 - \sqrt{10}$ et $2 + \sqrt{10}$. $\Delta = 36 > 0$ d'où 2 solutions $-0{,}2$ et 1.

Signe d'un polynôme du second degré

10. a. a > 0 et $\Delta = 0$. **b.** a < 0 et $\Delta < 0$.
c. a < 0 et $\Delta > 0$. **d.** a > 0 et $\Delta > 0$.
11. $P_1(x) > 0$ sur [2 ; 14].

x	2	**2,2**		**11,8**	14
$P_2(x)$	–	0	+	0	–

12.

x	2	**3**	14
$P_1(x)$	–	0	+

$P_2(x) > 0$ sur [2 ; 14]
13. a.
$\Delta = 1$, $a > 0$, $x_1 = 2$ et $x_2 = 3$.

x	$-\infty$	**2**		**3**	$+\infty$
$P(x)$	+	0	–	0	+

$\Delta = 25$, $a > 0$, $x_1 = 1$ et $x_2 = 6$.

x	$-\infty$	**1**		**6**	$+\infty$
$P(x)$	+	0	–	0	+

b.
$\Delta = 0$, $a > 0$, $x_0 = 7$.

x	$-\infty$	**7**	$+\infty$
$P(x)$	+	0	+

$\Delta = -59$, $a > 0$.

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$		+	

14. a.
$\Delta = 25$, $a > 0$, $x_1 = -2$ et $x_2 = 8$.

x	$-\infty$	**-2**		**8**	$+\infty$
$P(x)$	+	0	−	0	+

$\Delta = 6{,}25$, $a < 0$, $x_1 = -\dfrac{1}{3}$ et $x_2 = 0{,}5$.

x	$-\infty$	$-\dfrac{1}{3}$		**0,5**	$+\infty$
$P(x)$	−	0	+	0	−

b. $\Delta = 0$, $a < 0$, $x_0 = 1$.

x	$-\infty$	**1**	$+\infty$
$P(x)$	−	0	−

$\Delta = 441$, $a < 0$, $x_1 = -5$ et $x_2 = 2$.

x	$-\infty$	**-5**		**2**	$+\infty$
$P(x)$	−	0	+	0	−

15. Erratum. Normalement ce sont des inéquations.
Ci-dessous, les tableaux de signes pour les adapter aux inéquations choisies.
a. $\Delta = 4$, $a > 0$, $x_1 = -4$ et $x_2 = -2$.

x	$-\infty$	**-4**		**-2**	$+\infty$
$P(x)$	+	0	−	0	+

$\Delta = -16$, $a > 0$.

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$		+	

b. $\Delta = 0$, $a > 0$, $x_0 = 0{,}5$.

x	$-\infty$	**0,5**	$+\infty$
$P(x)$	+	0	+

$\Delta = 400$, $a > 0$, $x_1 = 50$ et $x_2 = 100$.

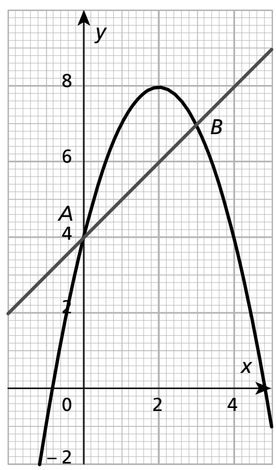
x	$-\infty$	**50**		**100**	$+\infty$
$P(x)$	+	0	−	0	+

16. **a.** Pour x appartenant aux intervalles $]-\infty\,;-0{,}6[$ et $]1\,;+\infty[$; pas de solutions car $7x^2 - 5x + 4$ est toujours positif.
b. Pour x appartenant à l'intervalle $]-7\,;7[$; pour x appartenant aux intervalles $]-\infty\,;-\dfrac{7}{6}[$ et $]0\,;+\infty[$.

Problèmes

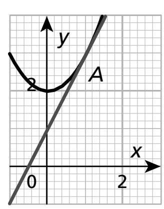
Problème 1

1. a. b. Graphiquement, $A(0\,;4)$ et $B(3\,;7)$.
c. Cela revient à résoudre l'équation $-x^2 + 3x = 0$.
$\Delta = 9 > 0$, $x_1 = 0$ et $x_2 = 3$.
Soit les mêmes coordonnées des points A et B.



Problème 2

a.

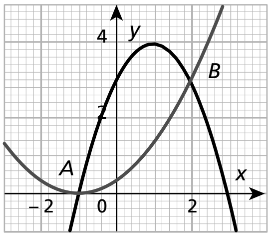


b. Graphiquement, D est tangente à P en $A(1\,;3)$.

Cela revient à résoudre l'équation $x^2 - 2x + 1 = 0$.
$\Delta = 0$, $x_0 = 1$.
Soit les coordonnées de $A(1\,;3)$.

Problème 3

a.



b. Graphiquement, $A(-1\,;\,0)$ et $B(2\,;\,3)$.
Cela revient à résoudre l'équation :

$$-\frac{4}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{8}{3} = 0.$$

$\Delta = 16 > 0$, $x_1 = -1$ et $x_2 = 2$.
Soit les mêmes coordonnées des points A et B.

Problème 4

Cela revient à résoudre $(1\,500t + 1\,500)\,t = 122{,}40$.
Que l'on ramène à $1\,500t^2 + 1\,500t - 122{,}40 = 0$.
On trouve pour seule valeur positive t = 0,07585. Soit un taux de 7,585 %.

Problème 5

Cela revient à résoudre l'équation $1500(1 + x)\,(1 + 0{,}5x) = 1\,591{,}20$.
Que l'on ramène à $0{,}5x^2 + 1{,}5x - 0{,}0608 = 0$.
On trouve pour seule valeur positive $x = 0{,}04$.
Soit une première hausse de 4 % suivi d'une hausse de 2 %.

Problème 6

1. a. 1 200 €.
b. Il aura 3 000 kg d'asperges pour un prix de 0,40 € le kg.
Soit 1 200 €.

2. a. $Q(n) = 60n + 1\,200$.
b. $P(n) = -0{,}02n + 1$.
c. $R(n) = -1{,}2n^2 + 36n + 1\,200$.
3. $n_1 = 50$ et $n_2 = -20$. La moyenne de n_1 et n_2 est 15.
Il doit attendre 15 jours.

Problème 7

a. $V = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$

b. $V = \frac{m}{\rho} \approx 9\,346{,}15$ cm^3.

On a $e = R - r = 6$. D'où $V = \frac{4}{3}\pi(3re^2 + 3r^2e + e^3)$.
Ce qui revient à résoudre $24\pi r^2 + 144\pi r + 288\pi - 9\,346{,}15 = 0$.
On trouve $r = -14$ et $r = 8$.
Soit $r = 8$ cm et $R = 14$ cm.

Problème 8

a. L'énoncé amène à l'équation $L \times \frac{3}{4}L = 12$ qui a pour unique solution positive 4.
Soit une longueur de 4 et une largeur de 3.
b. Il est sous-entendu que les deux côtés du triangle sont les côtés de l'angle droit.
L'énoncé amène à l'équation $\frac{C \times 2{,}5C}{2} = 20$ qui a pour unique solution positive 4.
Soit un triangle rectangle de côté 10 et 4.

Problème 9

L'énoncé amène à l'équation $(\frac{2}{3}x - 10)^2 + x^2 = 1\,000$. Soit l'équation $\frac{13}{9}x^2 - \frac{40}{3}x - 900 = 0$ qui a pour unique solution positive 30.
Les carrés ont pour dimensions 30 et 10.

Problème 10

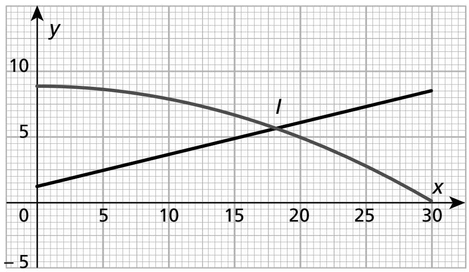
L'énoncé amène à l'équation $\frac{1}{4}x^2 + 2x + 15 = x^2$ qui a pour unique solution positive 6.
Il y a donc 36 chameaux dans ce troupeau.

