Bac Pro 2de

Maths

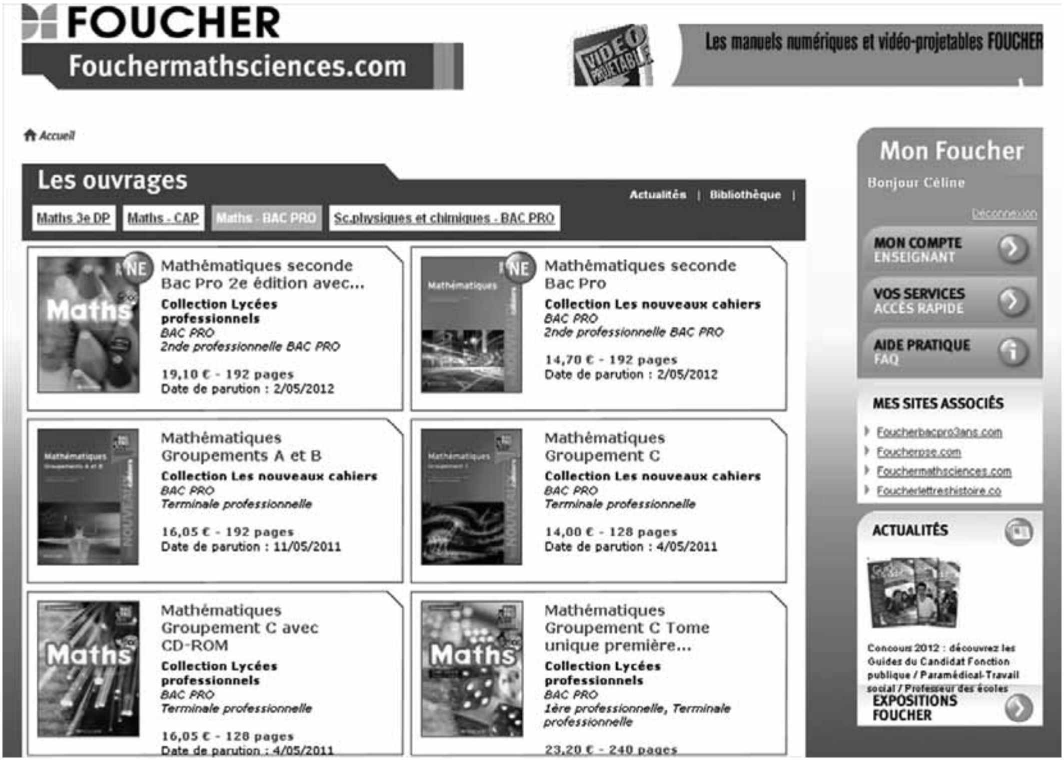
I. Baudet - L. Breitbach - P. Dutarte - D. Laurent
Sous la direction de G. Barussaud

CORRIGÉ

2e édition

FOUCHER

Votre site associé :
www.editions-foucher.fr/mathsciences
Inscrivez-vous et déclarez vos prescriptions !



Sur le site associé maths-sciences, vous trouverez :
– l'ensemble du guide pédagogique en format PDF ;
– les fichiers corrigés des activités informatiques.
Les fichiers de travail sont présentés dans le guide pédagogique par le logo @.

Vous pourrez aussi prendre connaissance de l'ensemble des produits Foucher dans votre matière.

ISBN 978-2-216-11887-8

Sommaire

Graphiques statistiques

1

Activités

Page 7

Remarque : la compréhension du graphique nécessite une analyse assez fine de son titre. Ce type de graphique est utilisé par les entraîneurs et se rencontre, notamment, sur les sites Internet spécialisés.

– L'axe des abscisses est gradué en nombre de buts.

– Pendant le temps où Henry a joué, l'équipe de France a marqué 15 buts de plus qu'elle n'en a encaissés.

– À partir de ce graphique, l'entraîneur peut mesurer l'influence de la présence d'un joueur sur le déroulement du jeu.

Pages 8 et 9

Est-ce que je sais ?

1. Quatre personnes ont attendu 3 minutes.

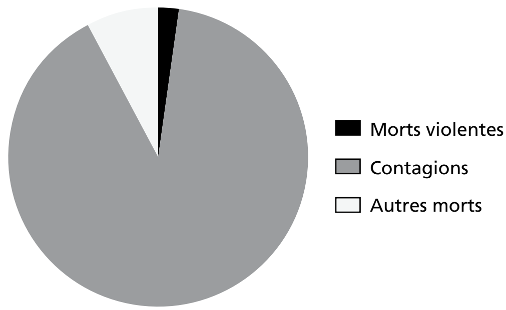
2. La fréquence des personnes ayant attendu 8 minutes est $\frac{2}{20} = 0{,}1$ ou 10 %.

Activité 1

Pour la correction de cette activité, on peut consulter le fichier **01_nightingale_corrige.xls** ou **01_nightingale_corrige.ods**.

1. a. Le graphique en secteurs montre la part relative de chaque cause de décès, par rapport au nombre total de morts. Il révèle que les morts par contagion représentent une énorme majorité.

Mortalité en Crimée en janvier 1855



b. En temps de guerre, on s'attendrait plutôt à ce que les morts violentes (durant les combats) soient majoritaires.

c. La fréquence des morts violentes est $\frac{83}{3168} \approx 0{,}026$ ou 2,6 %.

2. a. Le graphique montre que même en temps de paix, pour toutes les tranches d'âge, la mortalité est très supérieure dans l'armée.

b. Le choix du rouge pour les statistiques de l'armée attire le regard sur ces statistiques alarmantes.

Activité 2

1. a. Les deux premières données sont séparées de 10 ans. Les deux dernières données sont séparées de 4 ans.

b. Le diagramme cartésien prend en compte les espaces de temps séparant les données (alors que le diagramme en barres donne ici l'impression – fausse – que la diminution la plus rapide se situe entre 1980 et 1990 et non entre 2005 et 2009).

2. a. Les disques représentent la totalité des émissions de GES d'origine humaine en 2009 en France, c'est-à-dire, d'après la première partie, 292 millions de tonnes d'équivalent CO_2.

b. Le diagramme de gauche montre que la part du CO_2 dans l'émission des GES d'origine humaine est très largement majoritaire (près de trois quarts des GES).

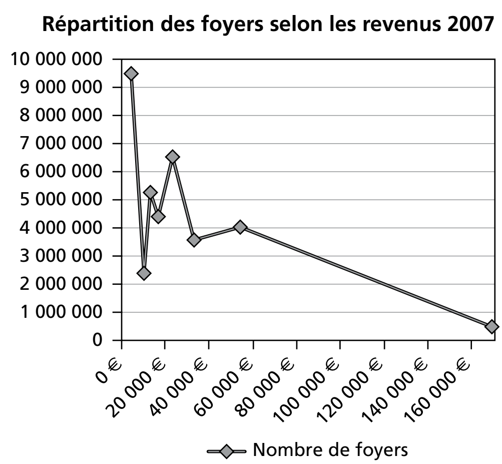
c. Les transports routiers en France en 2009 ont émis $292 \times \frac{24}{100} \approx 70$ millions de tonnes d'équivalent CO_2.

J'utilise un logiciel

Page 13

Pour la correction de ce TP informatique, on peut consulter le fichier **01_revenus2007_corrige.xls** ou **01_revenus2007_corrige.ods**.

1. **a**. Le graphique cartésien montre une répartition très inégale du nombre de foyers selon les tranches, ainsi que l'importance des revenus de la dernière tranche (dont le revenu moyen est très élevé comparativement aux autres tranches).



b. Le graphique à réaliser est indiqué en bas à gauche de la page 13.

• Un foyer situé au milieu de la population (au sens de la médiane vue au collège) se trouve dans la tranche de couleur orange dans le manuel, des revenus compris entre 15 001 € et 18 750 €.

Remarque : pour parvenir à cette réponse, on peut « couper » en deux parties égales le « camembert », en partant de la première tranche (c'est-à-dire ici « couper verticalement »), ou tourner de 180° dans le sens des aiguilles d'une montre en partant du début de la première tranche.

• Le revenu moyen n'appartient pas à cette tranche centrale (on peut parler de tranche médiane), mais à la tranche située au-dessus. Ceci s'explique par le fait que les revenus de la dernière tranche sont extrêmement élevés, comme l'a montré le graphique cartésien.

2. Le graphique à réaliser est indiqué en bas à droite de la page 13 du manuel.

• Pour calculer le revenu total de chaque tranche, on introduit en cellule C8 la formule =C6*C7 puis on recopie vers la droite.

C8 =C6*C7

	A	B	C	D	E
1	Revenus 2007 en France par foyer fiscal				
2					
3–5	Revenus 2007	tranches de revenu	< 9 400 €	9 401 € à 11 250 €	11 251 € à 15 000 €
6	nombre de foyers		9 494 278	2 374 448	5 246 582
7	revenu moyen		4 416 €	10 351 €	13 206 €
8	revenu total		41 926 731 648 €	24 577 911 248 €	69 286 361 892 €
9					

• Les réponses s'obtiennent en comparant les deux secteurs correspondant à une tranche donnée, sur les deux graphiques en secteurs. Avec les couleurs du manuel, on compare les deux secteurs vert clair et les deux secteurs bleu ciel.

Exercices et problèmes

Pages 14-17

Exercices

Calculer un effectif ou une fréquence

1. Effectif total : 5 331 matchs.
Fréquence des victoires à domicile : 0,49.
Fréquence des matchs nuls : 0,29.
Fréquence des victoires à l'extérieur : 0,22.

2. a. Le caractère est quantitatif continu.
b. L'effectif total est 150.
Les fréquences des classes successives sont : 0,1 ; 0,2 ; 0,38 ; 0,26 ; 0,06.
c. La fréquence des tiges dont le diamètre est compris entre 125 mm et 140 mm est 0,84. Ce résultat étant supérieur à 80 %, on peut considérer que la machine est bien réglée.

Extraire des informations d'un graphique statistique

3. a. Il y a 6 joints en dehors de l'intervalle [260 ; 268].
b. La fréquence des joints en dehors de l'intervalle [260 ; 268] est $\frac{6}{40} = 0,15$.
c. On a $1 - 0,15 = 0,85 = 85\ \%$. La machine est considérée comme bien réglée.

4. a. L'épreuve comporte 21 étapes.
b. Quatre étapes font plus de 200 km.
c. La fréquence des étapes de plus de 200 km est $\frac{4}{200} = 0,02$.
d. Il n'y a pas deux étapes successives de plus de 200 km.

5. a. L'Allemagne est le pays dont les émissions sont les plus importantes.
b. Le pays qui a le plus augmenté ses émissions est l'Espagne.
c. L'Allemagne a réduit ses émissions d'environ 200 millions de tonnes d'équivalent CO_2.

6.

Montant en €	Effectif n_i	Fréquence f_i
[0 ; 50[	**150**	**0,09375**
[50 ; 100[	**800**	**0,5**
[100 ; 150[	**450**	**0,28125**
[150 ; 200[	**200**	**0,125**

7. a. Le secteur le plus important correspond aux Français lisant 0 livre par an.
b. Les secteurs correspondant aux Français lisant au moins 5 livres par an occupent moins de la moitié du disque. Ceux-ci ne sont donc pas majoritaires.

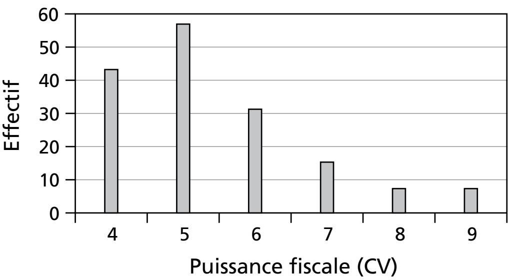
8. a. Dans le monde, la principale source d'énergie électrique est le charbon. En France, la principale source d'énergie électrique est le nucléaire.
b. Le pourcentage d'énergie électrique d'origine nucléaire en France est environ 85 %.
c. La proportion d'énergie électrique d'origine hydraulique est plus importante dans le monde qu'en France.

9. a. La précipitation moyenne au mois d'août à Marseille est environ 30 mm.
b. La précipitation est sensiblement équivalente à Paris et à Marseille aux mois de février et novembre.
c. Les précipitations sont plus régulières à Paris.
d. Le mois où l'écart des précipitations est le plus important entre Paris et Marseille est le mois de juillet.

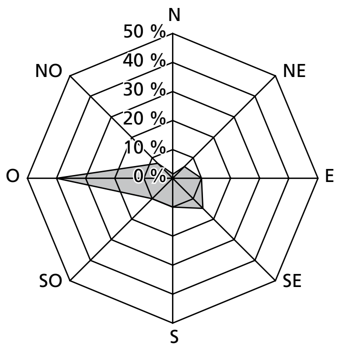
Construire un diagramme

10. a. Il s'agit d'un caractère quantitatif discret.
Remarque : c'est pourquoi un graphique en bâtons est adapté.

b.

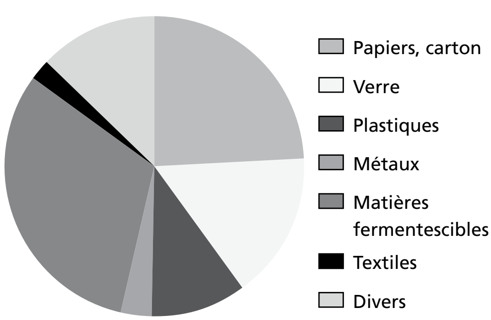


11.



Choisir un mode de représentation adapté

12. a. Le caractère étudié est qualitatif.
b. Pour représenter ce caractère qualitatif, on peut effectuer un diagramme en secteurs ou à bandes – comme dans l'exercice 8 – (qui montrera bien la part relative de chaque type de déchet) ou un diagramme en barres (*a priori* moins adapté au contexte).



c. La masse moyenne annuelle des déchets en verre par habitant est :

$$455 \times \frac{13}{100} = 59{,}15 \text{ kg.}$$

13. a. Le graphique que l'on doit choisir est le graphique 1, pour lequel les aires sont proportionnelles aux effectifs.
b. Le pourcentage des enfants dont le poids dépasse 12 kg est :

$$\frac{8}{100} \times 100 = 8 \text{ \%.}$$

c. Sur le graphique 2, l'aire du rectangle situé le plus à droite correspond à plus de 8 % de l'aire totale.
14. a. Les graphiques sont exacts (mais l'échelle de l'axe des ordonnées est différente).
b. La réalité du pourcentage de baisse (assez faible) entre 2007 et 2008 se perçoit mieux sur le graphique de gauche, dont l'axe des ordonnées est gradué à partir de 0.

Problèmes

Problème 1

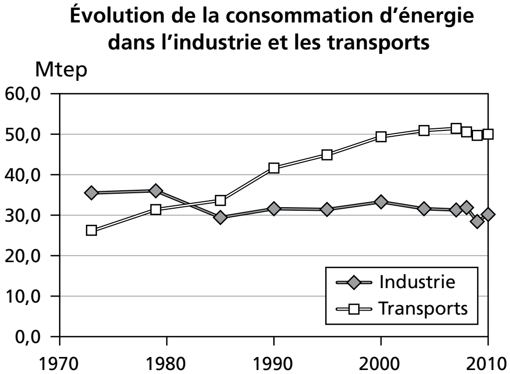
1. Les secteurs Nord et Nord-Nord-Est font un angle de $\frac{360}{16} = 22{,}5°$.
2. Les trois secteurs des vents dominants sont : Ouest, Ouest-Sud-Ouest et Est.
3. L'essentiel de la surface colorée se situe dans la direction Est-Ouest.
4. La fréquence totale des vents de secteurs Ouest, Ouest-Sud-Ouest et Est est environ : $0{,}22 + 0{,}18 + 0{,}17 = 0{,}57$.

Démarche d'investigation

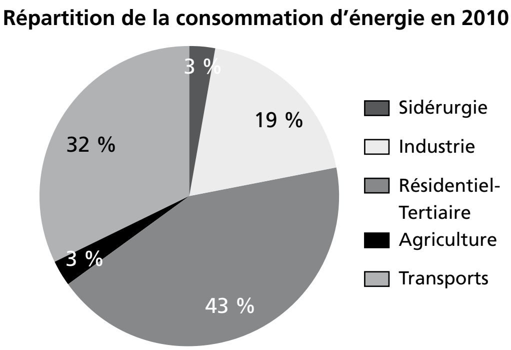
Problème 2

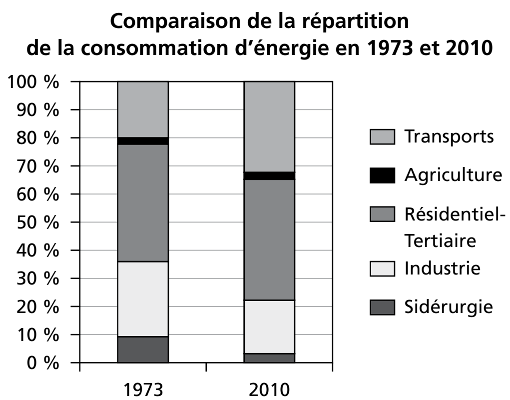
Pour la correction de ce problème, on peut consulter le fichier **01_energie_corrige.xls**.
On peut réaliser les graphiques suivants :

• Évolution de la consommation d'énergie en France :

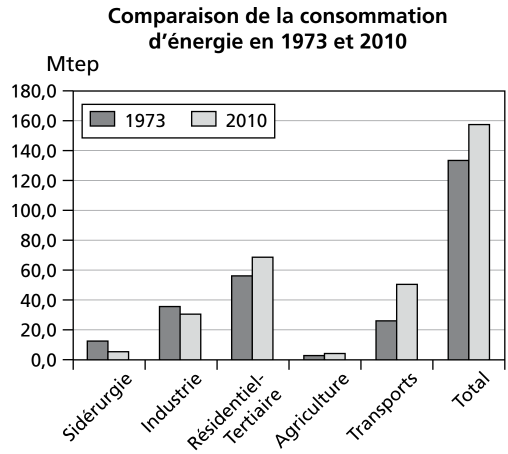


• Part relative de chaque secteur d'activité :





• Différences entre la consommation d'énergie en 1973 et la consommation d'énergie en 2010 :



Je teste mes connaissances

Page 18

1. C
2. C
3. A
4. A et C
5. B
6. C
7. A et B
8. B
9. C
10. B

Situations de proportionnalité 2

Activités

Page 19

– Mathieu obtient 72,30 livres sterling.
– À son retour, 1 livre sterling vaut 1,365 €.

Pages 20 et 21

Est-ce que je sais ?

1. a. Le prix d'un livre est 8 €.
b. Le prix de cinq livres est 40 €.
2. a. $1,3 \times 100 = 130$; $0,08 \times 100 = 8$; $0,9 \times 100 = 90$.
b. $17 \div 100 = 0,17$; $\frac{79}{100} = 0,79$; $142 \div 100 = 1,42$; $0,4 \div 100 = 0,004$; $\frac{8}{100} = 0,08$; $128 \times \frac{10}{100} = 12,8$.

Activité 1

1. a. La masse de CO_2 rejetée est 11,5 kg.
b. Tableau complété :

Nombre de litres d'essence consommés	Masse de CO_2 rejeté (en kg)
5	**11,5**
14	**32,2**
28	**64,4**
30	**69**
x	**$2,3x$**

c. Les cinq rapports sont égaux à 2,3.
2. a. $5 \times 32,2 = 161$ et $14 \times 11,5 = 161$.
b. $5 \times 32,2 = 14 \times 11,5$.

Activité 2

1. a. Les quatre rapports sont égaux à 0,07.
b. Le coefficient de proportionnalité est 0,07.
c. Le taux de remise est 7 %.
2. a. Le montant de la remise est 8,10 €.
b. Le prix soldé est 45,90 €.
c. $k = 0,85$.

Activité 3

a. Le taux d'augmentation du prix du m^3 d'eau est 24,77 % que l'on peut arrondir à 25 %.
b. Le montant de la facture est 125 €.

J'utilise un logiciel

Page 25

1. Facture complétée : voir page suivante.

Référ.	Désignation	Quant.	PUHT	Remise	PU net HT	Montant HT
0651	Récupérateur d'eau de pluie	1	33,40	10 %	**30,06**	**30,06**
0876	Kit de jonction	1	6,60	0 %	**6,60**	**6,60**
0802	Toile d'ombrage (au m)	7	7,80	5 %	**7,41**	**51,87**
0788	Clips de fixation (par 6)	5	4,00	0 %	**4,00**	**20,00**

Total HT	**108,53**
Remise fidélité 2 %	**2,17**
Net HT	**106,36**
TVA 19,6 %	**20,85**
Forfait frais expédition	**10,00**
Net à payer	**137,21**

2. **a.** Voir fichier **02_facture_corrige.xls** ou **02_facture_corrige.ods**.
b. Voir fichier **02_facture_corrige.xls** ou **02_facture_corrige.ods**.
Le net à payer est 143,54 €.

Exercices et problèmes

Pages 26-27

Exercices

Appliquer les propriétés des suites proportionnelles

1. a. $x = 1\ 000$; $y = 3$.
b. $x = 2$; $y = 2{,}5$.
2. a. On fabrique 180 objets en 60 minutes.
b. 42 objets sont fabriqués en 14 minutes.
3. a. Il faut 2,08 kg de sucre.
b. Il faut 2,25 kg de fruits.
4. Il faut 30 cL de rhum.
5. Le montant de l'achat est de 10 738 255 €.
6. a. $x = 3{,}75$.
b. $y = 3{,}6$.
7. a. On ne peut pas calculer la consommation à 100 km/h : la consommation n'est pas proportionnelle à la vitesse.
b. L'épaisseur est proportionnelle au nombre de pages car toutes les pages ont la même épaisseur.
100 pages ont une épaisseur de 1,2 cm.

Calculer et utiliser un taux de pourcentage

8. 24 % = 0,24 ; 6,7 % = 0,067 ; 3 % = 0,03 ; 109 % = 1,09 ; 152 % = 1,52.
9. Aurélie obtient 62,5 % des voix.
10. a. Le pourcentage de la masse de cuivre est 25 %.
b. Le pourcentage de la masse de cuivre est environ 33 %.
11. a. $3\ 400 \times 0{,}685 = 2\ 329$ €.
b. $1\ 200 \times 0{,}004 = 4{,}80$ €.
12. 22 patients ont moins de 70 ans.
13. Après restructuration, le nombre d'employés est 408.

14. Le taux de réduction est 20 %.
15. Le prix de l'article avant remise est 45 €.
16. Le taux d'augmentation est 6 %.

Calculer et utiliser un indice

17. a. L'indice à la date 1 est 110.
b. Le prix à la date 2 est 403,20 €.
18. a. Loyer au 3^e trimestre 2011 : 564,29 €.
b. Indice au 3^e trimestre 2010 : 118,74.

Problèmes

Problème 1

a. Le prix de la tasse de café est 2,70 €.
b. Le cultivateur péruvien perçoit 6,7 % du prix de la tasse de café.
c. 0,24 dollar correspond à environ 0,74 sol.

Problème 2

a. La masse de CO_2 rejetée pour un parcours de 1 km est 145,6 g.
b. La diminution est d'environ 15 g.
c. La taxe n'est pas proportionnelle à la quantité de CO_2 émise.
$\frac{4}{202} \approx 0{,}0198$ et $\frac{12}{206} \approx 0{,}058$.

Problème 3

a. L'intérêt s'élève à 15 €.
b. La valeur acquise est 915 €.
c. Le capital placé est 6 090 €.

Problème 4

a. La masse de plomb est 0,12 mg.
b. Cette eau peut être une eau de ruissellement urbain.
2. a. La masse de plomb est 0,2625 mg.
b. La teneur en plomb est passée de 0,35 mg par litre à 0,28 mg par litre. Elle a diminué de 20 %.

Démarche d'investigation

Problème 5

$1{,}05 \times 0{,}95 = 0{,}9975$.
Le prix a baissé de 0,25 %.

Problème 6

1 ouvrier seul mettrait 18 heures. Donc 4 ouvriers mettraient 4 heures et demie.

Je teste mes connaissances

Page 28

1. A	6. A et C
2. C	7. B
3. B	8. A
4. A	9. B
5. A et B	10. C

Équations et inéquations du premier degré

3

Activités

Page 29

– Prix pour 30 morceaux avec l'offre A : 36 € ; prix pour 30 morceaux avec l'offre B : 50 €.