Problème 11

L'énoncé amène à l'équation $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 10 = x^2$ qui a pour unique solution positive 10. Il a donc tiré 100 flèches.

Problème 12

a.



b. $I(18,5 ; 5,5)$.
Cela revient à résoudre l'équation $-0,01q^2 - 0,25q + 8 = 0$.
$\Delta = 0,3825 > 0$, il n'y a sur [0 ; 30] que la solution $q_1 = \dfrac{0,25 - \sqrt{0,3825}}{-0,02}$.
Soit les coordonnées de $I(q_1 ; f(q_1)$ ou $g(q_1))$.
c. La quantité d'équilibre du marché est 18,4 milliers de lots pour un prix d'équilibre de 5,60 € le lot.

Problème 13
a. $A_{cyl} = 2\pi r \times 10$ et $A_{cour} = \pi(10^2 - r^2)$
b. Cela revient à résoudre l'équation $r^2 + 20r - 100 = 0$.
$\Delta = 800 > 0$, on trouve pour seule valeur positive $r = 10(\sqrt{2} - 1)$.
$D \approx 8,28$.

Problème 14
a. $A_{AI} = x^2$ et $A_{IC} = (1 - x)^2$.
b. Cela revient à résoudre l'inéquation $2x^2 - 2x + 0,25 \leq 0$.
$\Delta = 2 > 0$ et $a > 0$, $x_1 = \dfrac{2 - \sqrt{2}}{4} \approx 0,146$ et $x_2 = \dfrac{2 + \sqrt{2}}{4} \approx 0,854$.
D'où le tableau de signe :

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$P(x)$	+	0	−	0	+

Pour répondre à la contrainte, la position de I doit appartenir à l'intervalle $[x_1 ; x_2]$.

Je teste mes connaissances

Page 146

1. C
2. C
3. A
4. C
5. B
6. C
7. B
8. C
9. B
10. A

Tangente à une courbe - Nombre dérivé

11

Activités

Page 147

– Le coefficient directeur de la droite rouge est d'environ 0,3.
– Elles semblent parallèles.
– La vitesse de régulation est d'environ 0,3 g/(L.h).

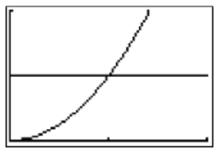
Pages 148 et 149

Est-ce que je sais ?

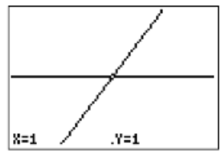
1. a. Les fonctions f et h.
b. D_2 est la représentation de f et D_3 est la représentation de h.
2. a. $a_1 = 0{,}25$; $a_2 = 2$; $a_3 = -0{,}5$; $a_4 = -1$.
b. $D_1 : y = 0{,}25x + 3$; $D_4 : y = -x - 2$.

Activité 1

1. a. $f(x_A) = 1^2 = 1 = y_A$.
b. et **c.**



d.



e. La courbe semble être une droite.
2. a. La droite tourne autour du point A.
b. $D : y = 1{,}7x - 0{,}7$ pour $a = 1{,}7$; $D : y = 2x - 1$ pour $a = 2$; $D : y = 2{,}2x - 1{,}2$ pour $a = 2{,}2$.

Activité 2

1. a. MH est la différence d'ordonnées entre la courbe C_f et la droite D_h.
MK est la différence d'ordonnées entre la courbe C_f et la droite D_k.

b.

Abscisse de M	MG	MH	MK	Plus petite distance
0,91	0,019	0,008	0,026	MH
0,94	0,014	0,004	0,016	MH
1	0	0	0	Aucune
1,05	0,018	0,003	0,008	MH
1,095	0,038	0,009	0,01	MH

La droite D_h semble approcher au mieux C_f.
2. $y = 0{,}8x - 0{,}16$. D'où $f'(0{,}4) = 0{,}8$.

$f'(0{,}5) = 1$; $f'(0{,}8) = 1{,}6$; $f'(1{,}1) = 2{,}2$; $f'(1{,}9) = 3{,}8$.

J'utilise un logiciel

Pages 153

Calculer l'erreur commise lors d'une approximation affine

1. a. $y = -\,0{,}04x + 0{,}4$.
b. $g(x) = -\,0{,}04x + 0{,}4$.
c. Tracés calés sur la fenêtre.
2. Voir fichier « **11_erreurcommise_p153_corrige.xls** ».
a. et b. L'erreur commise est de 0,04 %.
c. et d. L'erreur commise est de 0,036 %.
e. L'écart maximal de l'erreur commise sur [4 ; 6] est de 4 %, sur [4,9 ; 5,1] il est de 0,04 %.
f. Oui, car les erreurs commises sont faibles et d'après 1.b. c'est la meilleure approximation affine.

Pages 154

Utiliser le nombre dérivé

1. a. Voir fichier « **11_bacterie_renouvele_p154_corrige.ggb** ».
Pour $x = 2{,}5$, le nombre dérivé vaut 61,02.
b. Plus la valeur de x augmente, plus le nombre dérivé augmente.
c. Plus le temps croît, plus la vitesse de développement des bactéries augmente.
2. a. Voir fichier « **11_bacterie_nonrenouvele_p154_corrige.ggb** ».
Pour $x = 2{,}5$, le nombre dérivé vaut 12,06. Lorsque x augmente, la valeur du nombre dérivé augmente jusqu'à une valeur de x proche de 4,3, puis au-delà de 4,4 la valeur du nombre dérivé diminue.
b. La vitesse maximale est 22,5 milliers/heures atteinte au bout de 4,35 heures.
c. Après 8 heures, la vitesse de développement est pratiquement nulle et permet seulement le renouvellement de la population.

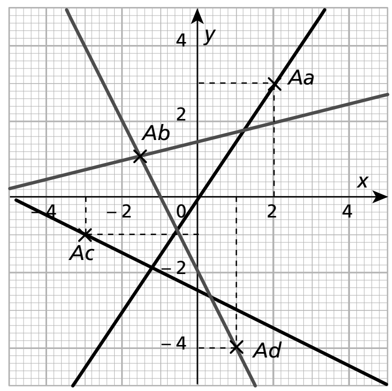
Exercices et problèmes

Pages 155 à 159

Exercices

Coefficient directeur d'une droite

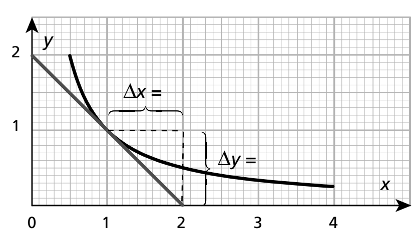
1.



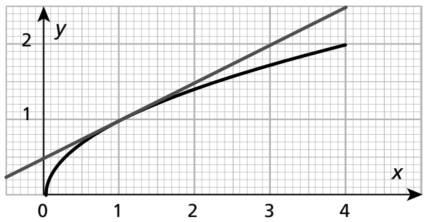
2. a. $a = 2$, $y = 2x + 7$
b. $a = -\dfrac{8}{7}$, $y = -\dfrac{8}{7}x + \dfrac{17}{28}$
3. a. $y = 2{,}5x + 5{,}5$.
b. $y = -\,0{,}25x + 0{,}5$.

Lecture graphique d'un nombre dérivé

4. a. D_3 est la tangente à C en A.
b. $a_{(AB)} = 1$.
c. $f'(2) = 1$.
5. a. $a_{(AB)} = -\,0{,}4$.
b. $f'(1) = -\,0{,}4$.
6. a. $a_1 = -\,0{,}9$; $a_2 = 0$; $a_3 = 0{,}6$.
b. $f'(0) = -\,0{,}9$; $f'(0{,}6) = 0$; $f'(3) = 0{,}6$.
7. $f'(-\,1) = -\,1$; $f'(0) = 0{,}5$; $f'(1) = 4$.
8.



9.



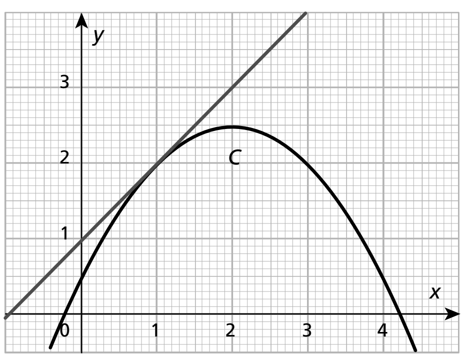
Calculer un nombre dérivé

10. **a.** $f'(-1) = 3$; $f'(0) = 1$; $f'(2) = -3$.
b. $f'(1) = 17$; $f'(3) = 29$.

11. **a.** $f'(0) = -3$; $f'(\frac{1}{2}) = -2$.
b. $f'(1) = -4$; $f'(4) = -0{,}25$.
c. $f'(-10) = 3$; $f'(0) = 0$; $f'(5{,}4) = -0{,}8748$.
d. $f'(-1{,}25) = -21{,}875$; $f'(1) = 4$.

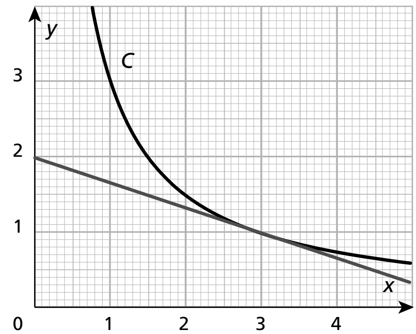
Équation réduite d'une tangente

12 Réponse c) car c'est la seule équation qui a pour coefficient directeur 1.
13. Réponse b) car le coefficient directeur de l'équation réduite de la tangente vaut – 3.
14. Réponse c) car c'est la seule équation qui a pour coefficient directeur – 1 et qui passe par le point de coordonnées (3 ; 2).
15. Réponse c) car on lit graphiquement que le coefficient directeur de la tangente vaut 0,5 et l'ordonnée à l'origine est 2.
16. **a. et b.**



$y = x + 1$

17.



$y = -\frac{1}{3} + 2$.

18. $y = 2x - 10$.
19. $y = 6x + 16$.
20. $f'(1) = -2$ et $f(1) = 1$.

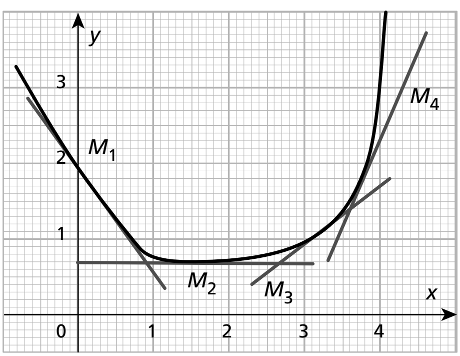
Approximation affine

21. **a.** $f(x) = 2x$.
b. $f(0{,}97) = 1{,}94$; $f(1{,}05) = 2{,}1$.
22. **a.** $f(x) = 1{,}5x - 73$.
b. $f(49{,}7) = 1{,}55$; $f(50{,}4) = 2{,}6$.

Problèmes

Problème 1

1.

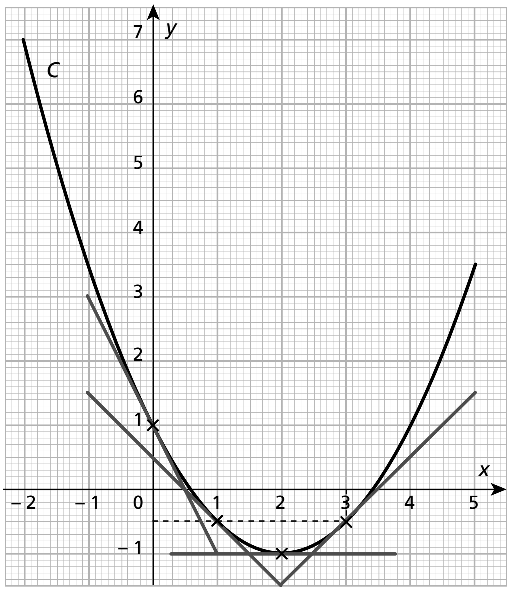


Problème 2

1.

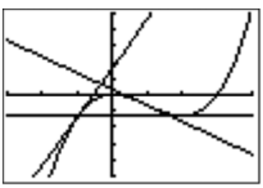
x_0	0	1	2	3
$f(x_0)$	1	– 0,5	– 1	– 0,5

2.



Problème 3

a. et **b**.



c. Graphiquement, on constate que les droites D_1 à D_4 sont tangentes à la courbe C_f.

d. $f'(1) = -1$; $f'(0) = 0$; $f'(2) = 0$; $f'(-1) = 3$.

e. On trouve bien les mêmes valeurs.

Problème 4

1. a. $C(1\,000) = 93\,000$ € et $C(1\,001) = 93\,080$ €.

b. Un coût de 80 €.

2. a. $C'(1\,000) = 80$.

b. Ce sont les mêmes valeurs. Il n'y a pas d'erreur commise.

Problème 5

1. a. $C(100) = 95\,000$ € et $C(101) = 95\,700{,}50$ €.

b. Un coût de 700,50 €.

2. a. $C'(100) = 700$.

b. Il y a 0,50 € de différence. Soit une erreur de 0,0007, c'est-à-dire 0,07 %.

3. a. 750 €.

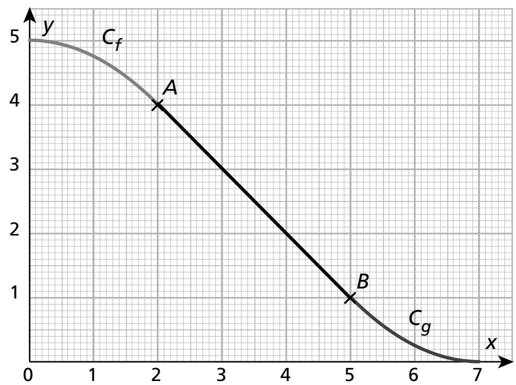
b. $C(151) - C(150) = 750{,}50$ €.

Soit une erreur de 0,06 %.

Problème 6

1. a. $f(2) = 4$; soit $A(2\ ;\ 4)$. $g(5) = 1$; soit $B(5\ ;\ 1)$.

b.



2. a. $f'(2) = -1$.

b. $y = -x + 6$.

3. a. $g'(5) = -1$.

b. $y = -x + 6$.

4. a. $D_{(AB)} : y = -x + 6$.

b. Le raccordement est sans angle car les courbes C_f et C_g ont même tangente aux points de raccordements avec (AB). Donc le toboggan respecte les mesures de sécurité.

Problème 7

1. a. $I(0{,}5\ ;\ 0{,}25)$.

b. $f(0{,}5) = 0{,}25 = g(0{,}5)$.

2. a. $f'(0{,}5) = -1$.

b. $g'(0{,}5) = -1$.

c. $f'(0{,}5) = g'(0{,}5)$.

d. Les deux courbes ont même tangente au point I. Donc, le raccordement est sans angle au point I.

3. a. $f'(0) = 0$.

b. $g'(1) = 0$.

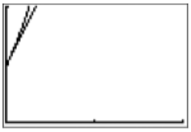
c. Oui, en A et en B la rampe est bien tangente au sol et au-dessus de la marche.

Problème 8

Partie A

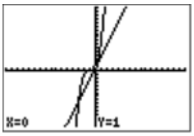
a. $f(0) = 1 = g(0)$

b.



Les deux courbes semblent très proches l'une de l'autre sans qu'on puisse bien les distinguer.

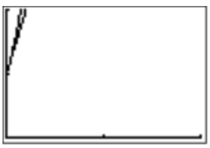
c.

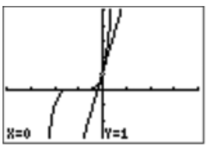


La courbe C_g est tangente à la courbe C_f en A.

Partie B

a. $f(0) = 1 = g(0)$





Idem, la courbe C_g est tangente à la courbe C_f en A.

b. $g(x) = 1 + nx$ est une approximation affine de $(1 + x)^n$ pour x proche de 0.

Partie C

1. a. La population a une taille de 212 242 personnes.

b. Avec l'approximation, on trouve une taille de population de 212 000 personnes.

Soit 242 personnes d'écart. Cela correspond a une erreur commise de 0,11 %.