– Prix pour 60 morceaux avec l'offre A : 72 € ; prix pour 60 morceaux avec l'offre B : 65 €. L'offre la plus avantageuse pour l'intervenante est l'offre B.

– Pour 80 €, on a 66 morceaux avec l'offre A et 90 morceaux avec l'offre B.

– Le prix payé est le même pour 50 morceaux.

Pages 30 et 31

Est-ce que je sais ?

1. a) $\frac{15}{-5} = -3$; $\frac{-15}{5} = -3$;

$\frac{-15}{-5} = 3$; $-\frac{15}{-5} = 3$

b) $-4x + x = -3x$; $-4x \times x = -4x^2$;

$\frac{-4x}{x} = -4$; $\frac{-4x}{2} = -2x$

2. a) $x = 4$; $x = -3$

b) $x = 4{,}5$; $x = 16$

3. Le montant des achats d'Audrey, en fonction de x, est $1{,}5 + 0{,}6x$.

Activité 1

1. Réponse variable selon les élèves.

2. a) Nombre de vidéos dans la catégorie films : $3n$.

b) Nombre total de vidéos : $n + 3n + 40$.

c) L'équation qui traduit l'énoncé est $n + 3n + 40 = 248$, soit $4n + 40 = 248$.

d) $4 \times 52 + 40 = 248$. Donc 52 est solution de l'équation $4n + 40 = 248$.

e) Thomas possède 52 séries télé, 156 films et 40 documentaires.

Activité 2

1. b) Formule pour la cellule B2 : =3,2*B1.

c) Formule pour la cellule B3 : =180+2*B1.

d)

Distance (en km)	40	100	130	200	250
Coût (en €) avec l'entreprise Vitlivré	128	320	416	640	800
Coût (en €) avec l'entreprise Rapido	260	380	440	580	680

L'entreprise Vitlivré est la moins chère pour 40 km, 100 km et 130 km.

L'entreprise Rapido est la moins chère pour 200 km et 250 km.

2. a) L'inéquation est : $3{,}2x < 2x + 180$.

b) On retranche $2x$ aux deux membres de l'inéquation : $1{,}2x < 180$.

On divise les deux membres par 1,2 :

$x < \frac{180}{1{,}2}$, soit $x < 150$.

c) L'entreprise Vitlivré est la moins chère pour les kilométrages inférieurs à 150 km.

Activité 3

a) Les décimaux demandés sont : 3,2 ; 3,3 ; 3,4 ; 3,5 ; 3,6 ; 3,7 ; 3,8 ; 3,9.

b) Il y a une infinité de réels x tels que $3{,}20 \leqslant x \leqslant 3{,}9$.
c) La bonne représentation est la représentation ②.

Exercices et problèmes

Pages 35 à 37

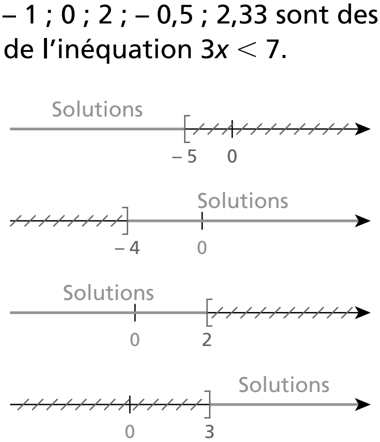
Exercices

Résoudre des équations

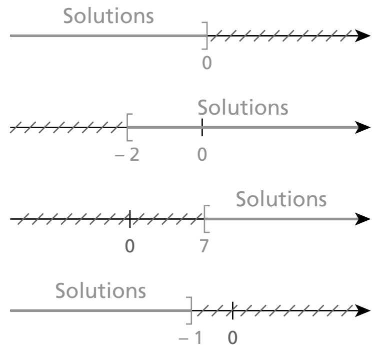
1. a) $x = 5$; $x = 0{,}36$
b) $x = 1$; $x = -7$
c) $x = 2$; $x = -12$
2. a) $x = 12$; $x = 12$
b) $x = -4$; $x = \dfrac{7}{3}$
c) $x = 2$; $x = 10$
3. a) $x = -13$; $x = -8$
b) $x = 84$; $x = -\dfrac{6}{5}$
4. a) $x = 11$
b) $x = 3{,}5$
c) $x = -0{,}3$
5. a) $x = \dfrac{13}{5}$
b) $x = 0$
c) $x = 0$

Résoudre des inéquations

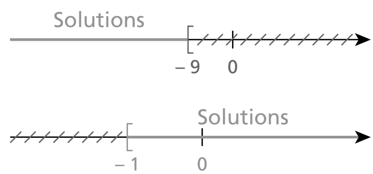
6. 1 ; – 1 ; 0 ; 2 ; – 0,5 ; 2,33 sont des solutions de l'inéquation $3x < 7$.
7. a)



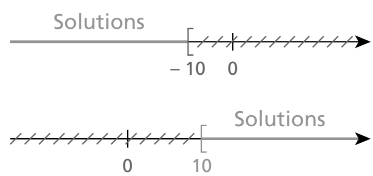
b)



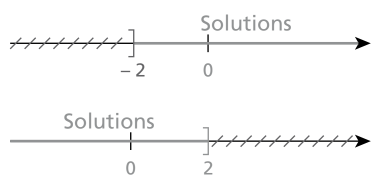
8. a) $x < -0{,}8$
b) $x \leqslant 1{,}3$
c) $x \geqslant -1{,}2$
d) $x > 2{,}8$
9. a) $x < -9$ $\qquad$ $x \geqslant -1$



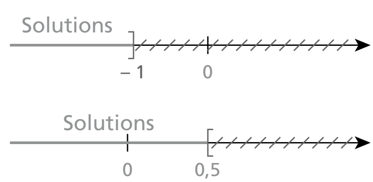
b) $x < -10$ $\qquad$ $x \geqslant 10$



c) $x > -2$ $\qquad$ $x \leqslant 2$



d) $x \leqslant -1$ $\qquad$ $x < 0{,}5$



10. a) $x < -\dfrac{2}{3}$; $x \geqslant \dfrac{7}{2}$

b) $x \leqslant -5$; $x \geqslant 7$
c) $x \geqslant 0$; $x < 0{,}5$
d) $x < 0$

11. **a)** $x > -\dfrac{5}{28}$

b) $x \geqslant 3$

Écrire et interpréter un intervalle

12. a)]– 1 ; 2] ; [– 3 ; – 1].
b) [1 ; 10[;] – 3 ; 5[
13. a) $2 < x < 9$; $-4 < x \leqslant 6$; $-7 \leqslant x \leqslant -1$.
b) $9 \leqslant x < 12$; $-6 < x < 7$; $5 < x \leqslant 6$.

Problèmes

Problème 1

Olivier reçoit 4 500 €, Yasmina 2 250 € et Johnny 4 250 €.

Problème 2

Marc a pensé au nombre 9.

Problème 3

Si on note x le prix d'une rose, en euros, l'énoncé peut se traduire par l'inéquation $1{,}8 \times 3 + 4x \leqslant 13{,}8$.
On obtient $x \leqslant 2{,}1$. Le prix d'une rose doit être inférieur ou égal à 2,10 €.

Problème 4

Si on note x la longueur de l'enseigne, en mètres, l'énoncé peut se traduire par l'équation
$\dfrac{x}{3} + \dfrac{5}{9}x + 0{,}2 = x$.
On obtient $x = 1{,}8$. La longueur de l'enseigne est 1,80 mètre.

Problème 5

Fatou a 30 ans.

Problème 6

Si on note x le nombre de clients, l'énoncé peut se traduire par l'équation
$0{,}3x + \dfrac{4}{7}x + 36 = x$.
On obtient $x = 280$. Le nombre de clients est 280.

Problème 7

Si on note x le nombre des disciples de Pythagore, l'énoncé peut se traduire par l'équation
$\dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{4} + \dfrac{x}{7} + 3 = x$. On obtient $x = 28$. Le nombre des disciples de Pythagore est 28.

Problème 8

$138{,}60 \div (1{,}1 \times 1{,}05) = 120$.
Le prix de l'article avant augmentation est 120 €.

Problème 9

$85{,}12 \div (0{,}95 \times 1{,}12) = 80$.
Le prix initial de l'objet est 80 €.

Problème 10

Karim doit avoir 14,5 au quatrième devoir.

Problème 11

Élodie doit avoir une note en mathématiques supérieure ou égale à 11.

Problème 12

Les quatre nombres sont 78 ; 79 ; 80 ; 81.

Problème 13

60 élèves ont participé au voyage.

Problème 14

Il y a 30 bons de réduction.

Problème 15

La contenance du verre est 12,5 centilitres.

Problème 16

1. Aire de la pièce : 78 m^2 ; aire du bureau : 12 m^2 ; aire du séjour : 66 m^2.
2. **a)** Aire du bureau : $3x$; aire du séjour : $78 - 3x$.
b) $78 - 3x \geqslant 60$; $x \leqslant 6$
c) $9x = 78 - 3x$; $x = 6{,}5$

Problème 17

a) Nombre d'infirmières : $4x$; nombre d'aides-soignantes : $9x$.
b) L'énoncé se traduit pas l'équation
$4x + 9x + x = 84$.
On obtient $x = 6$.
Il y a 6 médecins ; 24 infirmières ;
54 aides-soignantes.

Problème 18

a) Prix d'un aller-retour avec la formule 2 : 36 €.
b)

Nombre d'allers-retours	1	2	5
Prix de revient avec la formule 1 (en €)	48	96	240
Prix de revient avec la formule 2 (en €)	86	122	230

c) $x > \frac{25}{6}$

La carte Détente est intéressante à partir de 5 allers-retours.
d) Ethan peut faire au maximum 9 allers-retours.

Problème 19

Le contrat A est plus rémunérateur que le contrat B lorsque le commercial vend un nombre d'encyclopédies inférieur ou égal à 29.

Démarche d'investigation

Problème 20

Si le nombre de paquets est inférieur à 9, le prix du grossiste A est le moins cher.
Si le nombre de paquets est égal à 9, les deux prix sont égaux.
Si le nombre de paquets est supérieur à 9, le prix du grossiste B est le moins cher.

Problème 21

Il faut retourner 12 jetons noirs. Il y aura alors 48 jetons noirs et 16 jetons blancs.

Je teste mes connaissances

Page 38

1. C
2. A
3. B
4. C
5. C
6. B
7. A
8. C
9. A
10. B

Des solides usuels aux figures planes

4

Activités

Page 39

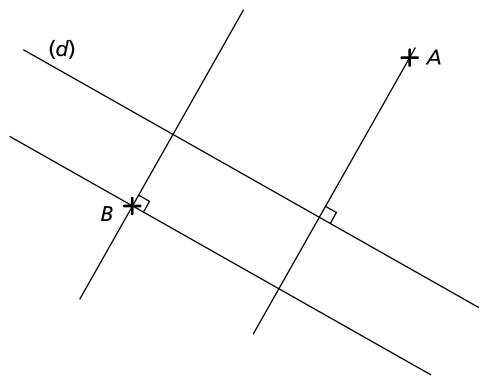
– Sur l'illustration, on reconnaît un cylindre, un cône, une boule, un parallélépipède rectangle.
– Noms de solides : cône, cube, cylindre, parallélépipède rectangle, pyramide, boule.
– Noms de figures planes : carré, parallélogramme, rectangle, triangle.

Pages 40 et 41

Est-ce que je sais ?

1. **a**. [*AE*] est une arête ; *F* est un sommet ; *BCGF* est une face.
b. (*DH*) et (*DC*) sont perpendiculaires ; (*EH*) et (*BC*) sont parallèles.

2. **a**. **b. c.**



Activité 1

1. Les arêtes cachées sont tracées en pointillés.
2. Tableau complété :

	Sur le cube réel	Sur le dessin en perspective cavalière
a. La face *BCGF* est un carré.	oui	non
b. La face *DCGH* est un carré.	oui	oui
c. Les arêtes [*AE*] et [*BC*] ont la même longueur	oui	non
d. Les arêtes [*CG*] et [*DH*] sont parallèles.	oui	oui
e. Les arêtes [*AB*] et [*DC*] sont parallèles.	oui	oui
f. Les arêtes [*AB*] et [*BF*] sont perpendiculaires.	oui	oui
g. Les arêtes [*EF*] et [*FG*] sont perpendiculaires.	oui	non
h. Les points *E*, *B* et *C* sont alignés.	non	oui

Activité 2

1. **b.** Le solide décrit par l'équerre est un cône de révolution.
c. La figure plane décrite par le point *A* est un cercle.
2. Les bâtons de craie sont des cylindres ; la plaquette de beurre est un parallélépipède rectangle ; la balle de tennis est une boule ; le chapeau pointu est un cône.

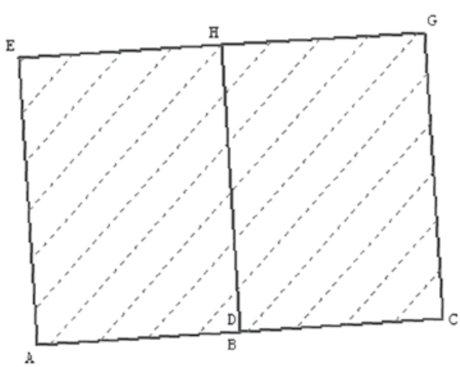
Activité 3

1. **a**. (*CE*) et (*EG*) sont deux droites sécantes.
b. (*AB*) et (*FH*) sont deux droites non sécantes et non parallèles.
c. (*AB*) et (*CD*) sont deux droites parallèles.
2. **a**. (*KA*) et (*AB*) sont dans le plan *ABK* et sont perpendiculaires.
b. (*CE*) et (*AI*) sont orthogonales.
3. (*CD*) et (*AB*) sont parallèles au plan *EGHF*.
(*EF*) et (*AB*) sont perpendiculaires au plan du plancher.

J'utilise un logiciel

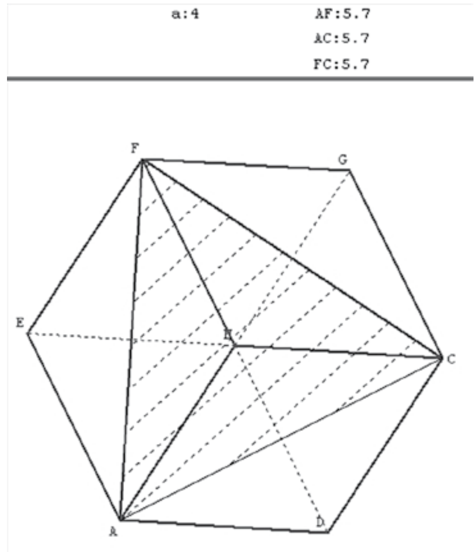
Page 45

1. Lorsqu'on fait tourner le cube, les arêtes en pointillés ne sont plus les mêmes : les arêtes qui étaient cachées ne le sont plus et d'autres le deviennent.
2. Le quadrilatère *AEGC* semble être un rectangle.



La conjoncture faite semble vérifiée.

3. Le triangle *AFC* semble isocèle ou équilatéral.



D'après les mesures affichées, on a $AC = FC = AF$ quelle que soit la mesure de l'arête du cube.
Le triangle *AFC* semble donc être équilatéral.
Remarque : cette proposition reste une conjecture tant qu'elle n'a pas été démontrée. L'affichage de mesures (qui, de plus, sont des valeurs approchées) n'est pas une démonstration.

Exercices et problèmes

Pages 46 à 49

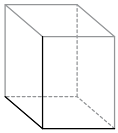
Exercices

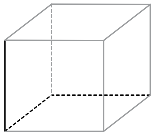
Dessiner et interpréter une représentation en perspective cavalière

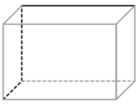
1.

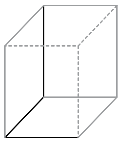
	Solide a.	Solide b.
Nombre de sommets	8	7
Nombre de faces	6	7
Nombre d'arêtes	12	12

2.

a. 

b. 

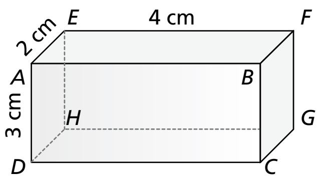
c. 

d. 

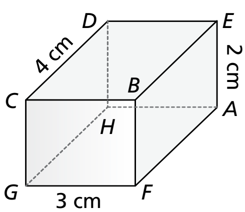
3. Nombre de sommets : 12 ; nombre d'arêtes : 18.

4. Seul le dessin **a.** est correct.

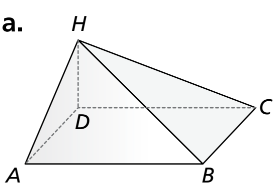
5. **a**. La face avant est la face *ABCD*.

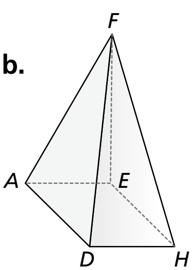


b. La face avant est la face *BCGF*.

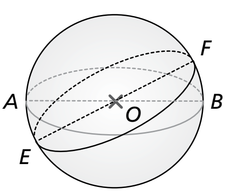


6.

a. 

b. 

7. **a. b. c.**



8. **a**. *A*, *F* et C sont sur la sphère de centre *B* et de rayon *BC*.
b. *E*, *H*, *G* et *F* sont sur la sphère de centre *J* et de rayon *JF*.
c. *E*, *H*, *G* et *F* sont sur la sphère de centre *I* et de rayon *IF*.
d. *C*, *H* et *F* sont sur la sphère de centre *A* et de rayon *AF*.

Reconnaître un solide usuel

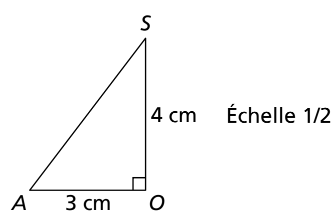
9. **a**. Les parallélépipèdes sont les dessins a et e.
b. Les pyramides sont les dessins b (base : quadrilatère), h (base : quadrilatère) et l (base : pentagone).
c. Les cônes de révolution sont les dessins c et i.
d. Le dessin d est une boule ; les dessins f et j sont des cylindres de révolution.
e. Le solide k a deux bases parallèles ; c'est un prisme droit.

10. ① → boule ; ② → cylindre ; ③ → tronc de cône.

Extraire une figure plane d'un solide usuel

11. **a**. Carré de côté [*AD*] : *ADHE*.
b. Rectangle qui n'est pas un carré : *DCFE*.
c. Triangle isocèle de sommet *H* : *DHG*.
d. Triangle rectangle en *G* : *FGH*.
e. Triangle équilatéral : *DEG*.

12.**a**. Le triangle *ASO* est rectangle en *O*.
b.

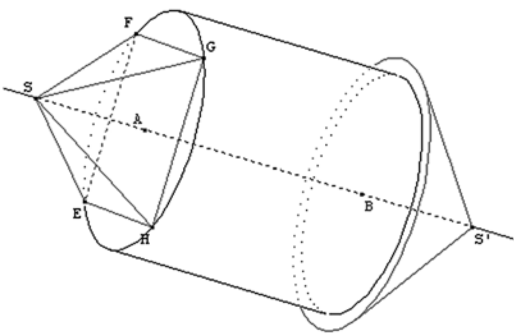


13. **a**. Rectangle dont l'un des côtés est [*AC*] : *ACGE*.
b. On a (*AE*) parallèle à (*CG*) et *AE* = *CG*. Donc le quadrilatère *ACGE* est un parallélogramme.

La droite (*AE*) est perpendiculaire au plan *ABCD*, donc elle est perpendiculaire à la droite (*AC*).
Le parallélogramme *ACGE* a un angle droit. C'est donc un rectangle.

Décomposer un solide complexe

14. Cette lanterne est constituée d'un parallélépipède rectangle et d'une pyramide à base rectangulaire.
15. Cette tour est constituée d'un cylindre et d'une pyramide à base carrée.
16. Ce tube à essai est constitué d'un cylindre et d'une demi-sphère.
17. Cette balise est constituée d'un cône de révolution et d'une demi-boule.
18. **a**. Cet haltère est constitué de deux boules et d'un cylindre.
b. Sa longueur totale est 50 cm.
19. **a.**



b. Le solide est constitué d'une pyramide de sommet *S* à base carrée *EFGH*, d'un cylindre d'axe (*AB*), d'un cône de sommet *S*'.

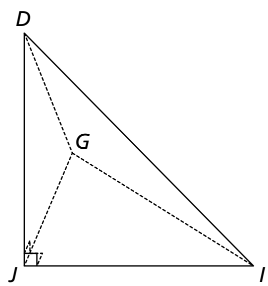
Voir dans l'espace

20. **a**. Vraie.
b. Vraie.
c. Fausse.
d. Vraie.
e. Vraie.
21. **a**. Plan parallèle au plan *JABI* : *FGHK*.
b. Droite parallèle au plan *FGCL* : (*KH*).
c. Droite perpendiculaire au plan *DEFG* : (*FK*).
d. Droite du plan *ABCL* orthogonale à (*FK*) : (*AB*).
e. Droite du plan *DEFG* parallèle à (*AB*) : (*FG*).
22. **a**) Les droites (*DE*) et (*HK*) ne sont pas sécantes.
b) Les droites (*DH*) et (*JF*) sont parallèles.
c) Les droites (*HJ*) et (*HD*) sont perpendiculaires.
d) Les droites (*HJ*) et (*KG*) sont orthogonales.

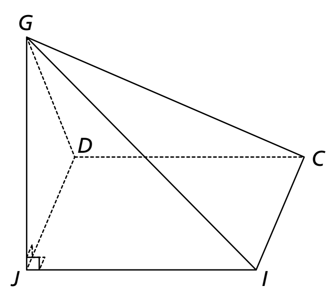
Problèmes

Problème 1

1. **a**. Les segments [*GI*], [*ID*] et [*GD*] sont les diagonales de trois carrés de côté 3 cm.
b. La base de la pyramide est le triangle *GID*. Il est équilatéral.
c. Les autres faces de la pyramide sont des triangles rectangles isocèles.
d.



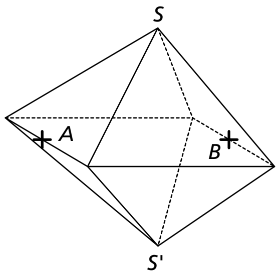
2. **a**. La base de cette pyramide est le carré *CDIJ*.
b. Les faces *GJI* et *GJD* sont des triangles rectangles isocèles. Les faces *GDC* et *GIC* sont des triangles rectangles.
c.



d. La hauteur de cette pyramide est [*GJ*].

Problème 2

a.

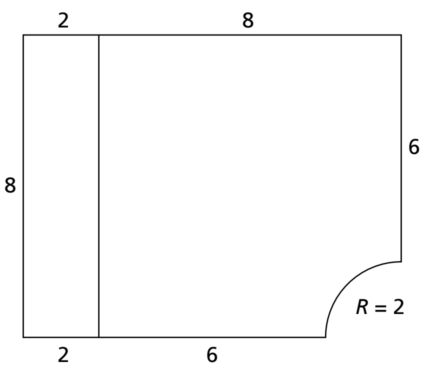


b. Nombre de sommets : 6 ; nombre de faces 8 ; nombre d'arêtes : 12
c. Le quadrilatère *SAS'B* est un losange : ses côtés sont les hauteurs de 4 triangles isocèles égaux.

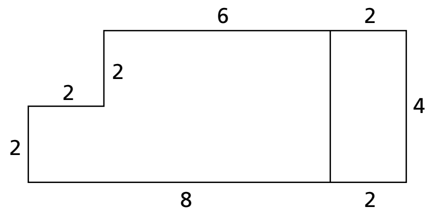
Démarche d'investigation

Problème 3

a)



b)



Je teste mes connaissances

Page 50

1. B
2. B
3. B et C
4. A et C
5. B
6. A
7. B
8. A et B
9. A et B
10. B et C

Notion de fonction

5

Activités

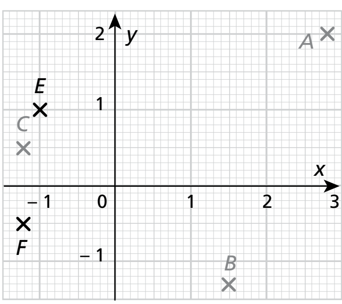
Page 51

– Il y a 112 cm d'eau dans la cuve à midi.
– À 17 h 50 et à 21 h 15, il y a 100 cm d'eau.
– L'arrosage automatique fonctionne de 6 h à 8 h, et de 17 h à 19 h. Il pleut à partir de 21 h.