2. Non, car avec un taux mensuel de 0,25 %, on obtient 1 216,64 € d'intérêts.

Soit plus que les 1 200 € estimé par Khaled.

3. $(1 + \frac{5}{100})^5 = 1{,}276$. Soit, au bout de 5 ans, 27,6 % de la population atteinte.

Soit plus que l'affirmation du journaliste qui a utilisé l'approximation $1 + 5 \times \frac{5}{100}$.

Problème 9

1. a. $C(4) = 43$.

b. $C'(4) = 4{,}25$.

c. $Capp(x) = 4{,}25x + 26$.

2. a. $A(x) = \frac{17x}{4} + 26$.

b. $\frac{17}{4} = 4{,}25$. L'astuce du responsable correspond à l'expression de la « meilleure » approximation affine au voisinage de 4.

3. a. Voir fichier « **11_pb9_p159.xls_corrige** ».

b. Oui, car l'erreur maximale commise est de 6,2 %.

Je teste mes connaissances

Page 160

1. B	6. C
2. C	7. A
3. A	8. B
4. B	9. A
5. A	10. B

Fonction sinus - Équations cos *x* = *k* et sin *x* = *k*

12

Activités

Page 161

– La période du signal est de 20 ms.
– La période correspond à la plus petite durée que met le signal pour revenir à un état identique.
– $U_{max} \approx 320$ V.

Pages 162 et 163

Est-ce que je sais ?

a. $\cos \alpha = 0{,}25$ et $\sin \alpha = 0{,}95$.
b. $\widehat{AOM} \approx 75°$ ou $76°$.
c. $\widehat{AOM} \approx \dfrac{5\pi}{12}$ rad.
d. $\cos \widehat{AOM} \approx 0{,}259$ et $\sin \widehat{AOM} \approx 0{,}966$.

Activité 1

1. **a**. $-1 \leq \sin x \leq 1$.
b. *N′* est au même endroit que *N* sur le cercle trigonométrique.
On en déduit que $\sin(-\dfrac{\pi}{6}) = \sin(-\dfrac{\pi}{6} + 2\pi)$
c. Pour tout réel x, $\sin(x + 2\pi) = \sin x$.
d.

M décrit l'arc de cercle de :	sin *x* croît/décroît	de à .
A jusqu'à *B*	Croît	De 0 à 1
B jusqu'à *A′*	Décroît	De 1 à 0
A′ jusqu'à *B′*	Décroît	De 0 à – 1
B′ jusqu'à *A*	croît	De – 1 à 0

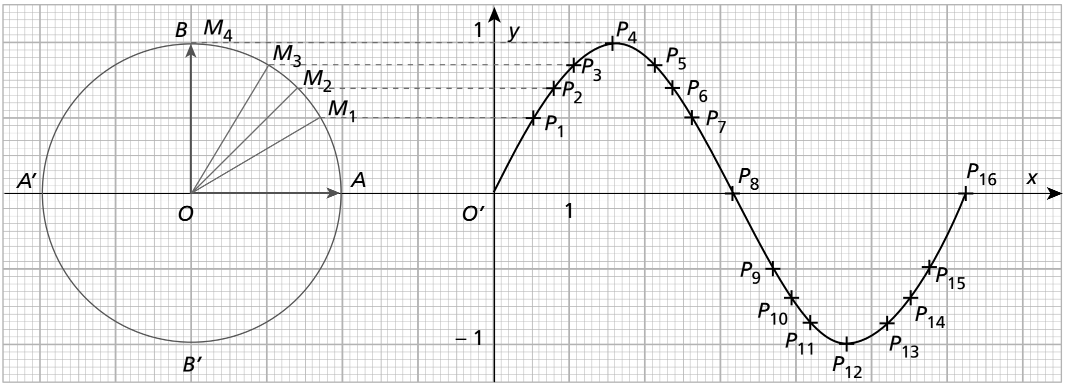
e.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$sin(x)$	0 ↗	1 ↘	0 ↘	-1 ↗	0

2. a.

Point	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{14}	P_{15}	P_{16}
x	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin x$	0,87	0,71	0,5	0	– 0,5	– 0,71	– 0,87	– 1	– 0,87	– 0,71	– 0,5	0

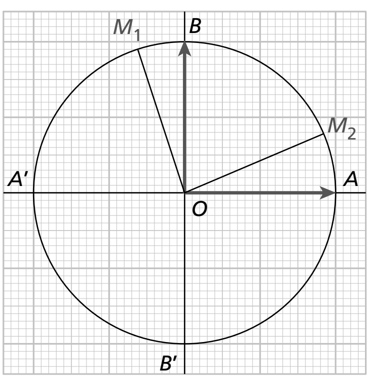
b. c. et d.



e. On construit un morceau de la courbe sur un intervalle correspondant à une période. Puis par des « glissements », on répète ce motif successivement aux extrémités.

Activité 2

1. a.



b. $\widehat{AOM_1} = \alpha = \text{Arccos}(-0,3) \approx 1,875$ rad.

2. a.

b. $\widehat{AOM_2} = \alpha = \text{Arcsin}\,(0,4) \approx 0,412$ rad.

J'utilise un logiciel

Pages 166

Étudier les fonctions du type $x \mapsto a\sin(x)$ et $x \mapsto \sin(x) + b$

1. a.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin(x)$	0 ↗	1 ↘	0 ↘	– 1 ↗	0

b. Cette courbe s'appelle une sinusoïde.

2. a. et **b.** Pour des valeurs de a positives, le sens de variation de g est le même que le sens de variation de la fonction sinus. Pour des valeurs de a négatives, le sens de variation de g est opposé au sens de variation de la fonction sinus.

c.

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
$a\sin(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

d.

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
$a\sin(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0

3. a. Le sens de variation de la fonction h est toujours identique au sens de variation de la fonction sinus.

b. $b - 1 < h(x) < b + 1$.

c.

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
$\sin(x) + b$	b	$\searrow$	$b-1$	$\nearrow$	b	$\nearrow$	$b+1$	$\searrow$	b

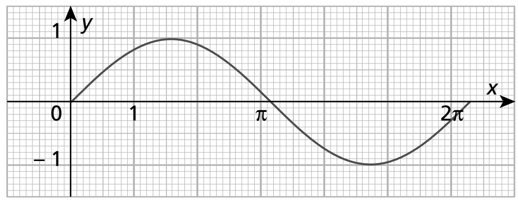
Exercices et problèmes

Pages 167 à 169

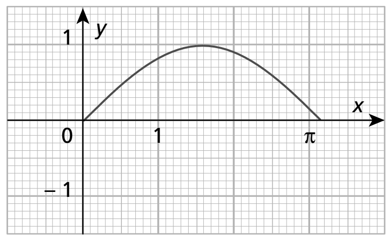
Exercices

Fonction sinus

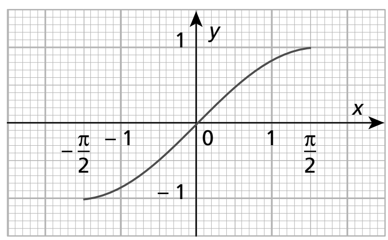
1.



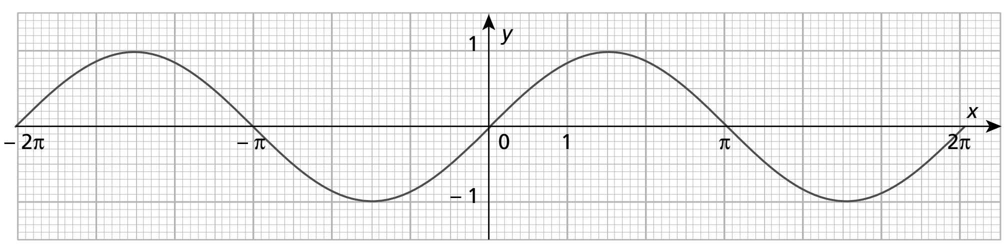
2.



3.



4.



5.

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
$\sin(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

6.

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
$\sin(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

7.

x	$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	-1	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1

8.

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$		2π
$\sin(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0

Équations trigonométriques

9.

$\sin \alpha$	0,2326	0,5	0,7324
α	13,5	30	47,1

10.

$\cos \alpha$	0,4526	0,5	0,866
α	63,1	60	30

11.

$\sin \alpha$	0,2326	0,5	0,7324
α	0,235	$\frac{\pi}{6} \approx 0{,}524$	0,822

12

$\cos \alpha$	0,4526	0,5	0,866
α	1,101	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6} \approx 0{,}524$

13. Sur l'intervalle [– 90° ; 90°] :
a. $\sin x = 0{,}79$ a pour solution 52,2°.
b. $\sin x = -0{,}20$ a pour solution – 11,5°.

14. Sur l'intervalle $[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}]$:
a. $\sin x = 0{,}350$ a pour solution 0,358.
b. $\sin x = -0{,}487$ a pour solution – 0,509.

15. Sur l'intervalle $[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}]$:
a. $\sin x = -0{,}276$ a pour solution – 0,280.
b. $\sin x = 0{,}744$ a pour solution 0,839.

16. Sur l'intervalle [0° ; 180°] :
a. $\cos x = -0{,}51$ a pour solution 120,7°.
b. $\cos x = 0{,}54$ a pour solution 57,3°.

17. Sur l'intervalle $[0 ; \pi]$:
a. $\cos x = 0{,}412$ a pour solution 1,146.
b. $\cos x = -0{,}729$ a pour solution 2,388.

18. Sur l'intervalle $[0 ; \pi]$:
a. $\cos x = -0{,}142$ a pour solution 1,713.
b. $\cos x = -0{,}997$ a pour solution 3,064.

19. Sur l'intervalle $[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}]$:
a. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ a pour solution $\frac{\pi}{3}$.
b. $\sin x = -0{,}5$ a pour solution $-\frac{\pi}{6}$.
c. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ a pour solution $\frac{\pi}{4}$.

20. Sur l'intervalle $[0 ; \pi]$:
a. $\cos x = 0{,}5$ a pour solution $\frac{\pi}{3}$.
b. $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ a pour solution $\frac{5\pi}{6}$.
c. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ a pour solution $\frac{3\pi}{4}$.

21. Sur l'intervalle $[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}]$:
a. $\sin x = -1$ a pour solution $-\frac{\pi}{2}$.
b. $\sin x = \frac{1}{2}$ a pour solution $\frac{\pi}{6}$.

c. $\sin x = \sqrt{3}$ n'a pas de solution puisque $\sqrt{3} > 1$.

22. Sur l'intervalle $[0\ ;\ \pi]$:

a. $\cos x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ a pour solution $\dfrac{\pi}{4}$.

b. $\cos x = \sqrt{2}$ n'a pas de solution puisque $\sqrt{2} > 1$.

c. $\cos x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ a pour solution $\dfrac{5\pi}{6}$.

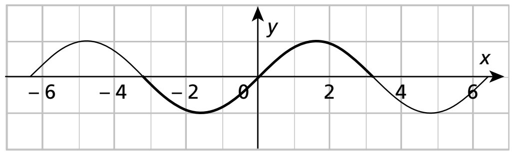
Problèmes

Problème 1

1. a. Une amplitude de 4π.

b. Cela représente 2 périodes.

2.

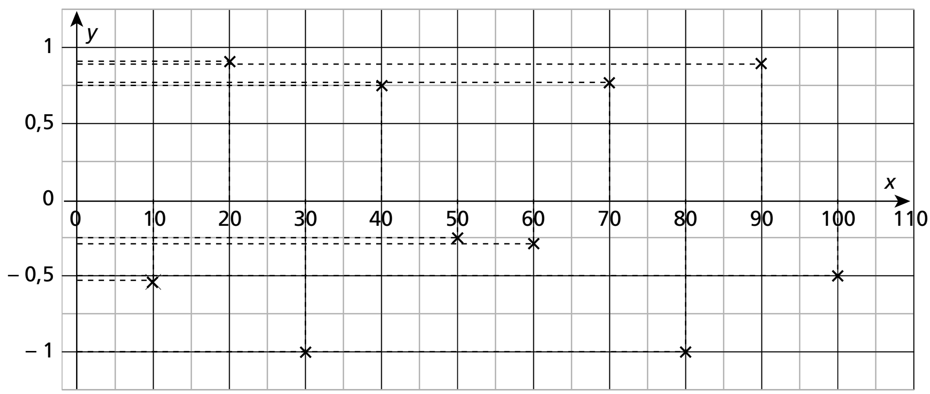


Problème 2

1.

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$\sin x$	0	– 0,54	0,91	– 0,99	0,75	– 0,26	– 0,30	0,77	– 0,99	0,89	– 0,51

2.



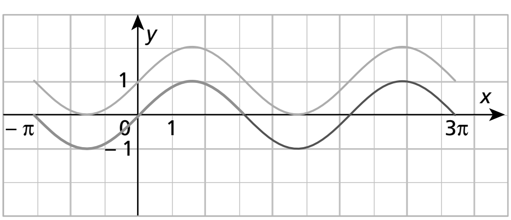
3. Non, car les points calculés ne correspondent pas à des points caractéristiques de la courbe représentative de la fonction sinus.

Problème 3

1. a. Cette courbe s'appelle une sinusoïde.

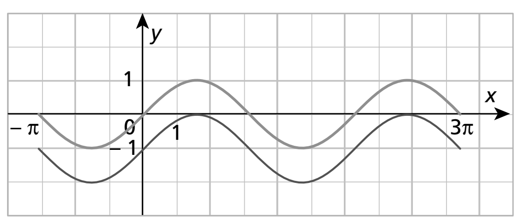
b. Cela représente 2 périodes.

2. et 3.



Problème 4

1.



2. a. Sur $[-\pi\ ;\ 3\pi]$, $f(x) = 0$ a pour solutions $\dfrac{\pi}{2}$ et $\dfrac{5\pi}{2}$.

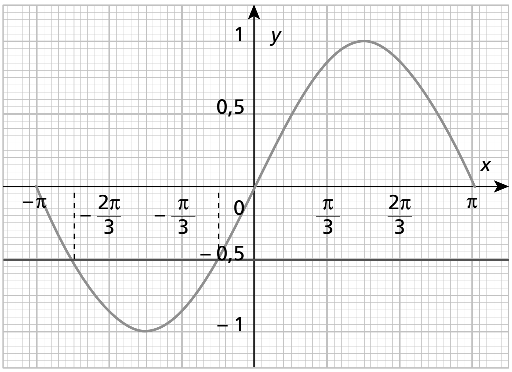
b. Deux formulations possibles :

– les solutions sont distantes d'une période de 2π ;

– il y a une infinité de solutions périodiques.

Problème 5

1.

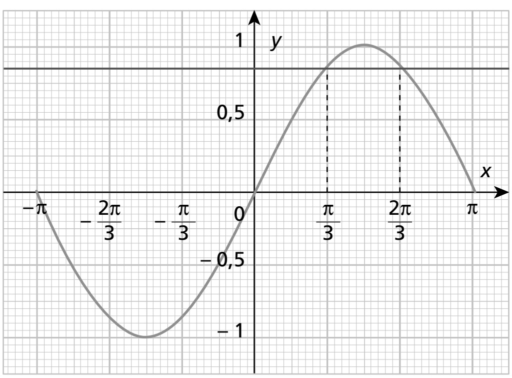


2. Il y a deux solutions : $-\frac{\pi}{6}$ et $-\frac{5\pi}{6}$.

3. Les valeurs sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.

Problème 6

1.



2. Il y a deux solutions : $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$.

3. Les valeurs sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.

Problème 7

Sur l'intervalle $[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}]$:

a. $2\sin x = \sqrt{3}$ a pour solution $\frac{\pi}{3}$.

b. $-2\sin x = -0,5$ a pour solution Arcsin(0,25) ≈ 0,253.

c. $2\sin(x) - 1 = 0$ a pour solution $\frac{\pi}{6}$.