Pages 52 et 53

Est-ce que je sais ?

1. **a**. L'abscisse de *A* est 2,8. L'ordonnée de *B* est – 1,3. Les coordonnées du point *C* sont (– 1,2 ; 0,5).
b. Voir graphique.



2. $2 + 3 \times 4 = 14$; $2 \times 3^2 = 18$; $7 + 3 \times 4^2 = 7 + 48 = 55$; $3 \times 2^3 + 5 \times 1^2 = 24 + 5 = 29$.

Activité 1

1. **a**. Le volume de la boîte pour $x = 5$ est : $7 \times 5 \times 14 = 490$ cm^3.
b. La largeur est x. La longueur est : $24 \div 2 - x = 12 - x$.
La hauteur est $24 - x - x = 24 - 2x$.
Le volume est le produit de ces trois dimensions.
c. $x(12 - x)(24 - 2x) = (12x - x^2)(24 - 2x)$
$= 288x - 24x^2 - 24x^2 + 2x^3$
$= 2x^3 - 48x^2 + 288x$.
2. **a**. L'image de 3 par f est 486 ;
$f(8) = 256$
b. Un antécédent de 256 est 8.

Activité 2

1. **b.** Les valeurs de x pour lesquelles on a $V = 100$ cm^3 sont 0,4 cm et 9,7 cm.
2. **a**. L'image de 9,5 par f est 120 ;
$f(0,8) = 200$.
b. Les antécédents de 400 par f sont 2 et 6,4.

Activité 3

1. Voir le corrigé animé sur le fichier **05_activite3_video**. Ce fichier montre le déplacement d'un point sur la courbe avec lecture simultanée de son ordonnée.
a. Quand x varie de 0 à 4, les valeurs de $f(x)$ augmentent.
b. Quand x varie de 4 à 12, les valeurs de $f(x)$ diminuent.
2. Le volume de la boîte est maximum pour $x = 4$.

J'utilise une calculatrice graphique

Page 57

2. **b.** L'image de – 0,5 par *f* est – 0,875.

x	– 3	– 1,5	– 1	0	1	2,5	3
f(*x*)	**– 4**	**– 9,625**	**– 6**	**5**	**16**	**19,375**	**14**

f(1,2) = 17,672

On ne peut pas en déduire que la fonction est croissante car on ne connaît pas les variations de *f* entre 1 et 1,5 et entre 1,5 et 2 par exemple.

3.

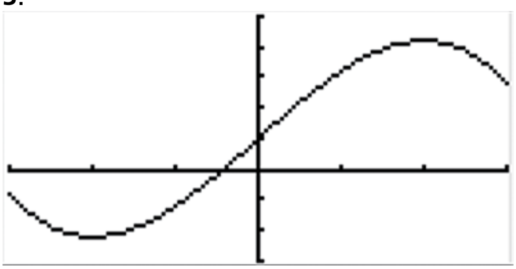


Tableau de variation de la fonction *f* :

x	– 3	– 2	2	3
Sens de variation de *f*	– 4 ↘	– 11 ↗	21 ↘	14

Exercices et problèmes

Pages 58 à 61

Exercices

Déterminer graphiquement une image ou un antécédent

1. **a**. L'image de 2 par *f* est 0,5.
b. *f*(– 2) = – 1,5 ; *f*(0) = – 0,5 ; *f*(1) = 0.
c. L'antécédent de 1 par *f* est 3.
2. **a**. L'image de – 2 est 1 ; celle de 2 est 0.
b. Les antécédents de 1 sont – 2 et 3.
c. *g*(0) = – 2 ; *g*(3) = 1 ; *g*(– 1) = – 0,5.
3. **a**. *h*(0) = – 0,5 ; *h*(1,5) = 1,5 ; *h*(2) = 0,9.
b. Les antécédents de – 0,5 sont 0 et 3,2.
c. Les antécédents de 1 sont 1 ; 1,9 et 4,2.
d. L'antécédent de 2 est 4,4.

Calculer une image

4. **a**. *f*(– 3) = 21 ; *f*(0) = 3 ; *f*(1,5) = 12.
b. L'antécédent de 3 est 0.
5. **a**. *g*(3) = 9 ; *g*(– 2) = 14 ; *g*(0) = 0.
b. Un antécédent de 14 est – 2.
6. *h*(1) = – 1,6 ; *h*(– 1) = 2,4 ; *h*(0) = 0,1.
7. $i(1) = \frac{3}{4}$; $i(2) = \frac{8}{5}$; $i(0) = -\frac{2}{3}$.
8. **a**. *f*(5) = 75 ; *f*(– 4) = 48 ; *f*(0) = 0.
b. $f(x) = 3x^2$.
9. **a**. *g*(2) = 16 ; *g*(– 3) = – 54 ; *g*(0) = 0.
b. $g(x) = 2x^3$.
10. **a**. – 2 est image de 3 par la fonction *h*.
b. 3 est antécédent de – 2 par la fonction *h*.
c. – 2 a pour antécédent 3 par la fonction *h*.
d. 3 a pour image – 2 par la fonction *h*.

Compléter un tableau de valeurs

11.

x	– 8	– 3	2	5
f(*x*)	**– 6**	**– 3,5**	**– 1**	**0,5**

12.

x	– 4	– 1	0	5
g(*x*)	**46**	**1**	**– 2**	**73**

13.

x	– 0,5	0	2	3
f(*x*)	**1,8**	**2,5**	**0**	**1**

Donner le sens de variation sur un intervalle

14. **a**. *f* est croissante sur [– 1 ; 0], décroissante sur [0 ; 2], croissante sur [2 ; 4].

b.

x	-1		0		2		4
Sens de variation de f	1	↗	2,5	↘	0	↗	2

15. a.

t	0	7	17	23
$h(t)$	**152**	**130**	**112**	**152**

15. b.

x	0		6		8		17		19		21		24
Sens de variation de h	152	→	152	↘	112	→	112	↘	80	→	80	↗	160

16. a. La fonction h est croissante sur [– 1 ; 0], décroissante sur [1,5 ; 2], constante sur [4,5 ; 5].

b.

x	-1		1,5		3,2		4,5		6
Sens de variation de h	-1	↗	1,5	↘	$-0,5$	↗	2,5	→	2,5

c. Le minimum de la fonction h est – 1 sur [– 1 ; 1] et – 0,5 sur [2 ; 4].

d. Le maximum de la fonction h est 1,5 sur [– 1 ; 2] et 2,5 sur [– 1 ; 6].

Problèmes

Problème 1

1. a. Montant des charges pour 50 clients : 2 200 € ; pour 100 clients : 1 600 € ; pour 200 clients : 6 400 €.

b. 4 800 (en euros) représentent les charges fixes.

2. b. La fonction f est décroissante sur [0 ; 90] et croissante sur [90 ; 300].

c. Graphiquement, le minimum de f est égal à 1 600. On a alors $x = 90$.

Par le calcul, $f(90) = 1\,560$.

d. Les nombres qui ont pour image 3 000 sont 30 et 150.

3. a. Les charges sont minimales pour 90 clients.

b. Les charges sont de 3 000 € pour 30 clients et pour 150 clients.

Problème 2

1. a. $f(1,2) = 4,2$.

b. L'antécédent de 3 est 0,86.

c. Pour une hauteur d'eau dans la cuve de 1,2 m, le volume d'eau est 4,2 m^3.

Lorsque le volume d'eau est de 3 m^3, la hauteur d'eau dans la cuve est 0,86 m.

2. a. Le volume d'eau recueilli est 2,625 m^3.

b. La hauteur de l'eau dans la cuve augmente de 0,74 m.

3. Le volume d'eau utilisé est 0,35 m^3.

Problème 3

1. a. La température de la matière au début du test est 3 °C.

b. On atteint 10 °C au bout de 7,6 minutes (soit 7 min 36 s) ou 9,4 minutes (soit 9 min 24 s).

2. a. L'image de 2 par g est 5,6.

b. Les antécédents de 4 sont : 1 ; 4 ; 5,7 ; 11,4.

Les antécédents de 6 sont 2,6 ; 6,4 ; 10,6.

L'antécédent de 11 est 8,6.

3. a.

x	0	2	5	8	10	12
$g(x)$	**3**	**5,6**	**3**	**10,6**	**8**	**3**

b.

x	0	2,5	5	8,5	12
Sens de variation de g	3 ↗	6 ↘	3 ↗	11 ↘	3

c. Le minimum de g sur [0 ; 12] est 3.
d. Le maximum de g sur [0 ; 5] est 6 ; il est de 11 sur [0 ; 12].

Problème 4

Partie A

1. L'alpiniste est à 70 % de sa capacité à 5 000 m.
2. Les performances de l'alpiniste diminuent quand l'altitude augmente.
3. L'affirmation exacte est **b.**

Partie B

1. **a**. L'image de 3 par f est 87.
b. Un antécédent de 80 est 4.
c. 10 n'a pas d'antécédent par f.
2. Tableau de variation de la fonction f :

x	0	8
Sens de variation de f	100 ↘	30

Démarche d'investigation

Problème 5

Le graphique exact est le graphique D.
Les graphiques A et C sont à exclure car il n'y a pas de temps d'arrêt.
Le graphique C représente la distance parcourue, et non la distance du point de départ, en fonction du temps.

Je teste mes connaissances

Page 62

1. B
2. B et C
3. A
4. C
5. B et C
6. C
7. A
8. C
9. A et C
10. C

Figures planes 6

Activités

Page 63

– Le triangle *MAN* est équilatéral car $MA = AN$ et $\widehat{MAN} = 60°$.

– Le quadrilatère *AMBN* est un losange car les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

– Construire, sur les côtés extérieurs de l'hexagone, des carrés.

Construire des losanges entre deux carrés successifs.

Construire un triangle équilatéral sur le côté libre de chaque carré.

Tracer le cercle de centre *O* passant par le sommet le plus éloigné d'un des triangles équilatéraux.

Tracer un cercle de centre *O* et dont le rayon est supérieur de quelques millimètres au rayon précédent.

Pages 64 et 65

Est-ce que je sais ?

1. a. $(MN) // (BC)$ ou (CH) ou (BH).

b. $(AH) \perp (MN)$ ou (BC).

c. (AB) et (AC).

2. a. De $[AB]$ et $[DC]$.

b. $[AD]$ et $[BC]$ ont la même médiatrice (d').

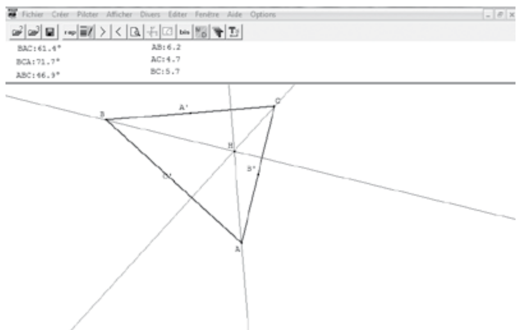
c. Oui, car *ABCD* est un carré. Donc $(BD) \perp (AC)$ et (BD) coupe (AC) en son milieu.

d. Des angles droits du carré.

Activité 1

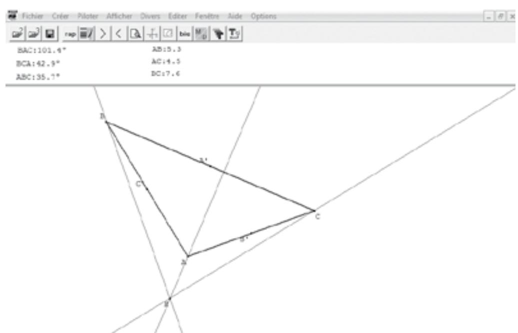
1. a. La hauteur d'un triangle est la droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé.

b.

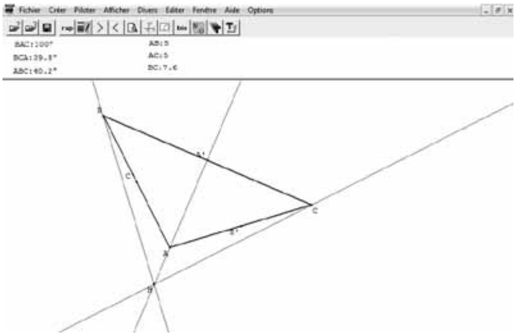


c. Elles se coupent toujours au même point *H*.

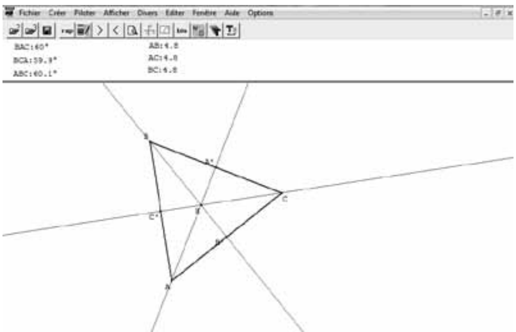
d. On constate qu'un des angles est obtus.



e. Le triangle *ABC* est isocèle.

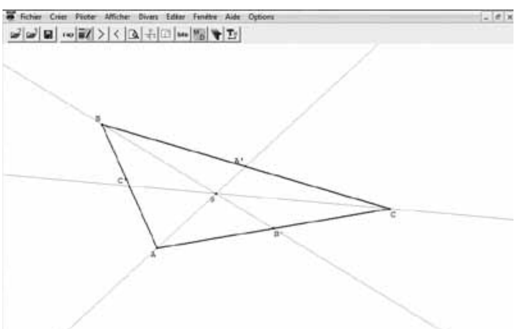


f. Le triangle *ABC* est équilatéral.



2. a. La médiane d'un triangle est la droite passant par un sommet et par le milieu du côté opposé.

b.

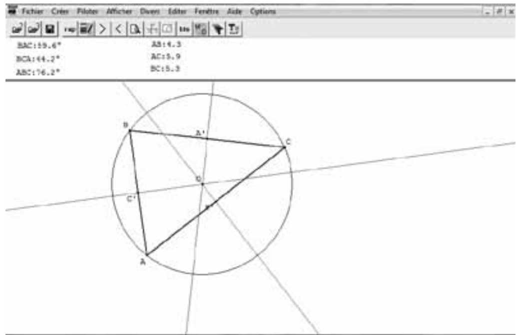


c. Les médianes se coupent toujours au même point *G*.

d. Ce n'est pas possible, *G* reste toujours à l'intérieur du triangle.

3. a. Dans un triangle, la médiatrice est la droite perpendiculaire à un côté en son milieu.

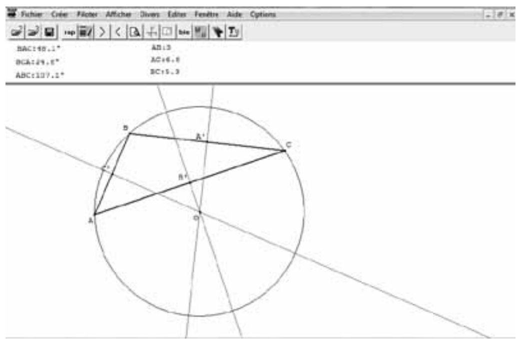
b.



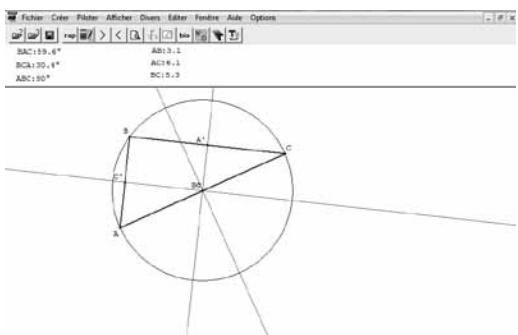
c. Les trois médiatrices se coupent toujours au même point *O*.

Le cercle passe également par les sommets *B* et *C* du triangle.

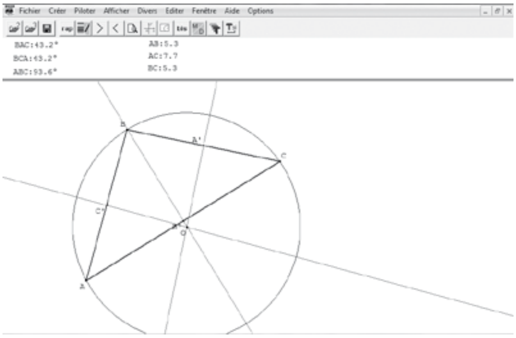
d. Un des angles est obtus.



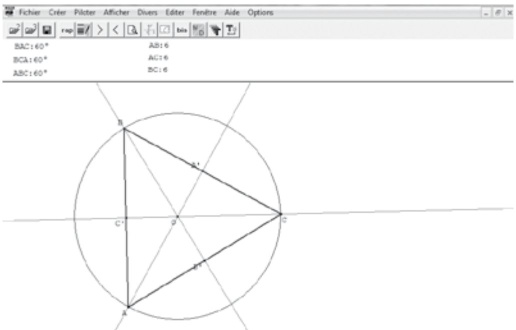
e. *O* se situe au milieu de [*AC*], hypoténuse du triangle *ABC*.



f. Le triangle *ABC* est isocèle.

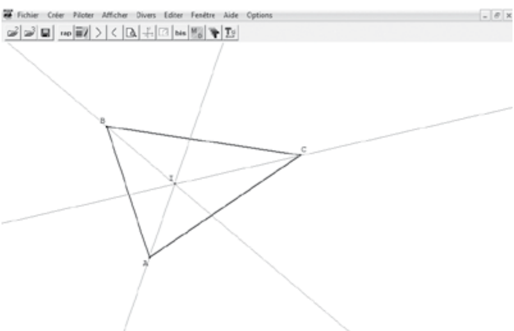


g. Le triangle *ABC* est équilatéral.



4. a. La bissectrice d'un angle est la demi-droite passant par le sommet de l'angle et qui le partage en deux angles égaux.

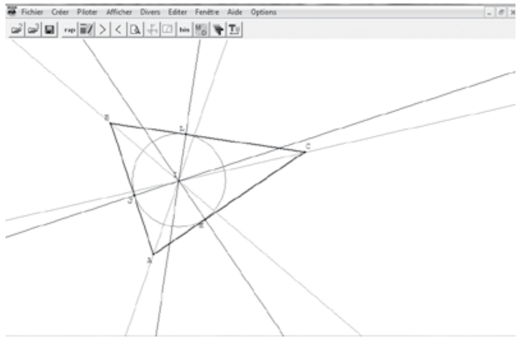
b.



c. Les trois bissectrices se coupent toujours au même point *I.*

d. Ce n'est pas possible, *I* reste toujours à l'intérieur du triangle.

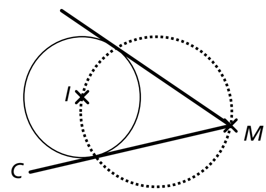
e. On constate que le cercle passe également par les deux autres points et est tangent aux trois côtés du triangle *ABC*.



Activité 2

1. Il s'agit du cercle circonscrit au triangle *OAT*.
Il passe également par *T*.

2. Il y a deux réponses possibles : chacune des intersections du cercle de diamètre [*IM*] avec le cercle *C*.



J'utilise un logiciel

Page 69

Voir fichiers **06_propriete_mediane_corrige.g2w** et **06_application_mediane_corrige.g2w**.

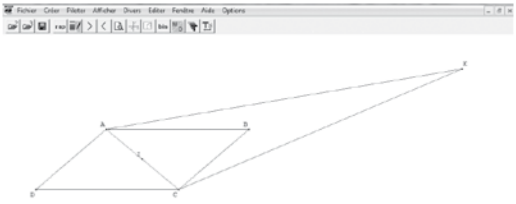
1. • kA = $\dfrac{AG}{AA'}$ = 0,67.

• kB = 0,67 et kC = 0,67.

• Les rapports kA, kB et kC sont égaux.

• Les rapports kA, kB et kC ne varient pas. Ils valent 0,67.

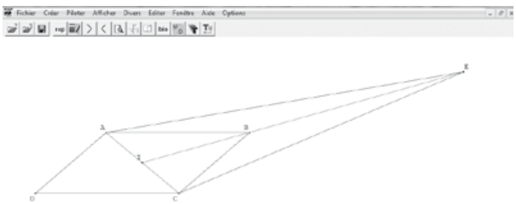
2.



Le point B est le centre de gravité du triangle ACE.

On a $BD = BE$ par construction. $IB = \frac{1}{2}\ BD$.

Donc $EB = \frac{2}{3}\ EI$.

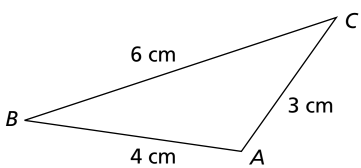


Exercices et problèmes

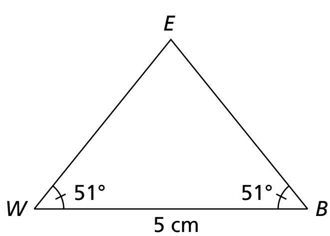
Pages 70 à 73

Exercices

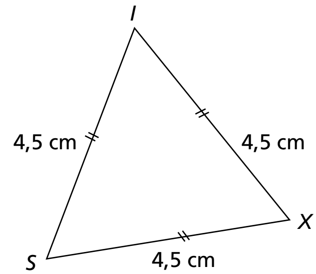
1. a.



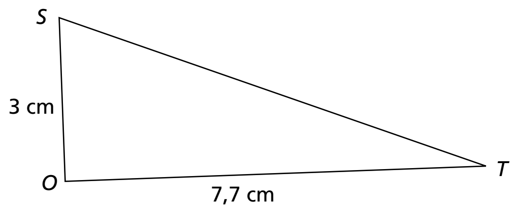
b.



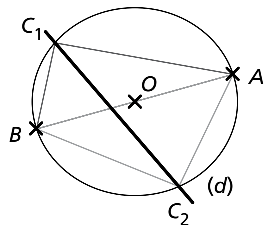
c.



d.

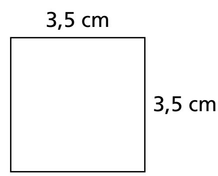


2. Les triangles ABC_1 et ABC_2 sont des triangles rectangles en C_1 et en C_2.

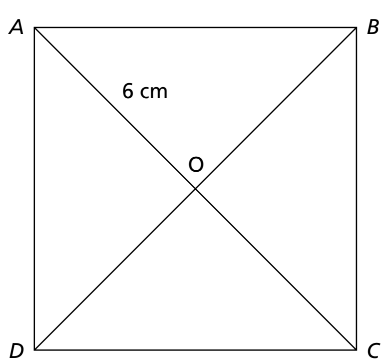


3. Figures faites à l'échelle ½.

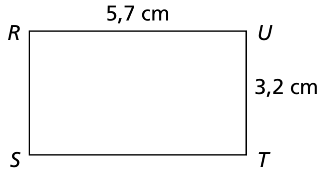
a.



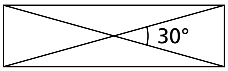
b.



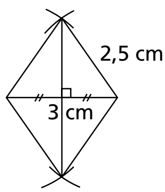
c.



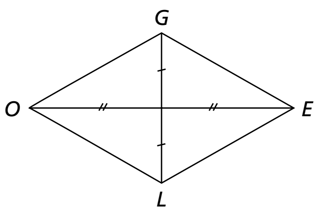
d.



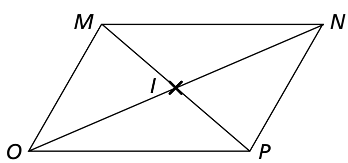
e.



f.

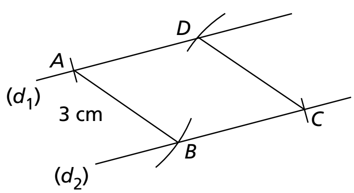


4.

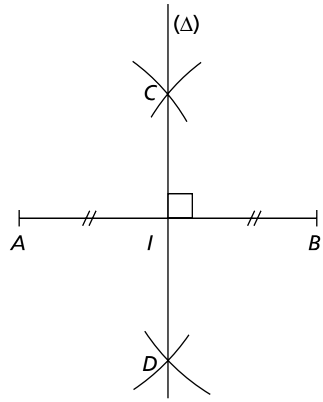


a. *MNPQ* est un parallélogramme.
b. *MN* = *PQ* et *MQ* = *NP*.

5.

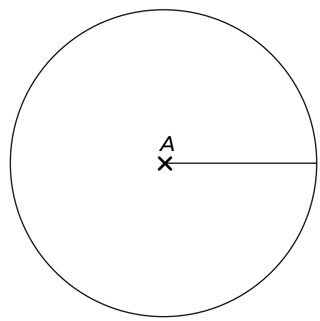


6.
a. Sa médiatrice.
b. *ACBD* est un losange.
c. *CD* = *AB*.

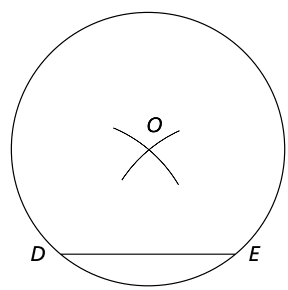


7. Figures à l'échelle ½.

a.

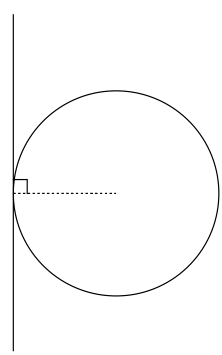


b.

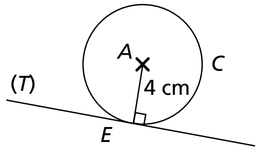


c. Ce n'est pas possible car $r < ½FG$.

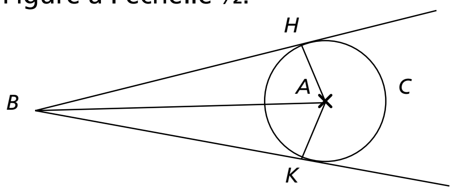
d.



8.

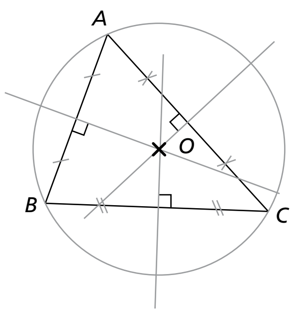


9. Figure à l'échelle ½.

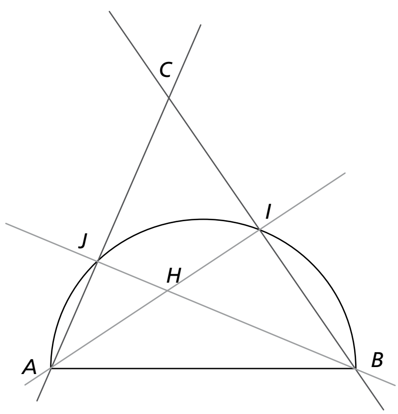


10.

Il s'agit du cercle circonscrit au triangle *ABC*.



11.



a. Les droites (*AC*) et (*BJ*) sont perpendiculaires. Le point *J* est sur le demi-cercle de diamètre [*AB*], donc le triangle *AJB* est un triangle rectangle en *J* : l'angle $\widehat{AJB} = 90°$. Donc $(AJ) \perp (BJ)$. *J* est sur la droite (*AC*) par construction, donc $(AC) \perp (BJ)$.

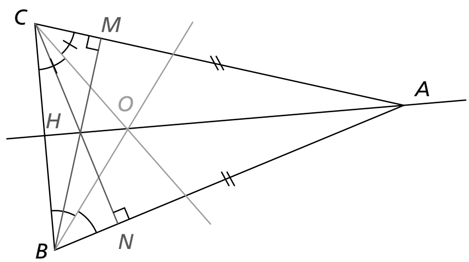
b. Raisonnement identique à **a.**

Les droites (*BC*) et (*BI*) sont perpendiculaires. Le point *I* est sur le demi-cercle de diamètre [*AB*], donc le triangle *AIB* est un triangle rectangle en *I* : l'angle $\widehat{AIB} = 90°$. Donc $(AI) \perp (BI)$. *I* est sur la droite (*BC*) par construction, donc $(BC) \perp (AI)$.

c. *H* est l'orthocentre du triangle *ABC*, puisque c'est le point d'intersection de deux hauteurs.

d. (*CH*) est la troisième hauteur du triangle *ABC*. Donc les droites (*CH*) et (*AB*) sont perpendiculaires.

12. a. et **c.**



b. Le triangle *OBC* est un triangle isocèle.

On a $\widehat{B} = \widehat{C}$ et $\widehat{OCB} = \dfrac{1}{2}\ \widehat{C}$ et $\widehat{OBC} = \dfrac{1}{2}\ \widehat{B}$. Donc $\widehat{OCB} = \widehat{OBC}$.

d. La droite (*AH*) est la médiatrice du segment [*BC*].

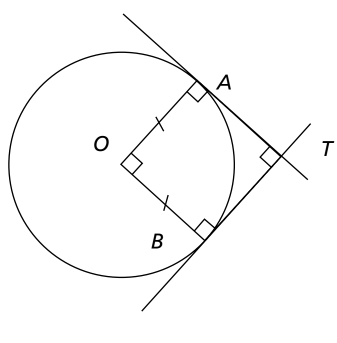
C'est également la hauteur du triangle issue de *A*.

e. On a $\widehat{BCH} = 180° - \widehat{N} - \widehat{B} = 180° - 90° - \widehat{B} = 90° - \widehat{B}$.

On a $\widehat{CBH} = 180° - \widehat{M} - \widehat{C} = 180° - 90° - \widehat{C} = 90° - \widehat{C}$.

Or les angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ sont égaux. Donc $\widehat{BCH} = \widehat{CBH}$. Le triangle *BHC* est donc bien isocèle.

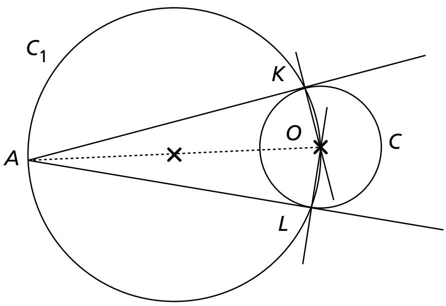
13. a. et **b.** Figure à l'échelle ½.



c. *ATBO* est un carré.
$\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{O} = 90°$. Donc, $\widehat{T} = 90°$.
ATBO est un quadrilatère qui a 4 angles droits.
De plus $OA = OB$. Donc *ATBO* est un carré.

14.

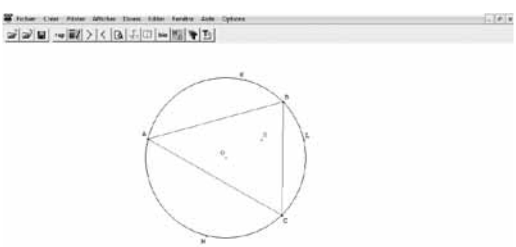
a.



b. *AOK* est un triangle rectangle en *K*, car il est inscrit dans un cercle dont le diamètre [*OA*] est l'hypoténuse. Donc $(OK) \perp (AK)$.
c. *AOL* est un triangle rectangle en *L*, car il est inscrit dans un cercle dont le diamètre [*OA*] est l'hypoténuse. Donc $(OL) \perp (AL)$.
d. La droite (*AK*) et le rayon [*OK*] sont perpendiculaires d'après **b.**, et (*AK*) n'a qu'un seul point commun *K* avec le cercle *C*. Donc (*AK*) est tangente à *C*.
La droite (*AL*) et le rayon [*OL*] sont perpendiculaires d'après **c.**, et (*AL*) n'a qu'un seul point commun *L* avec le cercle *C*. Donc (*AL*) est tangente à *C*.

15. Voir fichier **06_exo15_corrige.g2w**.

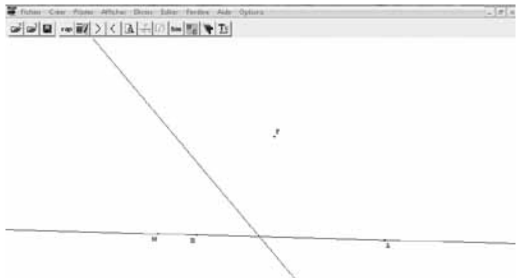
a.



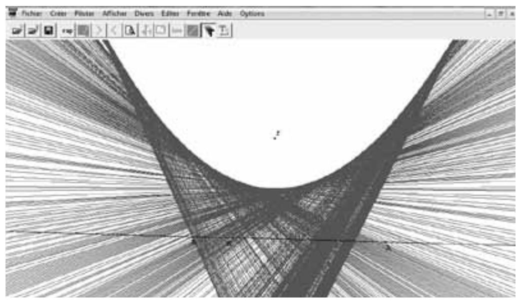
b. Les points *K*, *L* et *M* sont aussi sur le cercle circonscrit au triangle *ABC*.

16. Voir fichier **06_exo16_corrige.g2w**.

a.



b.



Problèmes

Problème 1

Il faut prévoir une surface rectangulaire de 10 cm sur 15 cm pour réaliser dans de bonnes conditions la construction.

Problème 2

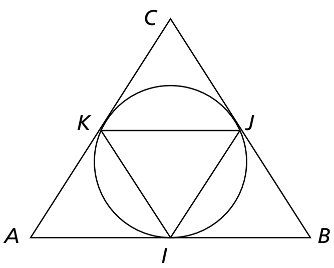
Tracer un triangle équilatéral, puis son cercle circonscrit.
Tracer un carré ayant pour côté le diamètre du cercle circonscrit.
Puis tracer le cercle circonscrit au carré.

Problème 3

Il faut commencer par construire un carré dont les diagonales mesurent 10 cm.
Puis il faut suivre les indications de la figure.

Problème 4

1. a. Construction du triangle :



b. *IJK* est un triangle équilatéral.

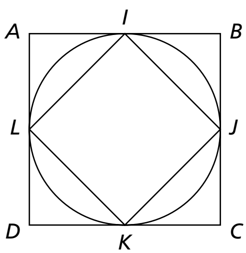
c. Les droites (*IC*), (*KB*) et (*AJ*) sont respectivement les médiatrices des côtés [*KJ*], [*IJ*] et [*IK*]. Donc Il existe un cercle circonscrit passant par *I*, *J* et *K*.

De plus, les droites (*IC*), (*KB*) et (*AJ*) sont les médiatrices des côtés du triangle *ABC*. Donc $(IC) \perp (AB)$, $(KB) \perp (AC)$ et $(AJ) \perp (BC)$.

Donc les côtés du triangle *ABC* sont tangents au cercle circonscrit du triangle *IJK*.

d. Il s'agit du cercle inscrit au triangle *ABC*.

2. a. Construction du carré :



b. *IJKL* est un carré.

c. Il existe un cercle circonscrit au carré *IJKL* car tous les sommets sont à égale distance du centre du carré.

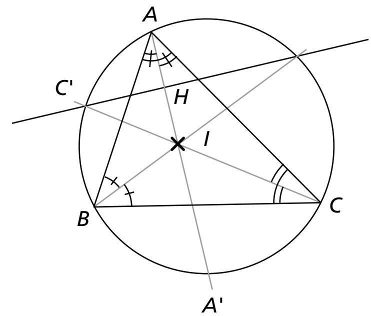
$(IK) \perp (AB)$. Donc (*AB*) n'a qu'un seul point commun *I* avec le cercle. Donc (*AB*) est tangente en *I* au cercle circonscrit à *IJKL*.

De même, on montre que *J*, *K* et *L* sont sur un cercle tangent aux côtés *BC*, *CD* et *AD* du carré *ABCD*.

d. Il s'agit du cercle inscrit au carré *ABCD*.

Problème 5

1.



2. a. $\widehat{B'C'A'} = a + b$.

$\widehat{B'C'A'}$ intercepte le même arc $\overset{\frown}{A'B'}$ que $\widehat{BAA'}$ donc sont égaux.

$\widehat{BAA'} = \widehat{AA'C} + \widehat{CAB'} = \widehat{AA'C} + \widehat{B'BC}$ car $\widehat{CAB'}$ et $\widehat{B'BC}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{B'C}$.

$\widehat{AA'C} = c$.

Car $\widehat{AA'C'}$ intercepte le même arc $\overset{\frown}{AC'}$ que $\widehat{ACC'}$.

b. $a + b + c = \dfrac{1}{2}(\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}) = 90°$.

c. $\widehat{B'C'A'} + \widehat{AA'C'} = \widehat{HC'A'} + \widehat{AA'C'} = a + b + c = 90°$.

D'où $\widehat{C'HA'} = 90°$. Donc le triangle *C'HA'* est un triangle rectangle en *H*.

d. $(AA') \perp (B'C')$.

3. $(BB') \perp (A'C')$ et $(CC') \perp (A'B')$.

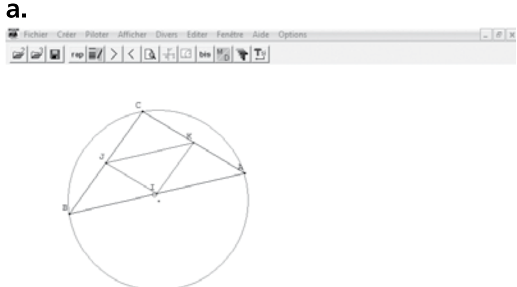
4.a. Les droites (*AA'*), (*BB'*) et (*CC'*) sont les hauteurs du triangle *A'B'C'*, car elles passent par les sommets et sont perpendiculaires aux côtés opposés.

b. On en déduit que *I* est l'orthocentre du triangle *A'B'C'*.

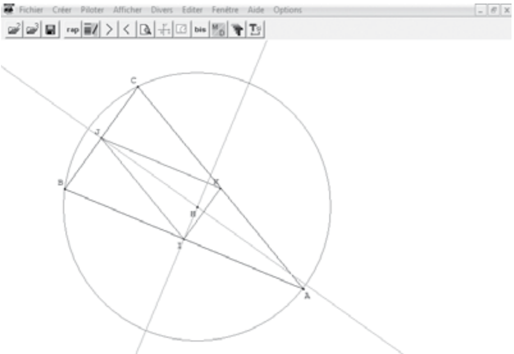
Problème 6

Voir fichier **06_pb6_corrige.g2w**.

a.



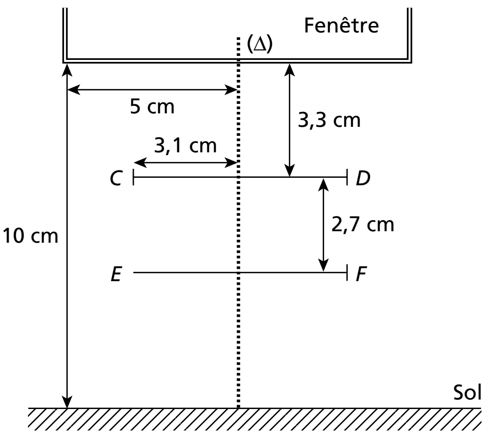
b.



Le point O est l'orthocentre du triangle IJK.
Chaque hauteur de IJK est confondue avec chaque médiatrice du triangle ABC.

Problème 7

1.

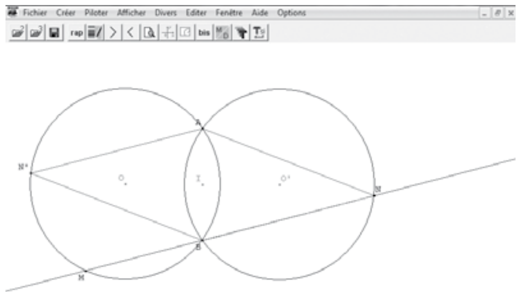


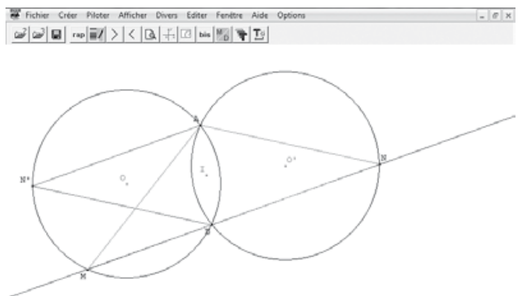
2. a. L'escalier possède 11 marches pour 2,2 m de dénivelé.
$2,2 \div 11 = 0,2$. Donc chaque marche a une hauteur de 0,2 m ou 20 cm.
b. Échelle 1/20 et un dénivelé de 2,20 m $2,2 \times \dfrac{1}{20} = 0,11$.
On trace (d_2) à une distance de 11 cm de (d_1).
Chaque « horizontale » est séparée d'une hauteur de marche, c'est-à-dire de 20 cm. Sur le schéma avec l'échelle donnée, elles sont séparées de 1 cm ($20 \times \dfrac{1}{20} = 1$).

Chaque « verticale » est séparée d'une largeur de marche, c'est-à-dire de 23 cm. Sur le schéma avec l'échelle donnée, elles sont séparées de 1,15 cm ($23 \times \dfrac{1}{20} = 1,15$).
On retrouve le schéma de l'exercice.

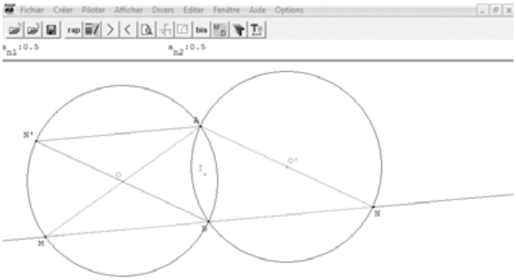
Problème 8

Voir fichier **06_pb8_corrige.g2w**.
1. a.



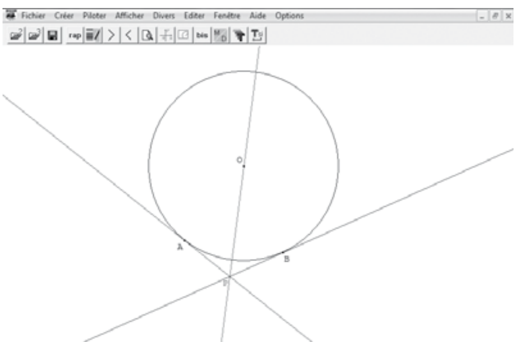


b. Le quadrilatère $ANBN'$ est un parallélogramme.
c. Le triangle ANM est un triangle isocèle.
2. a. N' est le symétrique de N par symétrie de centre I. Donc I est le milieu de $[NN']$.
Or, I est aussi le milieu de $[AB]$ par construction. (I milieu de $[OO']$ avec $OAO'B$ un losange).
Un quadrilatère dont ses diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.



b. $\widehat{BMA} = \widehat{BN'A}$ car ils interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$.
c. D'après **2.a.** *ANBN'* est un parallélogramme. Donc $\widehat{ANB} = \widehat{AN'B}$.
On en déduit d'après **2.b.** que $\widehat{BMA} = \widehat{ANB}$.
Un triangle qui possède deux angles égaux est un triangle isocèle.

Problème 9



a. $OA = OB$, puisque *A* et *B* sont deux points du cercle de centre *O*.
Les longueurs *OA* et *OP* du triangle *OAP* sont identiques aux longueurs *OB* et *OP* du triangle *OBP*.
OAP et *OBP* sont deux triangles rectangles par définition de la tangente.
On en déduit que les triangles *OAP* et *OBP* sont identiques. Donc $PA = PB$.
b. Les triangles *OAP* et *OBP* sont identiques. Donc $\widehat{AOP} = \widehat{POB}$. (*OP*) est par définition la bissectrice de $\widehat{AOB}$. Même raisonnement avec $\widehat{APO} = \widehat{BPO}$; donc (*OP*) bissectrice de $\widehat{APB}$.
c. *O* est équidistant de *A* et *B* par construction. D'après **a.**, $PA = PB$; donc *P* est aussi équidistant de *A* et *B*.
Donc *O* et *P* appartiennent à la médiatrice de [*AB*].

Problème 10

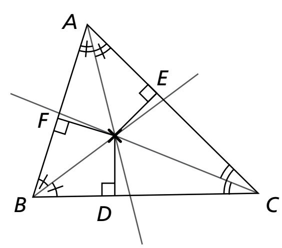
a. *I* est le point d'intersection des bissectrices de *ABC*. Donc (*AI*) est la bissectrice de $\widehat{A}$.
Or dans un triangle isocèle, la bissectrice de l'angle principal est aussi la hauteur issue du sommet principal.
Donc *I* est sur (*AH*).
b. *I* est le point d'intersection des bissectrices. Donc c'est le centre du cercle inscrit au triangle *ABC*.
Or, d'après **a.** (*IH*) est perpendiculaire à (*BC*). Donc *IH* est le rayon du cercle inscrit.

Problème 11

D'après le théorème des milieux, (*B'C'*) // (*BC*).
Donc la hauteur (*AI*) issue de *A* est aussi la hauteur de (*BC*).
Par un même raisonnement, (*BJ*) est aussi la hauteur de (*AC*) et (*CK*) est aussi la hauteur de (*AB*).
(*AI*), (*BJ*) et (*CK*) sont les hauteurs du triangle *ABC*, donc elles sont concourantes.

Problème 12

a.



b. $IE = IF$, puisque *E* et *F* sont deux points du cercle inscrit de centre *I.* (Intersection des bissectrices).
Les longueurs *IA* et *IF* du triangle *FIA* sont identiques aux longueurs *IA* et *IE* du triangle *IEP*.

FIA et *IEP* sont deux triangles rectangles par construction.
On en déduit que les triangles *FIA* et *IEP* sont identiques. Donc $AE = AF$.
Par un raisonnement similaire on montre que $CE = CD$ et $BF = BD$.

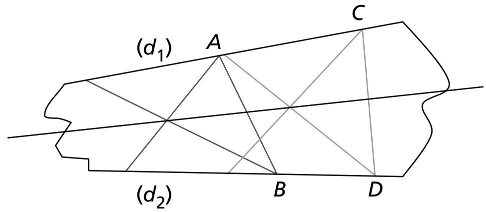
Problème 13

a. $IP = IQ$, puisque *P* et *Q* sont deux points du cercle inscrit du quadrilatère *ABCD* de centre *I*.
Les longueurs *IP* et *IB* du triangle *PIB* sont identiques aux longueurs *IQ* et *IB* du triangle *IQB*.
PIB et *IQB* sont deux triangles rectangles par construction.
On en déduit que les triangles *PIB* et *IQB* sont identiques. Donc $PB = QB$.
b. De même, on obtient les égalités :
$AP = AS$; $DS = DR$; $CR = CQ$.
$AB + CD = AP + PB + CR + DR$.
$AB + CD = AS + QB + CQ + DS$.
Or $AS + DS = AD$ et $CQ + QB = BC$.
Donc $AB + CD = AD + BC$.

Démarche d'investigation

Problème 14

Méthode utilisant les bissectrices :



On utilise la propriété du point de concours des bissectrices d'un triangle.
Placer un point *A* sur (d_1) puis un point *B* sur (d_2).
Construire les bissectrices des angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$.
Recommencer avec un point *C* sur (d_1), puis un point *D* sur (d_2).

Je teste mes connaissances

Page 74

1. A	6. A
2. A	7. B
3. B	8. B
4. C	9. B
5. B	10. C

Fonction affine (7)

Activités

Page 75

– La pression atmosphérique n'est pas proportionnelle à l'altitude : l'expression n'est pas de la forme : constante $\times$ *h*.

– La fonction *f* est affine mais n'est pas linéaire.

– Lorsque l'altitude augmente, la pression atmosphérique diminue.

Pages 76 à 78

Est-ce que je sais ?

1. **a.** L'image de 1 par *f* est 0,65 ; $f(0) = 2$.

b. Les antécédents de 1 par *f* sont 0,8 ; 1,9 ; 4.

c. La fonction *f* est décroissante sur l'intervalle [0 ; 1].

d. La fonction *f* est croissante sur l'intervalle [2 ; 2,5].

2. **a.** Prix après augmentation = 1,12*x*.

b. Prix après réduction = 0,88*x*.

Activité 1

1. **a.** • La commission pour un chiffre d'affaires de 12 000 € est 1 800 €. Elle est de 3 600 € pour un chiffre d'affaires de 24 000 €.

• Commission = chiffre d'affaires $\times$ 0,15.

• La commission est proportionnelle au chiffre d'affaires.

• Commission = 0,15*x*.

b. • $f(15\,000) = 2\,250$.

• Le nombre *x* tel que $f(x) = 15\,000$ est 100 000.

2. **a.** • Le salaire mensuel pour un chiffre d'affaires de 12 000 € est 2 700 €. Il est de 4 500 € pour un chiffre d'affaires de 24 000 €.

• Le salaire mensuel n'est pas proportionnel au chiffre d'affaires.

• Salaire = 0,15*x* + 900.

b. • $g(15\,000) = 3\,150$.

• Le nombre *x* tel que $g(x) = 15\,000$ est 94 000.