Problème 8

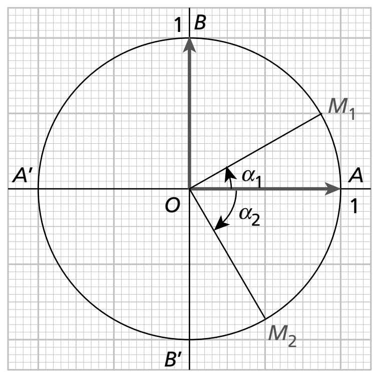
Sur l'intervalle [0 ; π] :

a. $2\cos x = -\sqrt{2}$ a pour solution $\frac{3\pi}{4}$.

b. $2\cos x = \sqrt{3}$ a pour solution $\frac{\pi}{6}$.

c. $3\cos x + 4 = 0$ n'a pas de solution puisque $-\frac{4}{3} < -1$.

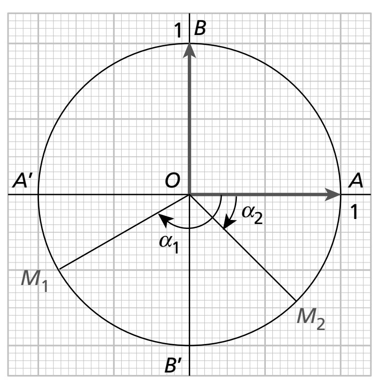
Problème 9



a. et b.

c. $\alpha_1 = \frac{\pi}{6}$; $\alpha_2 = -\frac{\pi}{3}$.

Problème 10

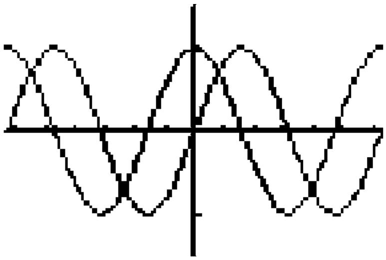


a. et b.

c. $\alpha_1 = -\frac{5\pi}{6}$; $\alpha_2 = -\frac{\pi}{4}$.

Problème 11

1.



2. Les fonctions sinus et cosinus ont même courbes représentatives ; elles sont justes décalées l'une par rapport à l'autre.
3. La courbe de la fonction cosinus est une sinusoïde.

Je teste mes connaissances

Page 170

1. B
2. B
3. B
4. A
5. B
6. A et C
7. A
8. B
9. B
10. C

Évaluations

Évaluation 1

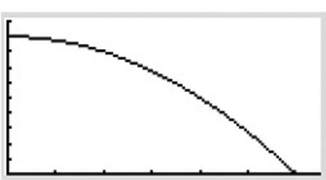
Page 175

Exercice 1

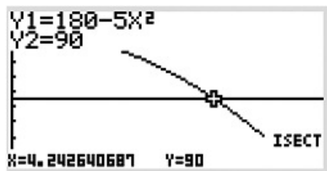
1. Pour le groupe M : $\bar{x} = 14,375$ et $\sigma \approx 1,40$.
2. La moyenne est inférieure dans le groupe M donc le médicament semble efficace en moyenne. En revanche l'écart type est supérieur dans le groupe M : l'efficacité du médicament est hétérogène.

Exercice 2

1. La raclette touche le sol au bout de 6 secondes.
2. a. La fonction $t \mapsto t^2$ est croissante sur l'intervalle [0 ; 6].
b. La fonction $t \mapsto -5t^2$ varie en sens contraire de la fonction carré car -5 est négatif. Elle est donc décroissante sur [0 ; 6].
La fonction h a le même sens de variation que la fonction $t \mapsto -5t^2$ car l'addition d'une constante ne change pas le sens de variation. La fonction h est donc décroissante sur [0 ; 6].
3.



4.



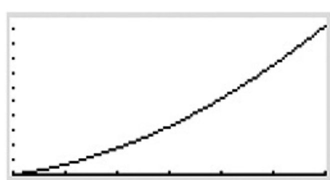
La solution de l'équation $h(t) = 90$ sur l'intervalle [0 ; 6] est 4,2 (valeur arrondie au dixième).
5. La raclette met 4,2 secondes pour arriver à la moitié de la tour.

Évaluation 2

Page 176

Exercice 1

1. a. Longueur $= 4x - 6$; largeur $= x - 4$
b. $A(x) = (4x - 6)(x - 4) = 4x^2 - 22x + 24$
2. a.



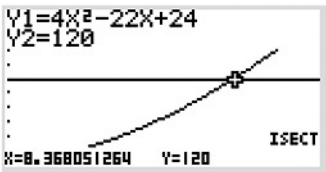
b.

x	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	0	14	36	66	104	150	204

c.

x	4	10
$f(x)$	0 ↗	204

d.

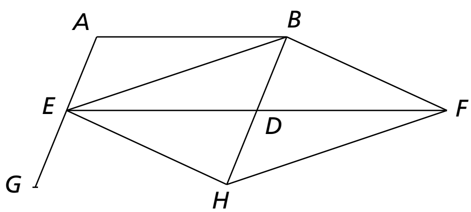


La solution de l'équation $f(x) = 120$ sur l'intervalle [4 ; 10] est 8,4 (valeur arrondie au dixième).

3. La largeur de l'entrepôt est 8,4 mètres, sa longueur 33,6 mètres.

Exercice 2

a. **d.** et **e**.



b. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$; $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{GH}$; $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BD}$

c. $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{EB}$; $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF} = \vec{0}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD}$

d. Si $\overrightarrow{BH} = -2\overrightarrow{DB}$, alors D est le milieu de [BH]. On sait de plus que D est le milieu de [EF].

Donc le quadrilatère $BEHF$ est un parallélogramme.

Évaluation 3

Page 177

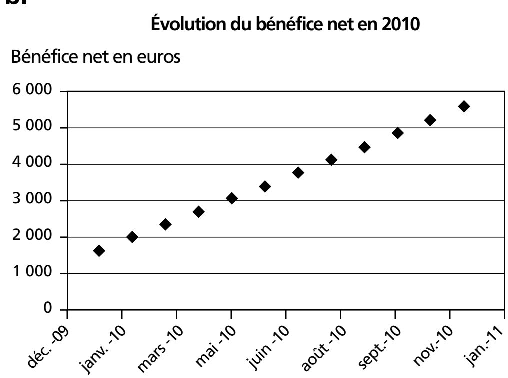
Exercice 1

1. La suite de nombres est arithmétique car 1 980 – 1 620 = 2 340 – 1 980 = 2700 – 2 340 = 360. La raison est 360.

2. a.

janv-10	1 620
févr-10	1 980
mars-10	2 340
avr-10	2 700
mai-10	3 060
juin-10	3 420
juil-10	3 780
août-10	4 140
sept-10	4 500
oct-10	4 860
nov-10	5 220
déc-10	5 580

b.



3. L'auto-entrepreneur pourra continuer son activité, car si l'évolution se maintient, le bénéfice net dépassera 5 500 € en décembre 2010.

Exercice 2

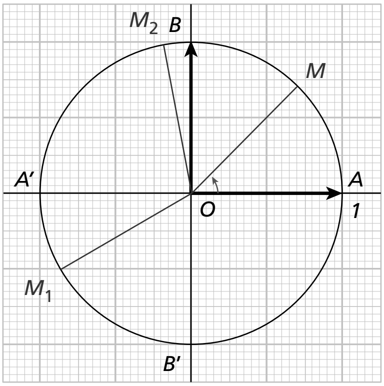
1. Graphiquement $\sin\frac{\pi}{4} \approx 0{,}7$ et $\cos\frac{\pi}{4} \approx 0{,}7$.

2. $-\frac{5\pi}{6}$ rad $= -150°$ et 1,75 rad = 100°.

3. Graphiquement $\sin(-\frac{5\pi}{6}) = -0{,}5$;
$\cos(-\frac{5\pi}{6}) \approx -0{,}85$.

4. Graphiquement $\sin 1{,}75 \approx 0{,}97$ ou 0,98 ; $\cos 1{,}75 \approx -0{,}17$ ou $-0{,}18$.

5. $\sin(-\frac{5\pi}{6}) = -0{,}5$ et $\cos(-\frac{5\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\approx -0{,}866$.
$\sin 1{,}75 \approx 0{,}984$ et $\cos 1{,}75 \approx -0{,}178$.
Les valeurs sont sensiblement les mêmes.