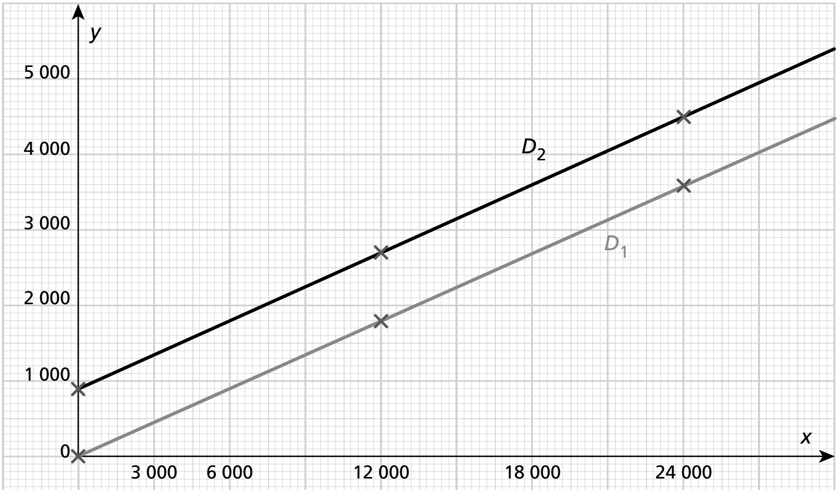
Activité 2

1. **a.** La droite D_1 passe par l'origine.

b. Voir graphique page suivante.

2. **a.** Les points de D_2 sont obtenus en déplaçant verticalement les points de D_1 de 900 unités vers le haut.

b. Voir graphique page suivante.



Activité 3

1.

Fonction	*a*	*b*	Sens de variation
f	– 0,2	0	décroissante
g	1	0,5	croissante
h	3	– 1	croissante
i	– 1	1	décroissante

2. La fonction affine est croissante lorsque *a* est positif ; elle est décroissante lorsque *a* est négatif.

Activité 4

Voir le fichier **07_activite4_video** sur le CD-Rom élève. Cette vidéo montre la variation du coefficient directeur d'une droite lorsqu'on change son inclinaison.

1. **a.** Le coefficient directeur de *D* est 0,5. Il est matérialisé par un triangle rectangle de côté horizontal 1 et de hauteur 0,5, c'est-à-dire *a*.

b. → $C(0\ ;\ 2)$; $E(2\ ;\ 3)$;

$$\frac{y_E - y_C}{x_E - x_C} = \frac{3-2}{2-0} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

→ On constate que $a = \dfrac{y_E - y_C}{x_E - x_C}$.

→ Pour $E(1\ ;\ 5)$, on note $a = 3$

$$\frac{y_E - y_C}{x_E - x_C} = \frac{5-2}{1-0} = 3.$$ On constate que :

$a = \dfrac{y_E - y_C}{x_E - x_C}$.

c. → La droite *D* « monte » (si on se déplace de gauche à droite) quand *a* est positif.

→ Elle « descend » quand *a* est négatif.

→ Elle est horizontale quand *a* est nul.

2. → Ordonnée à l'origine de la droite *D* : 2.

→ Ordonnée à l'origine de la droite *D* = ordonnée du point *C*.

→ L'ordonnée à l'origine *b* d'une droite d'équation $y = ax + b$ est l'ordonnée du point d'intersection de *D* avec l'axe des ordonnées.

Exercices et problèmes

Pages 82 à 85

Exercices

Calculer une image ou un antécédent

1. **a.** L'image de – 7 par *g* est – 10,5.

L'image de $\dfrac{3}{5}$ par *g* est 0,9.

b. L'antécédent de 150 est 100.

2. $g(-6) = 3$; $g(0) = -1$; $g(3) = -3$;

$g\left(\dfrac{3}{4}\right) = -1{,}5$

3. **a.** L'image de 10 est 6 ; l'image de – 1 est – 2,8.

b. $f(1{,}5) = -0{,}8$; $f\left(\dfrac{7}{4}\right) = -0{,}6$

c. L'antécédent de 14 est 20 ; l'antécédent de – 4,4 est – 3.

4. **a.** L'image de 2 est – 13 ; l'image de $-\dfrac{1}{3}$ est – 6.

b. Le nombre qui a pour image 2 est – 3.

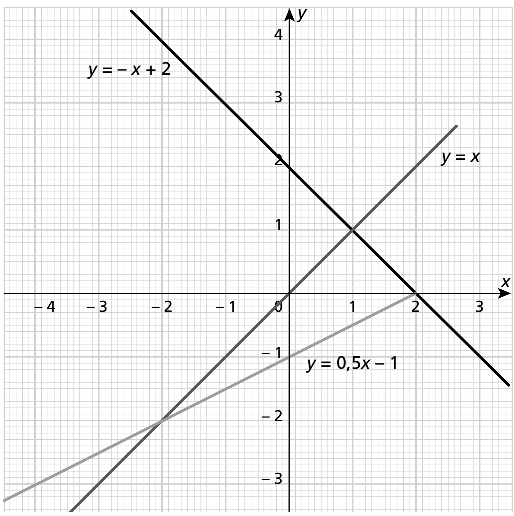
c. L'antécédent de 0 est $-\dfrac{7}{3}$.

5.

x	– 2	5	**– 5**	**– 25**	**25**
$i(x)$	**2,3**	**3**	2	0	5

Représenter graphiquement

6. **a. b. c**.



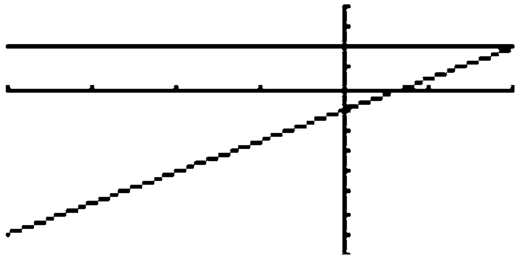
7. $f \to D_2$; $g \to D_1$; $h \to D_4$; $j \to D_3$

8. **a.**

x	– 2	– 1	0	1	2	3
$f(x)$	– 8	– 5	– 2	1	4	7

x	– 2	– 1	0	1	2	3
$g(x)$	4	4	4	4	4	4

b. L'axe des abscisses est gradué toutes les unités, celui des ordonnées toutes les 2 unités.



Reconnaître une fonction affine

9. g, h et j sont des fonctions affines.

Modéliser une situation par une fonction affine

10. $c(x) = 3{,}2x + 50$

11. $r(x) = -0{,}054x + 40$

12. $n(x) = 0{,}8x$

Donner le sens de variation

13. **a. b**.

Fonction	a	b	Sens de variation
f	4	– 1	croissante
g	– 1	5	décroissante
h	3	0	croissante
i	0	7	constante
j	1	0,1	croissante

Déterminer l'expression algébrique

14. **a.** $g(x) = 4{,}5x$

b. $h(x) = -\dfrac{1}{4}x$

15. **a.** L'image de 2 est 1 ; l'image de – 1 est – 0,5.

b. L'antécédent de – 1 est – 2.

c. $f(x) = 0{,}5x$

16. **a.** $f(x) = 2x + 1$

b. $g(x) = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{4}$

c. $h(x) = -x + 4$

17. $f \to D_3$; $g \to D_1$; $h \to D_4$; $j \to D_2$

18. a. $f(1) = 3$; $f(-1) = -1$

b. $f(x) = 2x + 1$

c. $g(x) = -x + 3$

Déterminer si un point appartient à une droite

19. Les points A et E appartiennent à la représentation graphique de f.

Problèmes

Problème 1

1. a. L'aire du terrain de monsieur Gilbert est 2 800 m^2.

b. L'aire du lot 1 est 1 600 m^2 ; celle du lot 2 est 1 200 m^2.

c. Aire du lot 1 = $40x$;
aire du lot 2 = $2\,800 - 40x$.

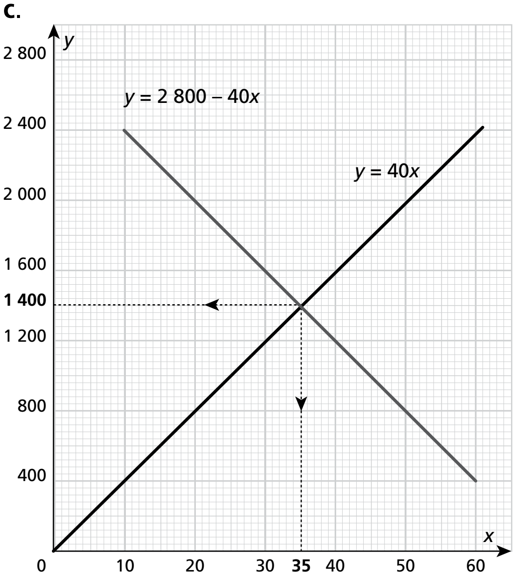
d. Les deux lots ont la même aire pour $x = 35$.

2. a. f est une fonction linéaire (donc affine) ; g est une fonction affine.

b.

x	0	40	60
$f(x)$	**0**	**1 600**	**2 400**
g(x)	**2 800**	**1 200**	**400**

c.



d. Les deux segments se coupent au point d'abscisse 35 et d'ordonnée 1 400.
L'aire des lots 1 et 2 est 1 400 m^2 si $x = 35$ m.

Problème 2

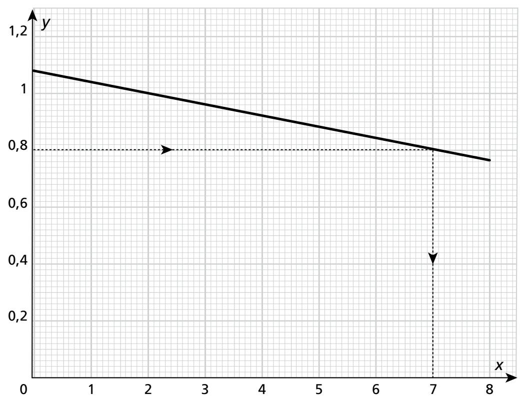
a. La pression d'azote dans le sang au bout de 45 minutes est 1,05 bar.

b.

Temps de décompression en heures	1	2	4
Pression d'azote en bars	**1,04**	**1**	**0,92**

c. $f(x) = 1{,}08 - 0{,}04x$

d.



e. Le plongeur doit attendre 7 heures.

Problème 3

1. a. La piscine a la forme d'un parallélépipède rectangle.

b. Volume de la piscine : 375 m^3.

2. a. $V(x) = 250(1{,}5 - 0{,}01x)$

b. $V(x) = -2{,}5x + 375$.
L'expression algébrique de la fonction V est de la forme $ax + b$ avec $a = -2{,}5$ et $b = 375$. Donc V est une fonction affine.

c. Au bout de 5 jours, il reste 362,5 m^3 dans la piscine.

d. La piscine est à moitié remplie au bout de 75 jours.

Problème 4

1. a. L'intérêt du placement à la banque A est 600 €. Celui à la banque B est 750 €.

b. Au bout d'un an, Patrick dispose au total de 31 350 €.

2. Tous les résultats sont en euros.

a. Le capital placé à la banque B est $(30\,000 - x)$.

b. L'intérêt du placement à la banque A est $0{,}04x$.

c. L'intérêt du placement à la banque B est $(1\,500 - 0{,}05x)$.

d. À la banque A, Patrick dispose de $1{,}04x$. À la banque B, Patrick dispose de $(31\,500 - 1{,}05x)$.

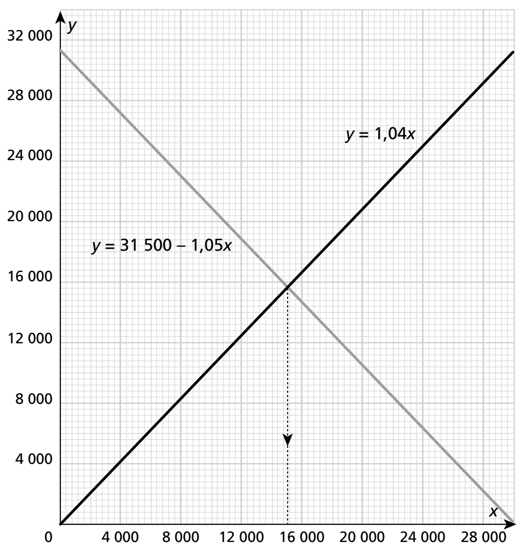
3. **a.** Les deux fonctions sont affines ; de plus, f est linéaire.

b. Voir graphique ci-contre.

4. **a.** L'équation $f(x) = g(x)$ a pour solution 15 071,77 (valeur arrondie au centième)

b. Les sommes disponibles dans les deux banques au bout d'un an sont égales lorsqu'on place 15 071,77 € à la banque A.

c. L'abscisse du point d'intersection des deux segments est environ 15 000.



Démarche d'investigation

Problème 5

Il est plus économique d'acheter par Internet à partir de 4 cartouches.

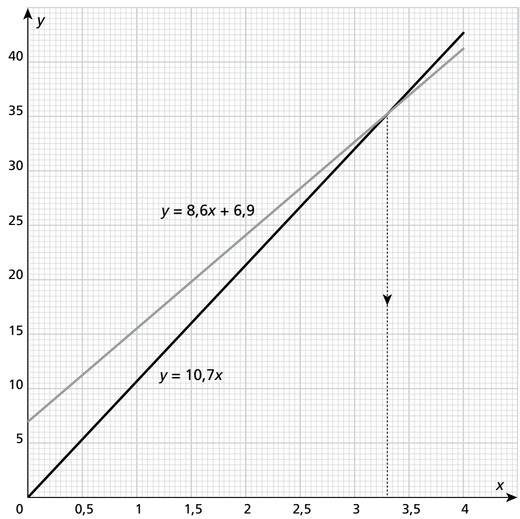
– On peut résoudre le problème algébriquement.

Si x est le nombre de cartouches achetées, on résout l'inéquation $10{,}7x > 8{,}6x + 6{,}9$.

On obtient $x > \dfrac{23}{7}$.

– Comme x est un nombre entier, on peut résoudre le problème avec un tableur.

– On peut aussi résoudre le problème graphiquement.



Problème 6

1. a.

Lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f(x) = 3x + 4$	4	7	10	13	16	19	22	25	2	5	8	11	14
Code	E	H	K	N	Q	T	W	Z	C	F	I	L	O

Lettre	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
x	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$f(x) = 3x + 4$	17	20	23	0	3	6	9	12	15	18	21	24	1
Code	R	U	X	A	D	G	J	M	P	S	V	Y	B

b. Le mot VACANCES se code PEKERKQG.
c. Si on décode CL ECOQ LE OQD, on obtient : IL AIME LA MER.
2. a. La fonction affine f qui permet le décodage est telle que $f(x) = 5x + 1$.
b. Le décodage donne : QUE FAIS-TU CE SOIR.

Je teste mes connaissances

Page 86

1. B
2. A
3. B
4. C
5. A
6. C
7. B
8. A
9. A et C
10. B

Indicateurs statistiques

8

Activités

Page 87

– Puisque la médiane, qui vaut 1 655, est inférieure à la moyenne, qui vaut 2 069, la moitié des salariés à plein temps gagnent moins que la moyenne.

– La présence de très gros revenus « tire » la moyenne vers le haut.

– Médiane et moyenne ont chacun leur utilité, selon les besoins de la situation.

• La médiane est utile à un salarié souhaitant situer son salaire par rapport à la population (est-ce que je gagne plus ou moins que ce que gagne la moitié de la population ?).

• La moyenne est utile à un chef d'entreprise devant rétribuer ses salariés (en multipliant la moyenne par le nombre de salariés, on obtient le total des sommes versées).

Pages 88 et 89

Est-ce que je sais ?

1. a. La taille moyenne est 143,3 cm.

b. La taille moyenne d'une fratrie dans cette classe est environ 2,8 enfants par famille.

2. 25 % de 120 vaut 30 ; 50 % de 23 vaut 11,5 ; 75 % de 20 vaut 15.

Activité 1

Remarque : cette activité peut utilement préparer le chapitre 11 sur les fluctuations d'échantillonnage (en particulier dans les secteurs industriels).

1. Le calcul effectué pour la moyenne est la somme de toutes les cotes en mm, divisée par 40.

2. La moyenne est très proche de la cote attendue puisque la différence est 0,005 mm.

3. L'étendue des cotes est :

39,99 – 39,75 = 0,24 mm.

Remarque : on interprétera graphiquement que l'étendue correspond à l'écart vertical entre le point le plus haut du graphique, et le point le plus bas.

4. Il y a 10 ensembles pompe-poulie dont la cote est située en dehors de l'intervalle [39,85 ; 39,95], ce qui représente 25 % des 40 ensembles.

Remarque : on compte les points situés en dehors de la bande horizontale située entre 39,85 et 39,95.

Activité 2

Pour la correction de cette activité, on peut consulter le fichier **08_stats-ocde_corrige.xls** ou **08_stats-ocde_corrige.ods**.

1. Tri selon la pression fiscale croissante.

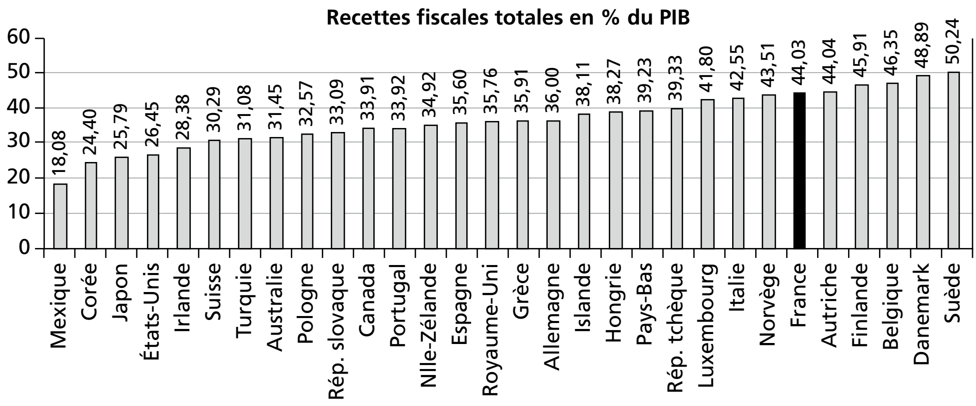
On obtient le graphique page suivante.

a. Me = 35,835 % du PIB (Royaume-Uni – Grèce).

b. Q_1 = 31,45 % du PIB (Australie).

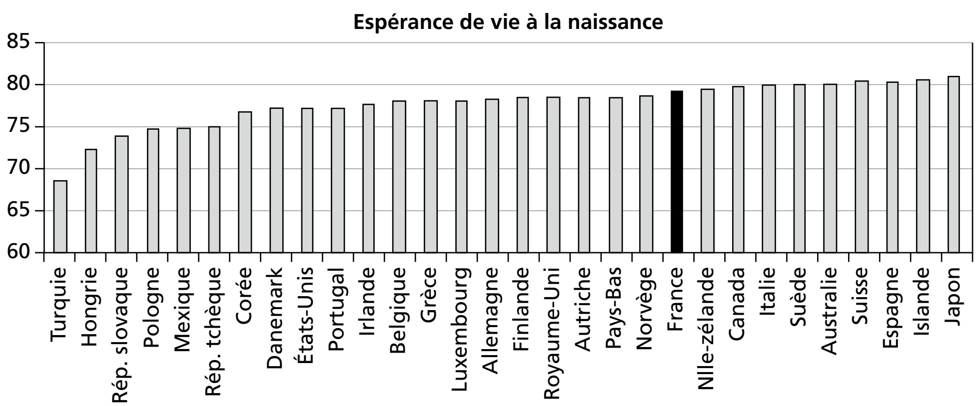
c. Q_3 = 42,55 % du PIB (Italie).

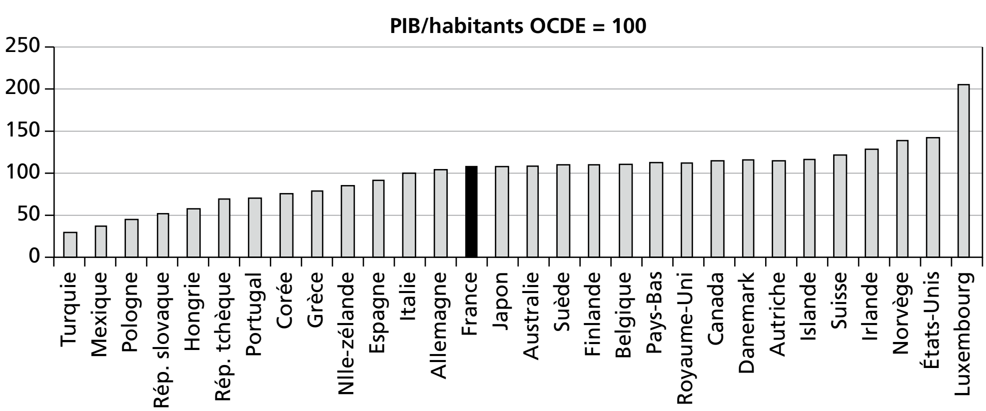
d. Pour la pression fiscale, la France se situe au-dessus du troisième quartile. Autrement dit, la France appartient au quart des pays de l'OCDE où la pression fiscale est la plus importante.



2. Tri selon l'espérance de vie.
On obtient le graphique suivant :
a. $Me = 78{,}45$ ans (Allemagne – Finlande).
b. $Q_1 = 77{,}2$ ans (Danemark).
c. $Q_3 = 79{,}7$ ans (Canada).
d. Pour l'espérance de vie, la France se situe entre la médiane et le troisième quartile.

3. Tri selon le PIB par habitant.
On obtient le graphique suivant :
a. $Me = 108{,}11$ (Japon – Australie).
b. $Q_1 = 75{,}48$ (Corée).
c. $Q_3 = 114{,}33$ (Danemark).
d. Pour le PIB par habitant, la France se situe entre le premier quartile et la médiane.





J'utilise un logiciel

Page 93

Voir le fichier **08_accidents-technos_corrige.xls** ou **08_accidents-technos_corrige.ods**.

a. Tableau complété :

Nombre de morts par accident	OCDE	non OCDE
Moyenne	17,34	72,17
Min	0	0
1^{er} quartile	0	3
Médiane	0	34
3^{e} quartile	7	60,0
Max	550	2 800

b. Pour les pays de l'OCDE, l'étendue est 550. Pour les pays non-OCDE, l'étendue est 2 800.
Le nombre de morts est beaucoup plus variable (dispersé) dans les pays n'appartenant pas à l'OCDE.
c. Dans la moitié des cas, les accidents technologiques dans les pays de l'OCDE ne font aucun mort.
d. L'affirmation est exacte. C'est une traduction, en français, de la comparaison des troisièmes quartiles.
e. Si l'on « efface » le contenu de la cellule D229 (accident de Bhopal), le tableau des indicateurs devient le suivant :

Nombre de morts par accident	OCDE	non-OCDE
Moyenne	17,34	51,11
Min	0	0
1^{er} quartile	0	1
Médiane	0	34
3^{e} quartile	7	55,0
Max	550	575

La moyenne est sensible aux valeurs extrêmes (et dans une moindre mesure ici les quartiles).

La médiane est peu sensible aux valeurs extrêmes.

Exercices et problèmes

Pages 94-97

Exercices

Déterminer ou utiliser une moyenne

1. 1. Les mesures peuvent être différentes en raison d'une erreur de mesure, d'un défaut de l'ohmmètre ou de son réglage, d'une résistance un peu différente…
2. On a $R_{moy} = 800\ \Omega$.
3. Le pourcentage des valeurs situées dans l'intervalle $[R_{moy} - 2\,;\ R_{moy} + 2] = [798\,;\ 802]$ est $\frac{13}{14} \times 100$ soit environ 93 %.

2. 1. L'étendue des mesures est :
$$e = 5{,}10 - 4{,}90 = 0{,}2 \text{ cm}.$$
La moyenne des mesures est :
$\bar{x} = 4{,}9962$ cm.
2. Il y a 6 tiges non acceptables sur 50.
Le pourcentage de tiges acceptables est donc $\frac{44 \times 100}{50} = 88\ \%$.

3. 1. En supposant que les effectifs de chaque classe sont affectés au centre de la classe, on a $\bar{x} \approx 7{,}9$ s.
2. a. Il y a 3 arrêts en dehors de l'intervalle [6 ; 10[. Le pourcentage des arrêts dont le temps est compris dans l'intervalle [6 ; 10[est donc : $\frac{45 \times 100}{48} = 93{,}75\ \%$.
b. Le pourcentage précédent étant inférieur à 95 %, les mécaniciens ne sont pas considérés comme efficaces.

4. 1. Le taux de mortalité moyen (annuel) en France est 8,62 morts pour 1 000 habitants.
2. Le taux de mortalité moyen (annuel) en Inde est 8,36 morts pour 1 000 habitants.
3. La proportion de 65 ans et plus est beaucoup plus importante en France qu'en Inde.

Calculer et interpréter la médiane

5. 1. La valeur médiane correspond à la Pologne et vaut 76 ans.

2. On a $39 + \frac{39 \times 110}{100} = 81{,}9$ qui est très proche de l'espérance de vie en France. La phrase est donc exacte.

Comparer les indicateurs de tendance centrale

6. 1. Le temps médian est inférieur à 15 minutes.

2. Des temps de déplacements importants tirent la moyenne vers le haut.

7. 1. Le salaire annuel médian de ces 10 joueurs est donné par la demi-somme des salaires de Parker et Thuram (situés au centre de la liste ordonnée), c'est-à-dire $\frac{5{,}6 + 5{,}5}{2} = 5{,}55$ millions d'euros.

2. Le salaire annuel moyen des 10 joueurs est $\frac{14{,}6 + \ldots + 4{,}9}{10} = 6{,}94$ millions d'euros.

3. Le salaire de Zidane, particulièrement élevé, « tire » la moyenne vers le haut.

4. Le salaire annuel médian en France en 2007 est 0,018 336 million d'euros.

8. 1. Le nombre moyen de buts par match est $\bar{x} \approx 2{,}28$ buts.

2. La médiane correspond au nombre de buts marqués pour les matchs situés aux rangs 190 et 191. En ajoutant les effectifs, on a $56 + 63 = 119$ et $56 + 63 + 101 = 220$. La médiane vaut donc $Me = 2$ buts.

Pour au moins la moitié des matchs, le nombre de buts marqués est inférieur ou égal à 2 ; et pour au moins la moitié des matchs, le nombre de buts marqués est supérieur ou égal à 2.

3. La moyenne est supérieure à la médiane en raison des quelques matchs où de nombreux buts ont été marqués.

Calculer et interpréter les quartiles

9. Insécurité routière

1. Il y a 27 pays, la médiane est au 14^{e} rang : Me = 83 (Portugal).
On a $27 \times 0{,}25 = 6{,}75$ donc le premier quartile est au 7^{e} rang : $Q_1 = 65$ (Finlande).
On a $27 \times 0{,}75 = 20{,}25$ donc le troisième quartile est au 21^{e} rang. $Q_3 = 106$ (Slovénie).

2. Un quart des pays font mieux que la France, mais la moitié font moins bien.

10. 1. L'étendue des mesures est :

$$e = 70 - 25 = 45 \text{ MPa}.$$

2. Pour 100 mesures, la médiane correspond à la demi-somme des mesures de rangs 50 et 51. On a $Me = 45$ MPa.
Le premier quartile correspond à la mesure de rang 25. On a $Q_1 = 35$ MPa.
Le troisième quartile correspond à la mesure de rang 75. On a $Q_3 = 50$ MPa.

3. Les trois quarts des mesures sont inférieures ou égales à 50 MPa.

11. A - Série 1 : valeurs centrées autour de la médiane 6,01 avec une très faible dispersion puisque $Q_3 - Q_1 = 1{,}05$.

B - Série 4 : très forte dispersion puisque $Q_3 - Q_1$ est le plus important des quatre séries.

C - Série 2 : valeurs centrées autour de la médiane 5,98 avec une dispersion moyenne par rapport aux quatre séries puisque $Q_3 - Q_1 = 2{,}02$.

D - Série 3 : médiane faible (1,90) et dispersion moyenne par rapport aux autres séries. On a une répartition dissymétrique.

Remarque : on peut aussi procéder par élimination.

Problèmes

Problème 1

1. On a dépassé à Nîmes le seuil d'information pendant 7 heures consécutives.

2. Pour 24 mesures, la médiane correspond à la demi-somme des mesures de rangs 12 et 13. On a, pour le Cantal, $Me = 120$ µg/m^3 et, pour Nîmes, $Me = 126{,}5$ µg/m^3.

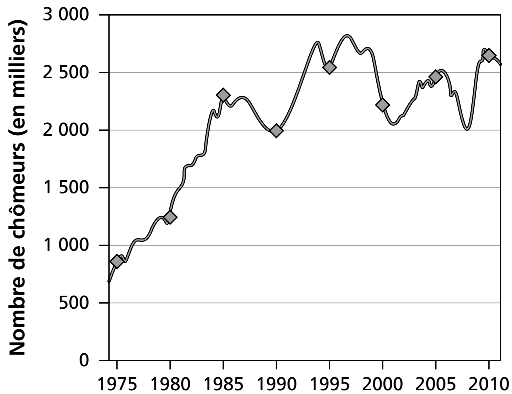
Le premier quartile correspond à la mesure de rang 6. On a, pour le Cantal, $Q_1 = 109\ \mu g/m^3$ et, pour Nîmes, $Q_1 = 23\ \mu g/m^3$.
Le troisième quartile correspond à la mesure de rang 18. On a, pour le Cantal, $Q_3 = 130\ \mu g/m^3$ et, pour Nîmes, $Q_3 = 183\ \mu g/m^3$.
3. a. La dispersion la plus grande est pour Nîmes car $Q_3 - Q_1$ est plus grand que pour le Cantal.
b. À Nîmes. On utilise $Me = 126{,}5\ \mu g/m^3$.
c. Dans le Cantal.
On utilise $Q_3 = 130\ \mu g/m^3$.

Problème 2

1. L'IMC de cet adulte vaut $\dfrac{80}{1{,}75^2} \approx 26{,}1$.
Cet adulte est considéré en surpoids, d'après son IMC.
2. Les adultes aux États-Unis ont tendance à avoir un IMC plus important que les Français (indicateur de tendance centrale).
3. a) Le secteur correspondant à un « IMC normal » occupe plus de la moitié de la surface du disque. Il correspond donc à une majorité de Français.
b) Premier quartile : classe « IMC normal ».
Médiane : classe « IMC normal ».
Troisième quartile : classe « surpoids ».
c) Moins de 25 % de la population a un IMC inférieur à la normale.
50 % de la population a un IMC inférieur ou égal à ceux de la classe normale.
25 % de la population a un IMC supérieur ou égal à ceux de la classe en surpoids.
4. a) Le secteur correspondant à un « IMC normal » occupe moins de la moitié de la surface du disque. Il ne correspond donc pas à une majorité d'Américains.
b) Premier quartile : classe « IMC normal ».
Médiane : classe « surpoids ».
Troisième quartile : classe « obésité ».
c) Les classes « surpoids » et « obésité » concernent la majorité de la population adulte aux États-Unis, alors que la situation est inversée en France.

Démarche d'investigation

Problème 3



moyenne	2 088
min	691
max	2 810
étendue	2 119
Q1	1 903,75
Q3	2 501
Q3 – Q1	597,25

L'écart à la moyenne début 2011 est $n - \bar{x} = 2\,617 - 2\,088 = 529$. Cette valeur est proche de l'écart interquartile. L'écart est donc important.

Voir le fichier **08_chomage_corrige.xls** ou **08_chomage_corrige.ods**.

Je teste mes connaissances

Page 98

1. B
2. A
3. B
4. A
5. B et C
6. A et C
7. B et C
8. B
9. A
10. B et C

Longueurs et angles

9

Activités

Page 99

– Oui, car elles sont toutes deux perpendiculaires à une même troisième.

– On peut utiliser le théorème de Thalès.

Pages 100 et 101

Est-ce que je sais ?

1. a. $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{3600} = 60$; $\sqrt{7^2} = 7$; $-\sqrt{36} = -6$; $\sqrt{0{,}64} = 0{,}8$; $\sqrt{\dfrac{1}{100}} = \dfrac{1}{10}$; $\sqrt{\dfrac{49}{16}} = \dfrac{7}{4}$.

b. $\sqrt{81} = 9$; $\sqrt{100} = 10$; $\sqrt{1000} = 31{,}62$; $\sqrt{1{,}44} = 1{,}2$; $\sqrt{6{,}25} = 2{,}5$; $\sqrt{7} = 2{,}65$; $\sqrt{0{,}36} = 0{,}6$; $\sqrt{17{,}25} = 4{,}15$; $\sqrt{65{,}87} = 8{,}12$; $\sqrt{267} = 16{,}35$.

2. $x = 1{,}25$; $x = \dfrac{195}{7}$; $x = 26{,}25$; $x = 42$.

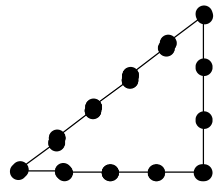
Activité 1

1. a. $BD = \sqrt{232 \;\; + 232} = 232 \times \sqrt{2} \approx 328{,}1$ m.

b. $BH = 116 \times \sqrt{2} \approx 164{,}05$ m.

c. $SH = \sqrt{SB \;\; - BH} = \sqrt{220 - 2 \times 116} \approx 146{,}6$ m.

2. a. et b.



c. Le triangle est rectangle.

d. Le carré du plus grand côté : $5^2 = 25$.

La somme des carrés des deux autres côtés : $3^2 + 4^2 = 25$.

Comme $5^2 = 3^2 + 4^2$, alors le triangle est bien rectangle.

Activité 2

1. $OM = 232/2 = 116$ m.

$OT = OM + L = 116 + 73 = 189$ m.

2. $\widehat{S'O'T'} = \widehat{STO}$. Les rayons du soleil arrivent parallèlement.

Ce sont tous les deux des triangles rectangles dont un de leurs angles a même mesure. Donc ils sont identiques, aux mesures de leurs côtés près.

3. D'après Thalès, on peut écrire les rapports : $\dfrac{l}{OT} = \dfrac{h}{OS}$. D'où $OS = \dfrac{h \times OT}{l}$.

$OS = \dfrac{1 \times 189}{1{,}3} \approx 145{,}4$ m.

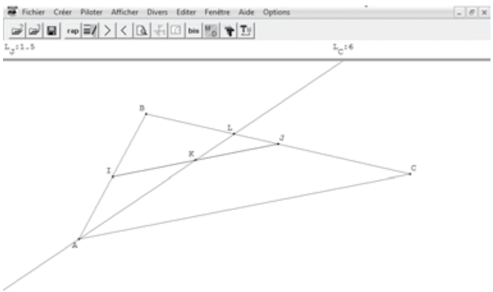
La hauteur H de la pyramide est 145 m.

J'utilise un logiciel

Page 105

Voir fichiers **09_thales1_corrige.g2w** et **09_thales2_corrige.g2w**.

1.



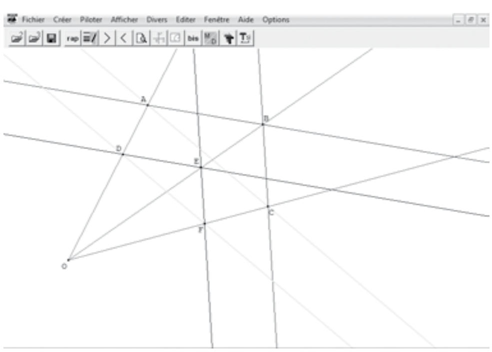
- Oui, il y a une relation qui lie les longueurs LJ et LC : $LC = 4 \times LJ$.
- D'après le théorème de Thalès dans le triangle ABC, $\dfrac{IJ}{AC} = \dfrac{BI}{BA} = \dfrac{1}{2}$ car I est le milieu de AB.

$KJ = \dfrac{1}{2}\,IJ$. D'où $KJ = \dfrac{AC}{4}$.

D'après le théorème de Thalès dans le triangle ALC, $\dfrac{LJ}{LC} = \dfrac{KJ}{AC} = \dfrac{1}{4}$.

On en déduit que $LC = 4 \times LJ$.

2.



- Les droites (AC) et (DF) semblent parallèles.
- D'après le théorème de Thalès dans le triangle AOB, on peut écrire : $\dfrac{OD}{OA} = \dfrac{OE}{OB}$.

Dans le triangle OBC, on peut écrire :

$$\frac{OE}{OB} = \frac{OF}{OC}.$$

Donc on a l'égalité des rapports :

$$\frac{OD}{OA} = \frac{OF}{OC}.$$

Les points O, D et A sont alignés dans le même ordre que les points O, F et C.
On a l'égalité des rapports, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (DF) et (AC) sont parallèles.

Exercices et problèmes

Pages 106 à 109

Exercices

Déterminer la mesure d'un angle

1. Le troisième angle mesure 42°.

2. a. $\widehat{BCA} = 30°$, $\widehat{DAC} = 30°$ et $\widehat{BDA} = 60°$.

b. Le triangle ACD est isocèle et le triangle ABD est équilatéral.

3. La figure nous indique que le triangle AEB est un triangle équilatéral, donc chacun de ses angles mesure 60°.
$\widehat{EAB} = \widehat{AEB} = \widehat{EBA} = 60°$.
La figure nous indique que le triangle BED est un triangle rectangle isocèle, donc il possède un angle droit et les deux autres angles sont égaux et mesurent 45°. $\widehat{BED} = 90°$ et $\widehat{EBD} = \widehat{BDE} = 45°$.
La figure nous indique que le triangle BDC est un triangle isocèle d'angle au sommet de 30°, donc il possède deux angles à la base égaux. $\widehat{BDC} = 30°$ et $\widehat{CBD} = \widehat{BCD} = 75°$.

4.
a. $x = 23°$; b. $x = 52°$;
c. $x = 42°$; d. $x = 30°$.

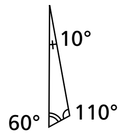
5.

Logo 1

a. Chaque triangle est un triangle isocèle, car il a deux côtés de même longueur correspondant à un rayon.

b. Chaque triangle possède deux angles de 54° et un angle au sommet O de 72°.

Logo 2



c. Les deux autres angles valent 60° et 110°.

6.

a. $[IT]$ est l'hypoténuse. $IT^2 = IR^2 + RT^2$.

b. $[YZ]$ est l'hypoténuse. $YZ^2 = ZX^2 + XY^2$.

c. $[AB]$ est l'hypoténuse. $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

d. $[KI]$ est l'hypoténuse. $KI^2 = KF^2 + FI^2$.

7.

a. $AB = \sqrt{12{,}25}$; $AB = 3{,}5$.

b. $IE = \sqrt{182{,}25}$; $EI = 13{,}5$.

c. $QU = \sqrt{39}$; $QU = 6{,}2$.

d. $HA = \sqrt{283{,}5}$; $HA = 16{,}8$.

8.

a. On applique le théorème de Pythagore : $d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$.

D'où $d = \sqrt{2a} = a\sqrt{2}$.

b. Tableau complété :

a	17,9	34,6	38,9	66	21,9
d	25,3	48,9	55	93,3	31

9.

a. On applique le théorème de Pythagore : $a^2 = h^2 + \frac{a^2}{4}$.

D'où $h^2 = a^2 - \frac{a}{4} = \frac{3}{4}a^2$. D'où $h = a\frac{\sqrt{3}}{2}$.

a	50	45	73	66	142
h	43,3	39	63,2	57,2	123

10.

$BC^2 = 10{,}5^2 = 110{,}25$ et $AB^2 + AC^2 = 6{,}3^2 + 8{,}4^2 = 110{,}25$.

$BC^2 = AB^2 + AC^2$. Donc la réciproque du théorème de Pythagore s'applique.

Le triangle ABC est rectangle en A.

11.

<u>Triangle POC :</u> $PC^2 = PO^2 + OC^2$, la réciproque de la propriété de Pythagore s'applique. Donc le triangle POC est rectangle en O.

<u>Triangle BUS :</u> comme $BS^2 \neq BU^2 + US^2$, la réciproque de la propriété de Pythagore ne s'applique pas. Donc le triangle BUS n'est pas rectangle.

12.

$KL^2 = 12^2 = 144$ et $KI^2 + IL^2 = 7^2 + 10^2 = 149$.

$KL^2 \neq KI^2 + IL^2$. Donc la réciproque du théorème de Pythagore n'est pas vérifiée. Le triangle KIL n'est pas rectangle.

13.

a. $AC = \sqrt{2+3} = \sqrt{13}$ cm.

$BC = CH + HB$. Or, $HB = \sqrt{2{,}5^2 - 2^2} = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5$ cm. Donc $BC = 4{,}5$ cm.

b. $BC^2 = 4{,}5^2 = 20{,}25$ et $AC^2 + AB^2 = (\sqrt{13})^2 + 2{,}5^2 = 19{,}25$.

$BC^2 \neq AC^2 + AB^2$. Donc la réciproque du théorème de Pythagore n'est pas vérifiée. Le triangle ABC n'est pas rectangle.

14.

D'après l'exercice 8, $RT = RA \times \sqrt{2}$.

D'où $RA = \frac{RT}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}}$.

$RA = 5{,}7$ cm.

15.

a. $\frac{AB}{AI} = \frac{AB'}{AJ} = \frac{BB'}{IJ}$.

b. $\frac{ON}{OR} = \frac{OM}{OS} = \frac{NM}{RS}$.

c. $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$.

16.

Pour chaque configuration, les conditions sont réunies pour utiliser le théorème de Thalès.

a. $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$. D'où $AB' = \frac{AC' \times AB}{AC}$.

$AB' = \frac{15 \times 8}{12} = 10$ cm.

b. $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$. D'où $AC = \frac{AC' \times AB}{AB'}$.

$AC = \frac{5 \times 5}{4} = 6{,}25$ cm.

17.

Pour chaque configuration, les conditions sont réunies pour utiliser le théorème de Thalès.

a. $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$; $\frac{10}{16} = \frac{12}{x}$.

$10 \times x = 12 \times 16$.

D'où $x = \frac{12 \times 16}{10}$; $x = 19{,}2$

b. $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$; $\frac{10}{12} = \frac{x}{8}$.

$10 \times 8 = 12 \times x$.

D'où $x = \frac{10 \times 8}{12} = \frac{80}{12} = \frac{20}{3}$; $x \approx 6{,}67$.

c. $\frac{AC}{AJ} = \frac{BC}{IJ}$; $\frac{4}{7{,}5} = \frac{3{,}2}{x}$.

$4 \times x = 3{,}2 \times 7{,}5$. D'où $x = \frac{3{,}2 \times 7{,}5}{4}$; $x = 6$.

d. $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC}$

$AB = AI + BI = 10 + 2 = 12$

$AJ = AC - CJ = 16 - x$

$\frac{10}{12} = \frac{16 - x}{16}$; $10 \times 16 = 12 \times (16 - x)$

$10 \times 16 = 12 \times 16 = 12 \times x$;

$12 \times x = 12 \times 16 = 10 \times 16$.

$12 \times x = 32$; $x = \frac{32}{12} = \frac{8}{3}$; $x \approx 2{,}67$.

e. $\frac{AB}{AI} = \frac{BC}{IJ}$; $\frac{40}{x} = \frac{50}{80}$.

$40 \times 80 = 50 \times x$. D'où $x = \frac{40 \times 80}{50}$; $x = 64$.

f. $\frac{AB}{AB'} = \frac{BC}{B'C'}$; $\frac{x}{6{,}8} = \frac{4{,}5}{7{,}2}$

$7{,}2 \times x = 6{,}8 \times 4{,}5$; d'où $x = \frac{6{,}8 \times 4{,}5}{7{,}2}$;

$x = 4{,}25$.

18.

a. Les segments $[AK]$ et $[AL]$ se coupent en A.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{AM}{AK} = \frac{50}{80} = \frac{5}{8} \\ \frac{AN}{AL} = \frac{40}{64} = \frac{5}{8} \end{array}\right\} \text{ donc } \boldsymbol{\frac{AM}{AK} = \frac{AN}{AL}}$$

Les points A, M, K et A, N, L sont dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (KL) sont parallèles.

b. Les segments $[AM]$ et $[AN]$ se coupent en A.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{AK}{AM} = \frac{40}{52} = \frac{10}{13} \\ \frac{AL}{AN} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} \end{array}\right\} \text{ donc } \boldsymbol{\frac{AK}{AM} \neq \frac{AL}{AN}}$$

Les points A, K, M et A, N, L sont dans le même ordre, mais les rapports sont différents. Donc les droites (MN) et (KL) ne sont pas parallèles.

c. Les segments $[KM]$ et $[LN]$ se coupent en A.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{AM}{AK} = \frac{26{,}25}{15} = \frac{7}{4} \\ \frac{AN}{AL} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4} \end{array}\right\} \text{ donc } \boldsymbol{\frac{AM}{AK} = \frac{AN}{AL}}$$

Les points K, A, M et L, A, N sont dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (KL) sont parallèles.

Problèmes

Problème 1

D est le sommet principal du triangle isocèle BCD. Donc $\widehat{C} = 72°$.

$\widehat{A} + \widehat{C} = 90°$. Donc l'angle $\widehat{B} = 90°$.

Le triangle ABC est bien rectangle en B.

Problème 2

Dans le triangle rectangle DAB,

$\widehat{BAD} = 90° - 24° = 66°$.

$\widehat{DAE}$ est un angle plat. On en déduit que $\widehat{BAC} = 180° - 66° - 54° = 60°$.

Dans le triangle ACE,

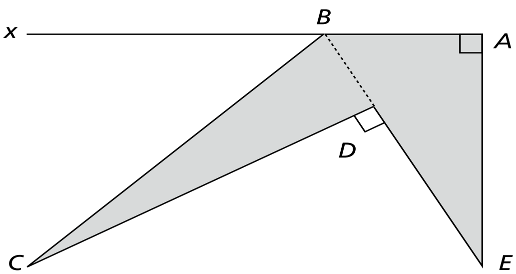
$\widehat{ACE} = 180° - 54° - 6° = 120°$.

$\widehat{BCE}$ est un angle plat. On en déduit que $\widehat{BCA} = 180° - 120° = 60°$.

$\widehat{ABC}$ a au moins deux angles de 60°, donc il est équilatéral.

Problème 3

a. Angle $\widehat{ABD}$: B, D et E sont alignés. Le triangle ABE est rectangle en A.
Donc $\widehat{ABD} = 180° - \widehat{A} - \widehat{AED}$
$\widehat{ABD} = 180° - 90° - 30° = 60°$.
Angle $\widehat{DBC}$: le triangle DBC est rectangle en D.
Donc $\widehat{DBC} = 180° - \widehat{D} - \widehat{BCD}$
$\widehat{DBC} = 180° - 90° - 15° = 75°$.
Angle $\widehat{CBx}$: l'angle $\widehat{ABx}$ est un angle plat, d'où $\widehat{CBx} = 180° - \widehat{ABD} - \widehat{DBC} = 180° - 60° - 75° = 45°$.
$\widehat{ABD} = 60°$; $\widehat{DBC} = 75°$; $\widehat{CBx} = 45°$.



b. Figure à l'échelle ½.
c. On trouve à plus ou moins un degré les mêmes valeurs pour les mesures des angles.

Problème 4

a. Le triangle ADE est rectangle en D.
Le triangle BCE est rectangle en C.
Le triangle ABE est isocèle de sommet A.
b.
<u>Triangle ADE :</u>
D est droit, car il s'agit d'un « coin » du carton rectangulaire.
Donc le triangle ADE est rectangle en D.
<u>Triangle BCE :</u>
C est droit, car il s'agit d'un « coin » du carton rectangulaire.
Donc le triangle BCE est rectangle en C.
<u>Triangle ABE :</u>
Calcul de AE dans le triangle ADE :
On applique la relation de Pythagore :
$AE^2 = AD^2 + DE^2 = 6^2 + 8^2$.
$AE^2 = 100$; $AE = \sqrt{100}$; $AE = 10$ cm.
$AE = AB$, donc le triangle ABE est isocèle de sommet A.

Problème 5

Calcul de MA dans le triangle MAH rectangle en H :
$MH = MT - HT = 15 - 5{,}4$; $MH = 9{,}6$ cm.
On applique la relation de Pythagore :
$MA^2 = AH^2 + MH^2 = 7{,}2^2 + 9{,}6^2$.
$MA^2 = 144$; $MA = \sqrt{144}$; $MA = 12$ cm.
Calcul de AT dans le triangle TAH rectangle en H :
On applique la relation de Pythagore :
$AT^2 = AH^2 + HT^2 = 7{,}2^2 + 5{,}4^2$.
$AT^2 = 81$; $AT = \sqrt{81}$; $AT = 9$ cm.
Vérifions si MAT est rectangle :
Le plus grand côté est [MT].
$MT^2 = 15^2 = 225$
La somme des carrés des deux autres côtés : $MA^2 + AT^2 = 12^2 + 9^2 = 225$.
Comme $MT^2 = MA^2 + AT^2$, la réciproque de la propriété de Pythagore s'applique.
Donc le triangle MAT est rectangle en A.