Évaluation 4

Page 178

Exercice 1

1. $\bar{x} = 180{,}25$; $\sigma \approx 7{,}33$.
2. a. Environ 188 (ou 190).
b. Environ 94 %.
3. Oui car il est situé à l'extérieur de l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$.

Exercice 2

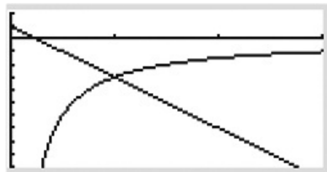
1. L'instruction permet de simuler le tirage au hasard d'une personne dans la population. Elle affiche 1 si la personne est infectée et 0 sinon.
2. Il y a 73 personnes infectées sur le premier échantillon de taille 8 197 simulé.
3. On ne semble pas observer de résultat inférieur ou égal à 51 sur l'image d'écran (le résultat le plus bas est légèrement supérieur à 51).
4. L'expression « statistiquement significative » signifie que la différence observée est suffisamment grande pour ne pas être attribuée au hasard (à la fluctuation d'échantillonnage).

Évaluation 5

Page 179

Exercice 1

1. a.



b. $f(x) = g(x)$: 1 ; $f(x) = 0$: pas de solution
c. $f(x) \leq g(x)$: $]0 ; 1]$; $f(x) < 0$: $]-\infty ; +\infty[$
2. On peut construire la courbe représentative de h pour obtenir le tableau de variation.

x	0	0,8	3
$h(x)$	↗	5,93	↘ − 12

3. a. La fonction inverse est décroissante sur $]0 ; 3]$.
b. La fonction f est croissante sur $]0 ; 3]$ car c'est le produit de la fonction inverse par un nombre négatif.
c. La fonction g est une fonction affine dont le coefficient a, égal à -4, est négatif. La fonction g est donc décroissante.
d. Les questions b. et c. ne permettent pas de donner le sens de variation de $f + g$ car les fonctions f et g n'ont pas le même sens de variation sur $]0 ; 3]$.

Exercice 2

1. La quantité de sucre est 22,4 kg.
2. b. Le minimum de la fonction f est 22,5 pour $x = 125$.
c. L'équation $f(x) = 16$ a deux solutions : 84,7 et 165,3 (valeurs approchées au dixième).
d.

x	70	125	170
$f(x)$	10,4 ↗	22,5	↘ 14,4

3. **a**. Il faut répandre 125 kg d'engrais par hectare pour que la quantité de sucre soit maximale.
b. $84,7 < m < 165,3$.

Évaluation 6

Page 180

Exercice 1

1.

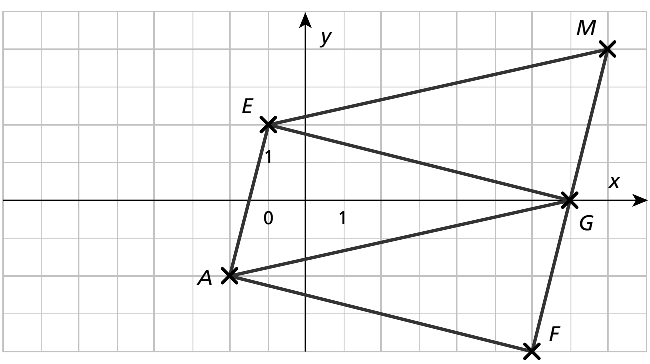
Année	Nombre d'artisans
1re année	8
2e année	16
3e année	32
4e année	64
5e année	128
6e année	256
7e année	512
8e année	1 024
9e année	2 048
10e année	4 096

2. Les nombres d'artisans ainsi obtenus forment une suite géométrique car chaque terme est le double de celui qui le précède. La raison de cette suite est 2.
3. En observant le tableau précédent, on constate qu'il faudrait 7 ans pour atteindre le nombre d'artisans souhaité, à la condition que le principe « chaque adhérent doit recruter un nouvel artisan » soit respecté.

Exercice 2

1. a. $\left\|\overrightarrow{AE}\right\| = \sqrt{17}$; $\left\|\overrightarrow{EG}\right\| = \sqrt{68}$; $\left\|\overrightarrow{AG}\right\| = \sqrt{85}$.

b. Le triangle AEG semble rectangle.
$EG^2 + AE^2 = 68 + 17 = 85$; $AG^2 = 85$. Donc $AG^2 = EG^2 + AE^2$. Par conséquent, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AEG est rectangle en E.
2. b. $F(6 ; -4)$.
c. Puisque $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{GF}$, le quadrilatère $AEGF$ est un parallélogramme.
3. b. $\overrightarrow{AE}(1 ; 4)$; $\overrightarrow{AG}(9 ; 2)$. Donc $\overrightarrow{AM}(10 ; 6)$.
c. $M(8 ; 4)$.



Évaluation 7

Page 181

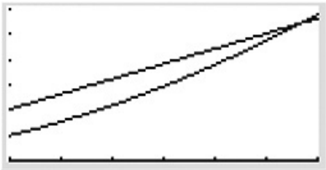
Partie A

1. $A_1 = \dfrac{(2x + 2) \times 2}{2} - 1 \times 1 = (x + 1)x - 1$
$= x^2 + x - 1$.
$A_2 = 2x \times 3 - 0,9 \times 2 = 6x - 1,8$.

2. **a**. Si x augmente, l'aire A_1 sera de plus en plus grande. Donc la fonction f est croissante sur [2 ; 5].
b.

x	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$	5	7,75	11	14,75	19	23,75	29

c.



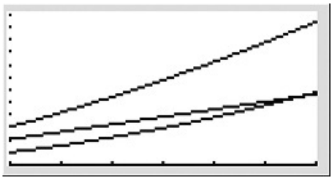
La conjecture faite au a. est confirmée.
d. $f(x) = g(x)$: 4,8 ; $f(x) > g(x)$:]4,8 ; 5[.
3. **a**. $f(x) = g(x)$ équivaut à $x^2 + x - 1 = 6x - 1{,}8$.
En transformant, on obtient : $x^2 + x - 1 - 6x + 1{,}8 = 0$, soit $x^2 - 5x + 0{,}8 = 0$.
b. Le discriminant est 21,8. Il est positif. On obtient deux valeurs pour x : $x_1 \approx 4{,}8$ et $x_2 \approx 0{,}2$.
c. Seule la solution 4,8 est dans l'intervalle [2 ; 5].
Lorsque x vaut 4,8 m, les deux aires sont égales.

Partie B

1. $\dfrac{-b}{2a} = -3{,}5$. Cette valeur est inférieure à 2. Donc la fonction h est croissante sur [2 ; 5].

x	2	5
$h(x)$	15,2 ↗	57,2

2.



3. L'équation $h(x) = 25$ a une solution sur [2 ; 5] : 2,83.

Partie C

$A_T = A_1 + A_2 = x^2 + x - 1 + 6x - 1{,}8$
$= x^2 + 7x - 2{,}8$.
2. C'est pour la valeur 2,83 de x.
3. $2{,}43 < x < 3{,}21$.