Problème 6

a. ABC est un triangle rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore on a :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$.
$AC^2 = 180$. $AC = \sqrt{180}$ d'où $AC = 13{,}42$ m.
b. Les points F et D partagent le segment [AB] en trois, d'après le théorème de Thalès il en est de même pour les points G et E avec le segment [AC].
c. Le triangle AGD est un triangle isocèle.
d. Calcul de AG :
On peut utiliser la propriété de Thalès car [FG] // [BC].
On obtient les rapports : $\dfrac{AF}{AB} = \dfrac{AG}{AC}$
$AG = \dfrac{4 \times 13{,}42}{12}$; $AG = 4{,}47$ m.
Calcul de GE :
On peut utiliser la propriété de Thalès car [DE] // [BC].

On obtient les rapports : $\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AC}$.

$AD = 4 + 4 = 8$.

$AE = \frac{8 \times 13{,}42}{12}$; $AE = 8{,}94$ m.

$GE = AE - AG = 8{,}94 - 4{,}47 = 4{,}47$.

$GE = 4{,}47$ m.

Calcul de EC :

$EC = AC - AE = 13{,}42 - 8{,}94 = 4{,}46$.

$EC = 4{,}46$ m.

Calcul de GD :

AGD est un triangle isocèle, donc il a deux côtés de même longueur :

$AG = GD = 4{,}47$ m.

Calcul de GF :

On peut utiliser la propriété de Thalès car $[FG]$ // $[BC]$.

On obtient les rapports : $\frac{AF}{AB} = \frac{GF}{BC}$

$GF = \frac{4 \times 6}{12} = 2$; $GF = 2$ m.

Calcul de ED :

On peut utiliser la propriété de Thalès car $[ED]$ // $[BC]$.

On obtient les rapports : $\frac{AD}{AB} = \frac{ED}{BC}$.

$ED = \frac{8 \times 6}{12} = 4$; $ED = 4$ m.

Calcul de EB :

EDB est un triangle rectangle en D.

D'après le théorème de Pythagore on a :

$EB^2 = ED^2 + DB^2$.

$EB^2 = 32$. $EB = \sqrt{32}$ d'où $EB = 5{,}66$ m.

Problème 7

a. On peut utiliser la réciproque du théorème de Thalès.

b. $AI = \frac{1}{2} BC$.

c. À l'aide de Pythagore, on calcule $BC = 20$, d'où $AI = 10$.

d. $\frac{AC}{AK} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ et $\frac{AI}{AJ} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

$\frac{AI}{AJ} = \frac{AC}{AK}$.

Les points A, I, J et A, C, K sont dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (IC) et (JK) sont parallèles.

Problème 8

Calcul de BC par Pythagore. $BC = 5$.

Le rapport $\frac{CE}{CB}$ est connu, cela permet de déterminer à l'aide du théorème de Thalès $AD = 1{,}8$ et $AF = 1{,}6$.

Donc $FADE$ est un rectangle.

Problème 9

BNL est un triangle équilatéral (isocèle de sommet principal de 60°) et K milieu de $[BL]$.

Donc NK est la hauteur issue de N du triangle BNL.

Donc $\widehat{NKL} = 90°$.

$\widehat{KLM} = 180° - 60° = 120°$.

De même que pour NK, on montre que $\widehat{MNC} = 90°$.

Dans le triangle BNK, $\widehat{BNK} = 90° - 60° = 30°$.

D'où $\widehat{MNK} = 180° - 90° - 30° = 60°$.

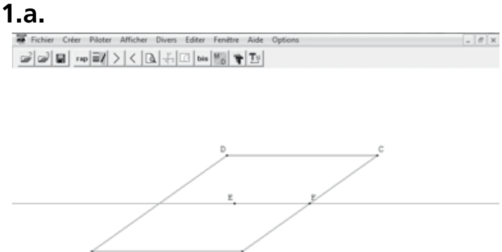
De même que pour $\widehat{BNK}$, on montre que $\widehat{CMN} = 30°$.

D'où $\widehat{NML} = 180° - 30° - 60° = 90°$.

Problème 10

Voir fichier **09_pb10_corrige.g2w**.

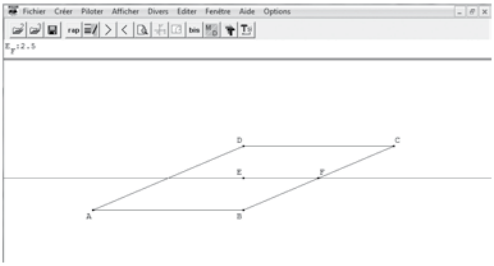
1.a.



b. Oui.

c. D'après le théorème des milieux dans le triangle BCD (ou en utilisant la réciproque du théorème de Thalès) on montre que (EF) // (DC).

2.a.



b. Oui.

c. D'après **1.** $(EF) // (DC)$. On applique le théorème de Thalès dans le triangle BCD.

$\frac{BF}{BC} = \frac{EF}{DC} = \frac{1}{2}$. D'où $EF = \frac{5}{2} = 2{,}5$.

Démarche d'investigation

Problème 11

1. On applique le théorème de Thalès car le mat et la mire graduée sont parallèles.

$\frac{h}{H} = \frac{l}{(l + L)}$.

2. La distance L diminue lorsque h augmente.

Problème 12

1. On peut appliquer le théorème de Thalès à plusieurs reprises, pour obtenir les rapports suivants :

$\frac{BC}{SP} = \frac{OD}{OA}$. Or, $OD = BC = 1$.

D'où $SP = OA$.

De plus, $OA = HP$ car la baguette est parallèle au sol.

Donc $SP = HP$.

2. Les baguettes doivent être de même longueur pour avoir, justement dans les rapports obtenus en **1.**, une simplification par 1 et avoir $SP = HP$.

Je teste mes connaissances

Page 110

1. C
2. A
3. C
4. A
5. B
6. B
7. A
8. A
9. B
10. C

Systèmes de deux équations à deux inconnues (10)

Activités

Page 111

– Jordan a assisté à 18 séances en tarif rouge et à 14 séances en tarif bleu.

Remarque : les élèves peuvent répondre au problème par tâtonnement, en faisant des essais successifs.

– Avec un abonnement, pour le même nombre de séances de chaque horaire, Jordan dépenserait 186 €. Il a donc intérêt à prendre une carte d'abonnement, ce qui lui fera économiser 67 €.

$22 + 18 \times 6 + 14 \times 4 = 186$

$253 - 186 = 67$

Pages 112 et 113

Est-ce que je sais ?

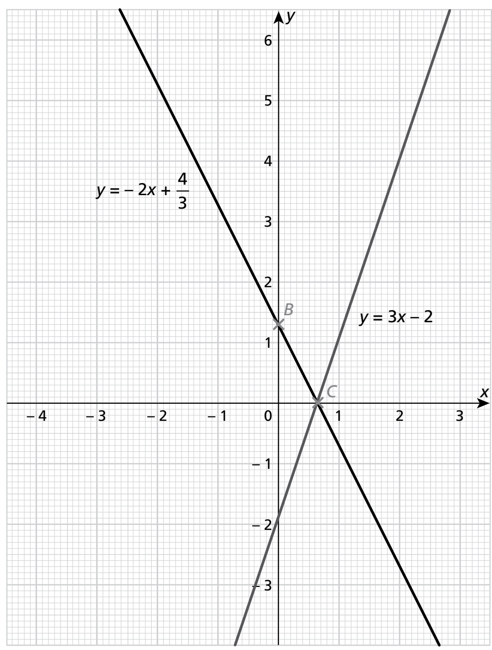
1. a) $y = -0{,}5x + 22{,}5$

b) $y = \dfrac{5}{17}x - 0{,}5$

2. a) Le point $A(0\ ;\ -2)$ appartient à la droite d_1. Le coefficient directeur de d_1 est 3.

b) Les points $B(0\ ;\ \frac{4}{3})$ et $C(\frac{2}{3}\ ;\ 0)$ appartiennent à d_2.

c)



Activité 1

1. a) En C2, la formule est **=(10–B2)/0,125**. Cette formule permet d'obtenir le nombre d'appareils de type « compact », en calculant le quotient de la masse totale ôtée de la masse des appareils « reflex » par la masse d'un appareil « compact » (0,125 kg).

b) La formule choisie est : **=A2*949+C2*139,5**.

c) Le total de 13 897 € est obtenu pour 7 appareils « reflex » et 52 appareils « compact ».

Ouvrir le fichier : **10_activite1_corrige.xls** ou **10_activite1_corrige.ods** pour vérifications.

2. a) x représente le nombre d'appareils « reflex » contenus dans le colis et y le nombre d'appareils « compact ».

La première équation traduit les informations concernant la masse du colis : la masse totale du colis (10 kg) est égale à la masse des appareils « reflex » (0,5 x) plus la masse des appareils « compact » (0,125 y).

La seconde équation traduit les informations sur le prix : le prix des appareils « reflex » (949 x) s'ajoute au prix des appareils « compact » (139,50 y) pour donner le montant total de la commande soit 13 897 €.

b) $0,5 \times 7 + 0,125 \times 52 = 10$

$949 \times 7 + 139,5 \times 52 = 13\,897$

Le couple (7 ; 52) est bien solution du système $\begin{cases} 0,5x + 0,125y = 10 \\ 949x + 139,5y = 13\,897 \end{cases}$

c) Le point d'intersection a pour coordonnées (7 ; 52). Ces coordonnées correspondent au couple solution du système précédent.

d) Pour résoudre graphiquement un système, on trace deux droites à partir des équations du système, puis on relève les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites (lorsqu'il existe). Cela donne le couple solution.

Activité 2

1. a) Commande A : $4x + y = 159,60$.

Commande B : $6x + y = 236,60$.

b) On exprime y en fonction de x dans les deux équations.

$y = 159,60 - 4x$

$y = 236,60 - 6x$

On obtient l'égalité suivante :

$159,60 - 4x = 236,60 - 6x$

On résout et on obtient $x = 38,5$.

On calcule ensuite y : $y = 5,60$.

c) Le prix d'un jeu vidéo est donc 38,50 € et les frais de port s'élèvent à 5,60 €.

2. a) On note x le tarif 1 et y le tarif 2 des jeux vidéo.

Commande A : $3x + y = 140,96$

Commande B : $2x + 4y = 215,94$

Le système à résoudre est donc

$$\begin{cases} 3x + y = 140,96 \\ 2x + 4y = 215,94 \end{cases}$$

b) Le tarif 1 est 34,79 € et le tarif 2 est 36,59 €.

c) Le site Vidéo+ sera toujours moins cher que le site Topachat car quel que soit le jeu vidéo choisi chez Vidéo+, son tarif est inférieur au tarif unique de Topachat et en plus les frais de port sont gratuits chez Vidéo+.

J'utilise un logiciel

Page 117

1. • Les deux droites créées sont sécantes. Leur point d'intersection A a pour coordonnées (– 5 ; 6).

• Lorsque l'on fait varier les valeurs a, b et c on trouve que le point A n'est pas défini dans le cas où les deux droites sont parallèles (par exemple pour $a = 0,8$; $b = 1$ et $c = 1,2$).

Les deux droites sont parallèles lorsque le coefficient directeur de la première $(-\frac{a}{b})$ est égal à celui de la seconde, soit – 0,8.

• Lorsque les deux droites sont parallèles le système n'a pas de solution.

Ouvrir le fichier **10_logiciel1_corrige.ggb** pour vérifications.

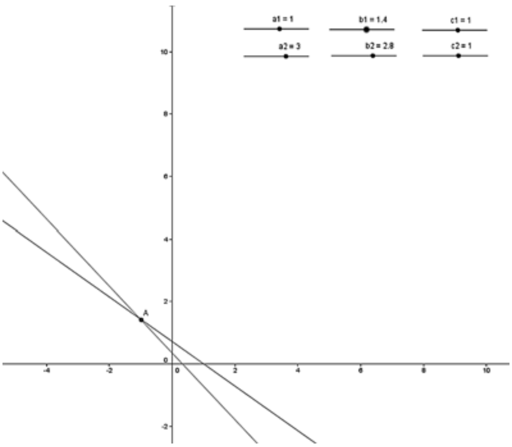
2. En faisant varier les 6 curseurs, on trouve 3 cas :

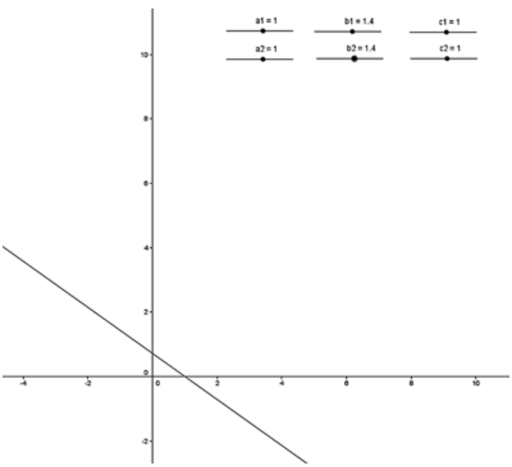
– le cas où les droites sont sécantes, le système aura alors **un couple de solutions** qui correspond aux coordonnées du point d'intersection ;

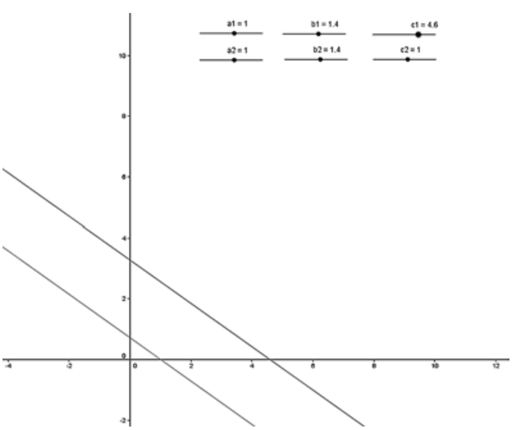
– le cas où les droites sont confondues, le système admet **une infinité de solutions** qui correspondent aux coordonnées des points de la droite ;

– le cas où les droites sont parallèles, le système n'admet alors **pas de solution**.

Ouvrir le fichier **10_logiciel2_corrige.ggb** pour vérifications.







Exercices et problèmes

Pages 118 à 121

Exercices

1. (1 ; 4)

2. $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 5y = 11 \end{cases}$

Résoudre un système de deux équations à deux inconnues

3. Le système $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$ se résout le plus facilement par substitution.

À partir de la première équation, on peut écrire $x = y - 5$ puis remplacer dans la seconde équation. On obtient alors $x = 2{,}25$ et $y = 2{,}75$. Le couple solution est (2,25 ; 2,75).

4. Par substitution : $\left(\dfrac{30}{33} ; -\dfrac{15}{11}\right)$.

5. Par substitution : $\left(\dfrac{44}{45} ; \dfrac{32}{9}\right)$.

6. Le système $\begin{cases} 2(x + 3) - 1 = 8y + 5 \\ x + 3(2y - 1) = 1 \end{cases}$ peut s'écrire $\begin{cases} 2x - 8y = 0 \\ x + 6y = 4 \end{cases}$ et être résolu par substitution.

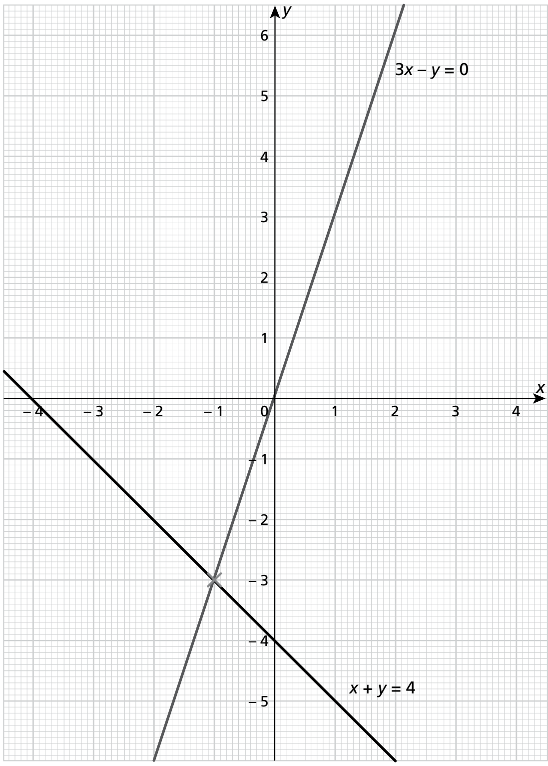
Le couple solution est (1,6 ; 0,4).

7. Par addition : $\left(\dfrac{3}{7} ; \dfrac{94}{7}\right)$.

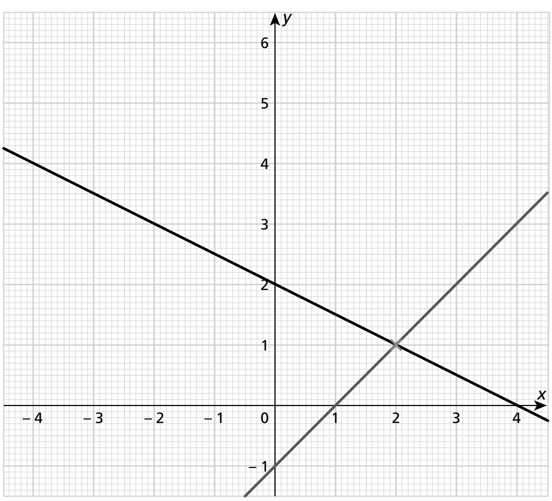
8. Par substitution : $\left(-\dfrac{85}{3} ; -165\right)$.

Résoudre graphiquement les systèmes suivants

9. (– 1 ; – 3)



10. (2 ; 1)



11. a) 1er système $\begin{cases} 2x + 8y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$

2^{e} système $\begin{cases} 4x - 8y = 7 \\ 8x - y = 5 \end{cases}$

3^{e} système $\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ \dfrac{1}{3}x - \dfrac{2}{3}y = 7 \end{cases}$

b) Les solutions sont :
1er système : (3,5 ; – 0,5)
2^{e} système : (0,55 ; – 0,6)
3^{e} système : (6,75 ; – 7,125)

12. On note x le prix d'un hamburger et y le prix d'une portion de frites. Le problème peut se traduire par le système $\begin{cases} x + 2y = 5{,}30 \\ 2x + y = 4{,}75 \end{cases}$. La solution de ce système est (1,40 ; 1,95). Cela signifie que le prix d'un hamburger est 1,40 € et le prix de la portion de frites est 1,95 €.

13. Le prix d'un ballon est 17,90 € et le prix d'un sifflet est 8,90 €.

14. Le prix avant réduction d'un livre est 15,90 € et le prix d'un DVD est 19 €.

15. Le bénéfice réalisé sur un stylo est 0,35 € et celui réalisé sur un porte-clés est 0,95 €.

16. On note x le nombre de tickets à 7 € et y le nombre de tickets à 13 €. Le problème peut se traduire par le système $\begin{cases} x + y = 32 \\ 7x + 13y = 272 \end{cases}$.

La solution de ce système est (24 ; 8). Cela signifie que l'association a acheté 24 billets à 7 € et 8 billets à 13 €.

17. Sarah a obtenu la note 13 à l'épreuve écrite de mathématiques et la note 9 à l'épreuve pratique.

18. Les données du problème peuvent se traduire par le système $\begin{cases} 11 = -r + E \\ 8 = -7r + E \end{cases}$.

La solution de ce système est le couple (0,5 ; 11,5). Cela signifie que la résistance interne $r = 0{,}5\ \Omega$ et la force électromotrice $E = 11{,}5$ V.

19. Chloé a consommé 756 kWh en heure pleine et 498 kWh en heure creuse.

20. Antoine touche un salaire fixe de 1 400 € et un pourcentage de 5 % sur le montant des commandes.
(En notant x la part fixe et y le pourcentage des commandes, on a le système $\begin{cases} x + 15\,000y = 2\,150 \\ x + 8\,000y = 1800 \end{cases}$ que l'on résout).

21. L'équation de la droite (AB) est $y = 7x - 23$.

Problèmes

Problème 1

1. Prix de 1 000 m^3 de béton : $x + 1\,000y$
2. Prix de 5 000 m^3 de béton $x + 5\,000y$
3. Le système obtenu est :

$$\begin{cases} x + 1000y = 75\,000 \\ x + 5\,000y = 275\,000 \end{cases}.$$

La solution du système est (25 000 ; 50).
4. Le montant des frais fixes s'élève à 25 000 € et le prix du mètre cube de béton est 50 €.

Problème 2

Pour obtenir 1 000 € de bénéfice (soit une recette de 2 500 €), il faut que 150 lycéens et 50 participants non lycéens viennent à la soirée.

Problème 3

Par jour, il est possible de produire 12 tables de type A et 42 tables de type B.

Problème 4

Les vendeuses percevront le même salaire pour un montant de ventes de 15 000 €, ce qui correspond à un salaire pour chacune d'elle de 2 300 €.

Problème 5

Le prix d'un rouleau de papier imprimé est 11,90 € et le prix d'un rouleau de papier uni est 6,90 €.

Problème 6

Si l'on note x le nombre de colis A et y le nombre de colis B, l'équation traduisant la charge utile est :

$$60\,x + 30\,y = 6\,000$$

L'équation traduisant le volume utile est :

$$0{,}15\,x + 0{,}12\,y = 18$$

La solution du système ainsi obtenu est $\left(\dfrac{200}{3} ; \dfrac{200}{3}\right)$.

On peut donc charger 66 colis de type A et 66 colis de type B.

Problème 7

Il y a 21 adultes et 16 enfants dans ce groupe de touristes.

Problème 8

Le prix d'un « bloc 2 tiroirs » est 64 €, le prix d'un « bloc étagère » est 32 € et le prix d'un « bloc porte » est 49 €.

Démarche d'investigation

Problème 9

L'accélération du véhicule est 0,8 m/s^2 et sa vitesse initiale est 8 m/s.

Problème 10

	146		
	62	84	
19	**43**	**41**	
7	**12**	**31**	10

Je teste mes connaissances

Page 122

1. B	6. C
2. A	7. C
3. A	8. B
4. C	9. C
5. B	10. B

Fluctuations d'une fréquence (11)

Activités

Page 123

– Le journal auquel on peut le plus se fier est le journal 2 car les sondés sont tirés au hasard (ce qui évite le « biais » du journal 3 dont on peut penser que les lecteurs ne sont sans doute pas « représentatifs » de l'ensemble de la population, les journaux ont souvent une dominante politique) et sont plus nombreux que ceux du journal 1 (plus la taille de l'échantillon est importante, plus l'information qu'il fournit est « fiable »).

Remarques pour le professeur

• Cet exemple, dont l'analogue a été posé lors des évaluations internationales PISA à des jeunes de 15 ans, montre les enjeux de ce chapitre : permettre une analyse critique et constructive des données statistiques, en particulier dans un environnement aléatoire. Il s'agit de pouvoir tenir un **discours rationnel**, à l'opposé des extrêmes, celui qui consiste à tout rejeter parce qu'il n'y a pas de certitude, et celui qui consiste à tout accepter sans discernement.

• Il n'est pas évident, *a priori*, que plus la taille d'un échantillon aléatoire est grande, plus la fréquence qu'il fournit est fiable, ce que l'on peut désigner par « loi des grands nombres ». Il peut sembler déconcertant que l'accumulation de « hasard », par nature imprévisible, finisse par construire de l'information.

• Le rôle positif du hasard en statistique, pour éviter des biais, n'est pas non plus une évidence.

La compréhension de ces différents concepts nécessite un temps suffisant consacré à l'expérimentation, à l'aide d'objets et de simulations avec la calculatrice ou l'ordinateur.

Pages 124 et 125

Est-ce que je sais ?

1. a. Vrai. Les résultats des sondages dépendent du hasard.

b. Faux. La pièce « n'a pas de mémoire » et, puisqu'elle est supposée bien équilibrée, on a autant de chances d'avoir pile que face à chaque lancer.

c. Faux. Les boules du loto n'ont pas de mémoire et les numéros qui ne sont pas sortis ont les mêmes chances de sortir que les autres (sauf si le jeu est truqué).