Évaluation 8

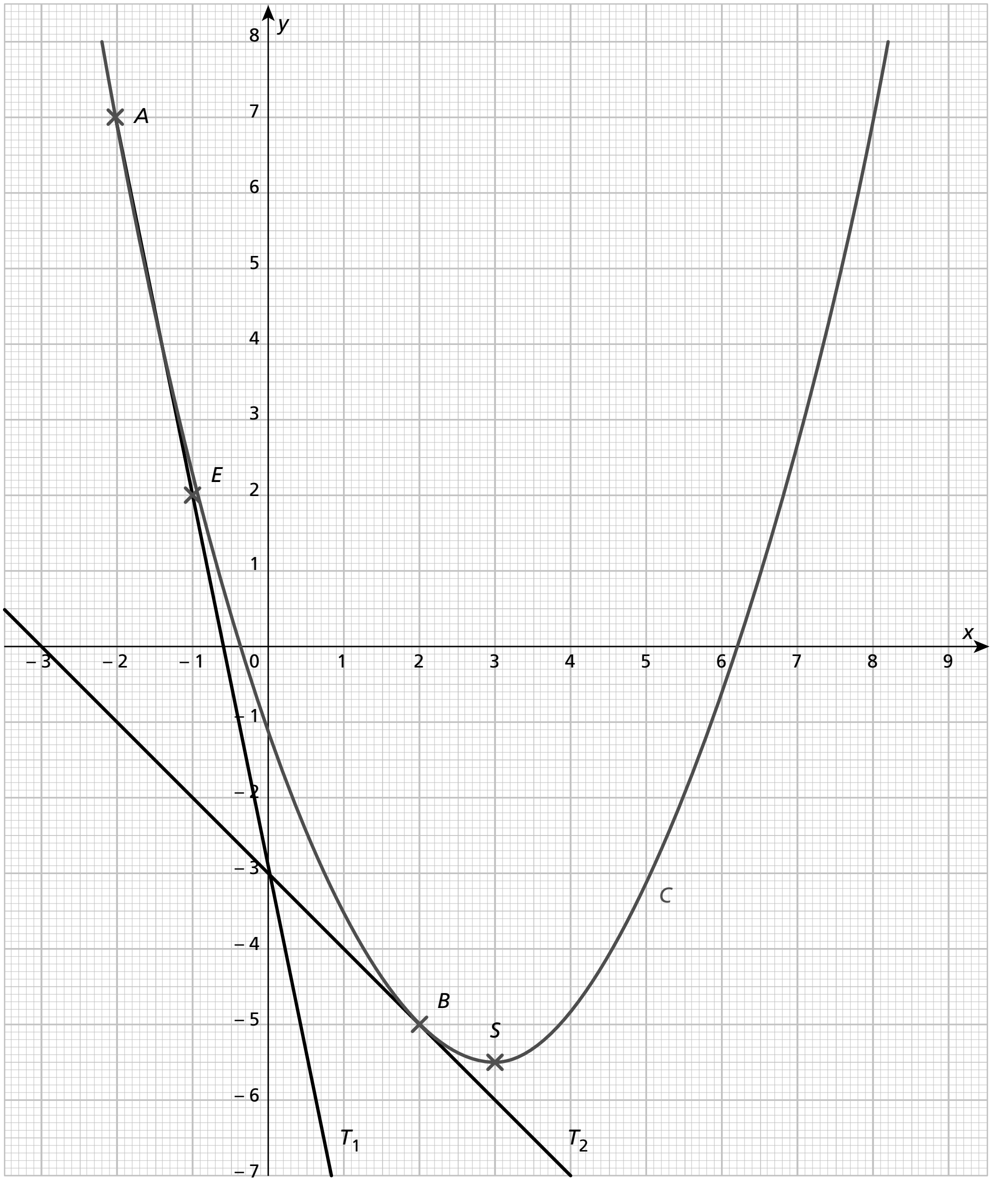
Page 182

Exercice 1

1. $I = [0{,}02 ; 0{,}22]$.
2. Il y a 2 points sur 200 en dehors de l'intervalle I donc 99 % à l'intérieur de I.
3. La théorie prévoit que le pourcentage précédent est supérieur à 95 %.
4. Sur 100 élèves, on peut s'attendre à avoir entre 2 et 22 gauchers.

Exercice 2

1., 2., 5. et 6.
3. $a_{(AE)} = -5$.
Donc, $f'(-2) = -5$.
4. $y = -x - 3$.



Évaluation 9

Page 183

Exercice 1

1. Les coordonnées de M sont (– 1 ; 3).

2. Le triangle ABC semble isocèle.

$AB = \sqrt{20}$; $AC = \sqrt{20}$; $BC = \sqrt{8}$.

$AB = AC$. Donc le triangle ABC est isocèle.

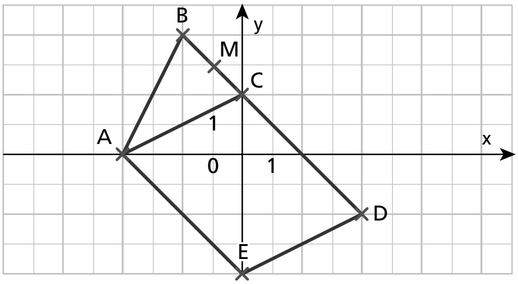
3. **b**. $\overrightarrow{BC}(2\ ;-2)$; $\overrightarrow{BD}(6\ ;-6)$.

c. $D(4\ ;-2)$.

4. **a**. $\overrightarrow{CD}(4\ ;-4)$; $\overrightarrow{AE}(4\ ;-4)$. Donc ces deux vecteurs sont égaux.

b. On en déduit que le quadrilatère $ACDE$ est un parallélogramme.

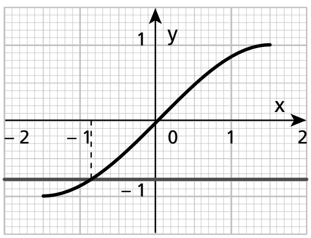
5. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DE}$; $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CE}$; $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CE}$



Exercice 2

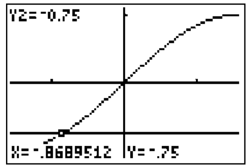
1. Sur l'intervalle $[-\frac{\pi}{2}\,;\,\frac{\pi}{2}]$, sin $x = -0{,}75$ a pour solution Arcsin$(-0{,}75) \approx -0{,}8481$.

2. Graphiquement, sin $x = -0{,}75$ a pour solution $-0{,}8$.



3. Il y a une erreur commise de 5,7 %.

4. et 5.



6. Graphiquement, sin $x = -0{,}75$ a pour solution $-0{,}869$.

7. Il y a une erreur commise de 2,5 %.

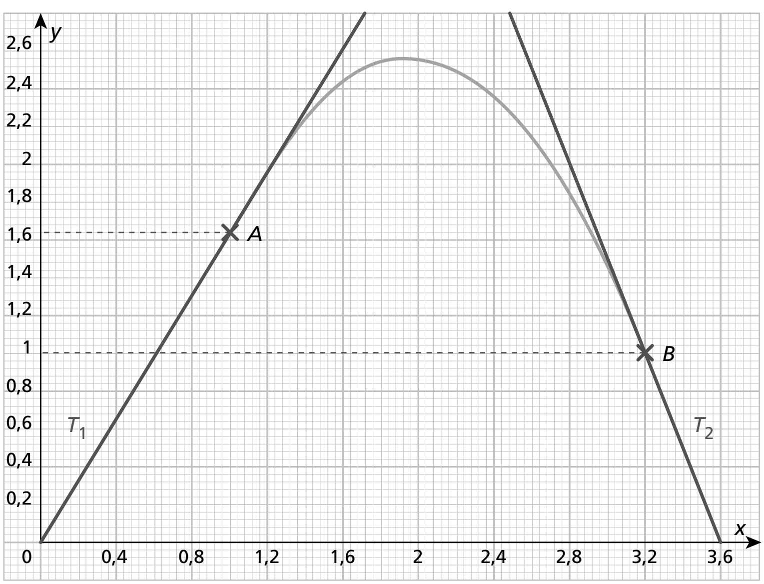
8. Oui, en effectuant des zooms successifs sur le point d'intersection.

Évaluation 10

Page 184

Partie A

1. et **4.**



2. $f'(1) = 1{,}65$.
3. $T_2 : y = -2{,}5x + 8{,}99$.
5. Cela revient à résoudre l'équation $0 = -2{,}5x + 8{,}99$.
$x = 3{,}596$.

Partie B

1. Le sommet S de la parabole a pour coordonnées (1,95 ; 2,5525).
La contrainte est respectée car $2{,}5525 < 2{,}8$.
2. D'après A. 5., $L = 3{,}596$ m.
3. Pour trouver l, il faut résoudre l'équation : $1{,}8 = -x^2 + 3{,}9x - 1{,}25$.
Elle a pour solutions $x_1 \approx 1{,}082$ et $x_2 \approx 2{,}817$.
$l = x_2 - x_1 = 1{,}735$ m.
4. La distance aménageable (où l'on ne circule pas) correspond à $L - l$, soit 1,861 m.

Composition : STDI

Éditions Foucher – Vanves – Juillet 2010 – 01 – CL-DL/EG

Imprimé en France par EMD S.A.S. – 53110 Lassay-les-Châteaux – Dépôt légal : juillet 2010