Remarque pour le professeur

Les réponses erronées aux questions b. et c. peuvent provenir d'une mauvaise interprétation de la « **loi des grands nombres** ». S'il est vrai que plus on lance la pièce, plus les comptes entre pile et face auront « tendance » à s'équilibrer (avec une pièce non truquée), cette « convergence » n'est pas un « long fleuve tranquille » (voir les graphiques des expérimentations du chapitre 13) et individuellement, à chaque lancer, la pièce conserve sa liberté d'une chance sur deux. Le paradoxe de la contrainte de la

« loi des grands nombres » et de la liberté individuelle n'est qu'apparent.

2. a. La fréquence de la lettre E parmi les voyelles du Scrabble est $\frac{15}{45} = \frac{1}{3}$.

b. On a $\frac{1}{3} < 0{,}4$. On a tendance à manquer de E lorsqu'on joue au Scrabble.

Activité 1

1. a. L'échantillon a pour taille 10 et un tiers de 10 ne donne pas un nombre entier.

b. Les faces 1 et 6 correspondent à 2/6 c'est-à-dire 1/3 des faces du dé, ce qui est bien la proportion des boules rouges dans l'urne.

Les faces 2, 3, 4 et 5 correspondent à 4/6 c'est-à-dire 2/3 des faces du dé, ce qui est bien la proportion des boules bleues dans l'urne.

c. On lance dix fois le dé. On obtient par exemple : 2, 6, 5, 3, 1, 6, 5, 3, 2, 2. Ceci correspond un échantillon contenant 3 boules rouges (et 7 boules bleues).

2. Les résultats varient d'un échantillon à l'autre (selon le « hasard »).

Remarque pour le professeur

Cette activité a pour objectif de faire comprendre le « modèle » de l'**urne** et de faire ressentir « physiquement » les fluctuations d'échantillonnage. Comme il n'est pas aisé de disposer d'une urne, mais qu'un dé est un objet plus courant, on utilise un dé.

Activité 2

1. a. La population est la production de capots de la journée.

La fréquence du défaut sur la population est $p = 0{,}2$.

b. La fréquence du défaut sur l'échantillon est $f = \frac{9}{50} = 0{,}18$.

c. Tableau complété :

Échantillon n°	Nombre de défauts	Fréquence des défauts
1	11	0,22
2	9	0,18
3	16	0,32
4	9	0,18
5	11	0,22
6	11	0,22
7	10	0,2
8	4	0,08

2. Compte tenu des résultats observés dans le tableau précédent (en particulier la fréquence de 32 % de défauts observée sur l'échantillon n° 3), on ne doit pas nécessairement conclure que la qualité a baissé.

Remarques pour le professeur

Cette activité est issue d'une situation rencontrée dans l'industrie automobile française. Le défaut « grains ponctuels » est quasiment imperceptible pour le client, mais est utilisé par l'industriel comme indice de qualité.

• La situation habituelle correspond à 20 % de défauts. Dans la partie 1., on sait que ce pourcentage est réalisé sur la population et on étudie les fluctuations de la fréquence de défauts sur des échantillons aléatoires de taille 50. Comme l'indique le programme de première professionnelle, plus de 95 % de ces échantillons fournissent une fréquence f comprise entre :

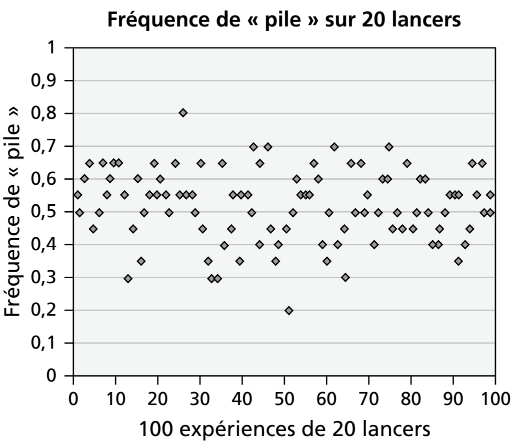
$$0{,}2 - \frac{1}{\sqrt{50}} \approx 0{,}06 \text{ et } 0{,}2 + \frac{1}{\sqrt{50}} \approx 0{,}34.$$

• Dans la partie 2., on ne sait plus quelle est la proportion p de défauts sur la production totale, mais puisque la fréquence f obtenue sur l'échantillon est

« comparable » à ce qui se passe lorsque $p = 0,2$, il n'y a pas de raison de penser que la qualité sur la production du jour est inférieure (c'est-à-dire que p est inférieur à 0,2).

Activité 3

1. a. Par exemple, $f = 0,65$ si l'on obtient 13 « pile » et 7 « face ».
b. La fréquence de « pile » (obtenue sur des échantillons de taille 20) varie.
c. L'étendue obtenue est bien sûr variable, mais assez importante sur des échantillons de taille 20, de l'ordre de 0,6.
d. La fréquence des garçons nés dans le village chinois est $f = \dfrac{16}{20} = 0,8$.
Ce résultat est (probablement) supérieur aux résultats obtenus à « pile ou face », ou, du moins, fait partie des résultats les plus élevés.
2. a. On observe des graphiques analogues à celui figurant ci-dessous.



D'après les observations, une fréquence de « pile » égale ou supérieure à 0,8 se produit environ une fois sur 100.
b. Il est peu probable que la proportion très importante de garçons nés dans ce village chinois soit due au hasard.

Remarques pour le professeur
- On suppose ici que, dans une situation « normale », on a, à la naissance, une chance sur deux d'avoir une fille ou un garçon. En fait, il naît, statistiquement, 105 garçons pour 100 filles, ce qui fait une probabilité d'environ 0,512 d'avoir un garçon plutôt qu'une fille (il s'agit de l'une des premières découvertes de la statistique), mais supposer une probabilité de 0,5 ne change rien à l'étude menée dans cette activité.
- Sur 20 lancers d'une pièce supposée équilibrée, il est extrêmement rare d'obtenir au moins 16 piles (soit 80 % de « pile ») – ce que l'on observe sur les simulations. Le calcul de la probabilité, inaccessible aux élèves, est simple, puisqu'on est dans le cadre d'une **loi binomiale**. Le nombre de « pile » sur 20 lancers d'une pièce équilibrée correspond à une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,5$. La probabilité d'obtenir au moins 16 « pile » est donnée par la formule suivante sur un tableur : =1-LOI.BINOMIALE(15;20;0,5;VRAI) et vaut environ 0,006 (donc moins de 1 %).
- La conclusion de cette activité, « il est peu probable que la proportion très importante de garçons nés dans ce village chinois soit due au hasard » est ce qui constitue une « **preuve statistique** ». C'est-à-dire que rien n'est certain et que rien n'est expliqué ! Pour autant, il s'agit d'une « alerte ». S'il est peu probable que le hasard suffise à expliquer l'observation, c'est qu'une autre raison est vraisemblablement à rechercher. Il faut mener une enquête.

Dans l'exemple considéré, il apparaît que l'acquisition, dans le village, d'un appareil d'échographie peu onéreux constitue une explication, liée à la politique de l'enfant unique menée en Chine.

Compléments pour le professeur permettant le « recul » sur « l'essentiel »

Page 126

Le contenu ci-dessous est uniquement destiné aux enseignants.

1. Échantillon aléatoire de taille *n*

• Depuis la classe de troisième, l'élève doit savoir que l'expression « prendre au hasard » signifie que chaque élément a la même probabilité d'être tiré. L'expression « équiprobabilité », qui n'est pas au programme de troisième, peut être, ou ne pas être, connue.

Dans l'expression « échantillon aléatoire », le terme « **aléatoire** » signifie que l'échantillon est obtenu par tirage « au hasard » (éventuellement avec remise). L'intérêt d'un échantillon aléatoire, par rapport à un échantillon « choisi », est d'éviter les biais. Par exemple, dans un laboratoire de recherche médicale, prendre une souris « au hasard » ne signifie pas prendre la première souris que l'on peut attraper dans la cage. Il y a fort à parier que la souris qui se laisse ainsi prendre est moins vive que les autres, peut-être plus faible, ce qui constitue un biais. Il faut numéroter les souris et tirer le numéro au hasard.

• Dans son sens premier, un **échantillon** est un sous-ensemble de la population. Par exemple un échantillon de 1 000 personnes, issues de la population française, ayant répondu à un sondage. Mais cette situation n'est pas la seule.

Tout d'abord, lorsque la population est d'effectif faible, par exemple quelques dizaines de boules dans une urne, on effectue des tirages avec remise. Dans cette situation (qui est le « modèle » à avoir en tête), l'échantillon n'est pas réellement un sous-ensemble de l'urne. De plus, dans ce cas, l'échantillon peut avoir une taille supérieure à celle de la population (on peut tirer 100 boules avec remise dans une urne contenant 10 boules).

Ensuite, la population peut être « virtuelle ». Par exemple 5 lancers d'un dé est un échantillon de taille 5 d'une population constituée de tous les lancers que l'on peut faire avec ce dé (si le dé est bien équilibré, la fréquence du 6 dans la population est $p = 1/6$, c'est la probabilité de faire un 6, la fréquence f du 6 sur un échantillon de 5 lancers est bien sûr variable).

Il est inutile de troubler les élèves avec tout cela, mais il faut l'avoir à l'esprit.

2. Fréquence d'un caractère dans un échantillon aléatoire

Il est très important de distinguer, par les notations, la fréquence p du caractère dans la population, qui est fixe (et, dans ce chapitre, supposée connue), et la fréquence f obtenue sur un échantillon (ou les fréquences f_1, f_2, … obtenues sur différents échantillons), qui est variable et dépend du tirage au hasard.

L'exemple de l'urne (cette urne bicolore est historiquement celle de **Jacques Bernoulli**, auquel on doit le premier énoncé de la loi des grands nombres) est essentiel. Il constitue une image mentale que l'on peut invoquer dans de très nombreuses situations.

Dans ce chapitre, **on connaît la structure de l'urne**, c'est-à-dire que l'on connaît la valeur de p, et on étudie comment varient les valeurs de f sur les échantillons aléatoires de taille n fixée que l'on prélève. Cette situation peut sembler vaine, voire stupide. Il n'en est rien, comme le montrent les exemples. Très souvent en effet, la valeur de p, supposée connue, n'est qu'une hypothèse. Dans le cas de l'activité 3 par exemple (les naissances dans le village chinois), on suppose que $p = 0{,}5$. On observe, sous cette hypothèse, les variations de la fréquence f obtenue sur des échantillons de taille 20. On se prononce ensuite sur l'hypothèse que l'on a formulée.

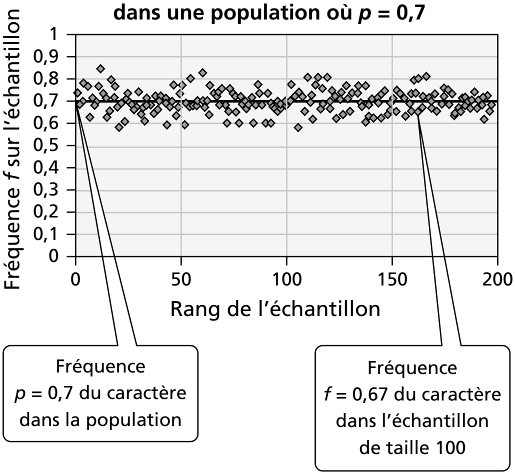
3. Fluctuations d'une fréquence selon les échantillons

En seconde, on observe les fluctuations d'une fréquence selon les échantillons aléatoires de taille fixée n, prélevés dans une population où la fréquence du caractère étudié est p. Il s'agit de prendre conscience de la variabilité « naturelle » (due à l'effet du hasard) d'une fréquence, pour une taille d'échantillon donnée.

En première, on constatera (lorsque n est supérieur ou égal à 30, np et $n(1 - p)$ supérieurs ou égaux à 5) que plus de 95 % des échantillons fournissent une fréquence f comprise dans l'intervalle $[p - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \frac{1}{\sqrt{n}}]$.

Ainsi, plus l'échantillon est grand, moins la fréquence qu'il fournit fluctue, mais le gain en précision est en $\frac{1}{\sqrt{n}}$. On a là une quantification de la « loi des grands nombres ».

Fluctuations observées sur 200 échantillons de taille 100 prélevés dans une population où p = 0,7



Voici, sur l'image précédente, une expérimentation de ce résultat, réalisée par simulation sur un tableur. La fréquence du caractère étudié sur la population est $p = 0{,}7$. On a prélevé 200 échantillons aléatoires de taille $n = 100$ chacun. On constate que l'immense majorité des fréquences f observées sur ces échantillons fluctue dans l'intervalle :

$$[0{,}7 - \frac{1}{\sqrt{100}}\ ;\ 0{,}7 + \frac{1}{\sqrt{100}}] = [0{,}6\ ;\ 0{,}8].$$

Sur l'image, on constate que 8 échantillons sur les 200 fournissent une fréquence f en dehors de l'intervalle [0,6 ; 0,8], autrement dit, 96 % des échantillons ont fourni une fréquence f comprise dans l'intervalle $[p - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \frac{1}{\sqrt{n}}]$.

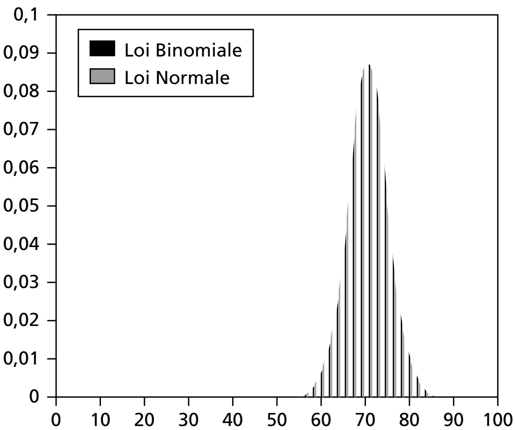
On peut, mathématiquement, justifier assez simplement cette observation.

Lorsqu'une urne contient une proportion p de boules rouges et que l'on prélève n boules avec remise dans cette urne, la variable aléatoire correspondant au nombre de boules rouges obtenues (nombre de « succès ») sur cet échantillon de taille n suit la **loi binomiale** de paramètres n et p. On montre que l'espérance de cette loi binomiale vaut np et l'écart type $\sqrt{np(1-p)}$.

Si l'on s'intéresse non pas à l'effectif des boules rouges dans l'échantillon, mais à leur fréquence, il faut diviser par n les résultats précédents. On obtient que les échantillons de taille n fournissent une fréquence de boules rouges valant en moyenne $\frac{1}{n} \times np = p$ avec un écart type $\frac{1}{n}\sqrt{np(1-p)} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$. C'est-à-dire que, sur un grand nombre de points comme ceux de l'image précédente, la valeur moyenne est $p = 0{,}7$ (on voit cette tendance moyenne sur le graphique) et leur dispersion se fait selon un écart type valant $\sqrt{\dfrac{0,7 \times 0,3}{100}} \approx 0,046$.

Pour obtenir l'intervalle de fluctuation des fréquences, centré sur p, dans 95 % des cas, on utilise la **loi normale** (car il est plus simple de calculer avec la loi normale qu'avec la loi binomiale). On sait en effet que, sous certaines conditions (lorsque n est supérieur ou égal à 30, np et $n(1-p)$ supérieurs ou égaux à 5), l'histogramme correspondant à la distribution des résultats d'une loi binomiale est proche de la courbe en cloche de la loi de Gauss.

Comparaison de la distribution de la loi binomiale de paramètres $n = 100$, $p = 0,7$ avec la loi normale de même espérance et de même écart type



On sait que la loi normale a comme propriété qu'environ 95 % des observations se situent dans un intervalle de rayon deux écarts types autour de la moyenne (1,96 fois l'écart type pour être plus précis).

On pourra donc vérifier qu'environ 95 % des échantillons aléatoires de taille n fournissent une fréquence comprise dans l'intervalle :

$$\left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\ ;\ p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right].$$

On peut donner une version simplifiée de cet intervalle (celle du programme de première professionnelle), en le majorant. La fonction $p \mapsto p(1-p)$ atteint son maximum pour $p = \dfrac{1}{2}$ donc, pour tout p, on a : $p(1-p) \leq \dfrac{1}{4}$.

On en déduit que :

$$1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Ainsi, l'intervalle $\left[p - 1,96\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}\ ;\ p + 1,96\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}\right]$ est inclus dans l'intervalle $\left[p - \dfrac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right]$, lequel contiendra donc, sur un grand nombre d'échantillons, plus de 95 % des fréquences observées.

J'utilise un logiciel

Page 129

Voir le fichier **11_partida_corrige.xls** ou **11_partida_corrige.ods**.

1. a. La formule =ALEA()+0,8 fournit un nombre décimal au hasard entre 0,8 et 1,8.

b. La partie entre 0,8 et 1 représente 20 % de la longueur de l'intervalle [0,8 ; 1,8] et lorsque le nombre y est pris au hasard, la partie devant la virgule vaut 0.

La partie entre 1 et 1,8 représente 80 % de la longueur de l'intervalle [0,8 ; 1,8] et lorsque le nombre y est pris au hasard, la partie devant la virgule vaut 1.

c. Le résultat affiché en cellule A871 correspond à la fréquence des 1 dans le premier échantillon, c'est-à-dire à la fréquence des Américains d'origine mexicaine dans le premier échantillon de taille 870.

d. L'immense majorité des fréquences des Américains d'origine mexicaine fluctue entre 0,77 et 0,83. (On peut aussi répondre entre 0,76 et 0,84).

2. a. La fréquence des Américains d'origine mexicaine dans les jurys est :

$$\frac{339}{870} \approx 0{,}39.$$

b. Partida a obtenu gain de cause parce que 0,39 est très éloigné de l'intervalle des fluctuations habituelles dues au hasard.

Remarques pour le professeur

Un échantillon aléatoire de taille 870 prélevé dans une population où la fréquence est $p = 0{,}8$ fournira, dans plus de 95 % des cas, une fréquence comprise entre :

$$0{,}8 - \frac{1}{\sqrt{870}} \approx 0{,}77 \text{ et } 0{,}8 + \frac{1}{\sqrt{870}} \approx 0{,}83.$$

C'est ce que montrent les simulations.

Puisque la valeur observée 0,39 est très éloignée de cet intervalle, on peut dire que les jurés ne sont sans doute pas complètement prélevés au hasard. Autrement dit, de manière extrêmement significative, les jurés ne sont pas représentatifs de la population. Cependant, ce constat statistique ne permet pas de porter des accusations de racisme. La « discrimination » observée ici s'explique en effet en partie par le fait qu'un juré doit maîtriser parfaitement l'anglais écrit et oral. Partida sera rejugé et le processus de désignation des jurys modifié.

Exercices et problèmes

Pages 130-133

Exercices

Expérimenter la prise d'échantillons à l'aide de pièces ou de dés

1. a. Par exemple : « face et face », « pile et pile », « face et face », « pile et face »…

b. Par exemple $f = \frac{12}{20} = 0{,}6$.

c. Les fréquences fluctuent (autour de 0,5).

2. a. Par exemple :

Dé 1	Dé 2
1	6
5	2
2	5
2	5
3	5
5	6
1	5
1	1
6	4
6	1

b. Sur l'échantillon précédent, $f = 0{,}1$.

c. La fréquence varie.

Expérimenter à l'aide d'une simulation

3. a. L'instruction rand + 0,4 fournit un nombre au hasard dans l'intervalle [0,4 ; 1,4[.

b. L'intervalle [0,4 ; 1[est plus long que l'intervalle [1 ; 1,4[.

c. La probabilité que l'instruction rand + 0,4 fournisse un nombre avec un 1 devant la virgule est 0,4 (car la longueur de l'intervalle [1 ; 1,4[représente 40 % de la longueur de l'intervalle [0,4 ; 1,4[).

d. S'il y a un 0 devant la virgule, la boule est bleue. S'il y a un 1 devant la virgule, la boule est rouge.

Remarque pour le professeur

Le **générateur de nombres** (pseudo) **aléatoires** de la calculatrice ou du tableur ne fournit pas un nombre « au hasard ». Il s'agit en fait d'un calcul (complètement déterministe) selon une suite au comportement chaotique, mais cyclique (le cycle est très long), fondée sur des propriétés arithmétiques. Ce générateur a cependant été construit de sorte que les tests statistiques sont incapables de distinguer les nombres qu'il fournit de nombres réellement fournis au hasard (voir l'exercice 6 où l'on étudie la première décimale d'ALEA). On peut faire confiance à la fonction « random » ou « ALEA » pour simuler le hasard, sans en connaître le fonctionnement (qui est d'ailleurs un secret de fabrication), comme on fait confiance à la touche racine carrée pour extraire une racine carrée, sans savoir comment elle procède.

4. a. L'instruction =6*ALEA() fournit un nombre décimal au hasard dans l'intervalle [0 ; 6[.

b. Les résultats possibles de l'instruction =1+ENT(6*ALEA() sont 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

c. Le résultat est variable. Compter le nombre de 6 et diviser par 10.

d. Le résultat est variable. Compter le nombre de 6 et diviser par 10.

Déterminer l'étendue des fréquences d'une série d'échantillons

5. a.

Échantillon n°	1	2	3	4	5
Nombre de billes défectueuses	1	5	1	3	2
Fréquence des billes défectueuses	0,01	0,05	0,01	0,03	0,02

L'étendue de ces fréquences est :

$$0{,}05 - 0{,}01 = 0{,}04.$$

b.

Échantillon n°	6	7	8	9	10
Nombre de billes défectueuses	37	39	43	38	47
Fréquence des billes défectueuses	0,037	0,039	0,043	0,038	0,047

L'étendue de ces fréquences est :

$$0{,}047 - 0{,}037 = 0{,}01.$$

c. La série des échantillons qui fluctue le moins est celle des échantillons de taille 1 000.

6. 1. a. Par exemple : 0,1 ; 0 ; 0,1 ; 0,1 ; 0 ; 0,3 ; 0,1 ; 0,2 ; 0,2 ; 0,1.
(Les résultats sont variables selon les simulations.)

b. Pour l'exemple précédent :

$$0{,}3 - 0 = 0{,}3.$$

2. a. L'étendue des fréquences pour les échantillons de taille 1 000 est beaucoup plus réduite que celle des échantillons de taille 10.

b. Les fréquences des échantillons de taille 1 000 fluctuent autour de la valeur 0,1.

3. Si le générateur de nombres aléatoires fonctionne correctement, la probabilité que le premier chiffre après la virgule soit un 0 vaut 0,1.

Faire preuve d'esprit critique dans une situation aléatoire

7. On ne peut pas annoncer que Madame Y sera élue, car il n'y a pas de certitude.

Remarque pour le professeur

On observe sur l'échantillon une fréquence $f = \dfrac{525}{900} \approx 0{,}58$ d'opinions favorables à Madame Y. Si l'on note p la fréquence d'opinions favorables dans la population, on sait que les fréquences obtenues sur des échantillons de taille 900 varient, dans plus de 95 % des cas, dans un intervalle de rayon $\dfrac{1}{\sqrt{900}} \approx 0{,}03$ centré autour de p. Cela conduit à donner un « **intervalle de confiance** » pour p, une « fourchette » dans laquelle on pense que se situe vraisemblablement la valeur p : [0,58 – 0,03 ; 0,58 + 0,03], c'est-à-dire [0,55 ; 0,61]. Cette procédure est fiable dans plus de 95 % des cas. Une majorité de la population est donc vraisemblablement en faveur de Madame Y (même s'il n'y a pas de certitude).

La notion d'intervalle de confiance, centré sur la fréquence f observée, **n'est pas au programme** du bac professionnel. L'intervalle au programme de première, centré sur p est l'intervalle de fluctuation de plus de 95 % des échantillons (lorsqu'on a un grand nombre d'échantillons).

8. a. On a $f_A = \dfrac{1}{12} \approx 0{,}08$ et

$f_B = \dfrac{3}{12} = 0{,}25$.

b. On a $p = \dfrac{2}{12} \approx 0{,}17$.

c. Des fréquences telles que f_A et f_B sont observées en grand nombre sur le graphique (alignements de points aux lignes 3 et 4).

d. Le classement des hôpitaux A et B n'est pas « significatif » car les fréquences observées dans ces deux hôpitaux peuvent facilement s'expliquer par le hasard (à partir de la même valeur de p).

9. a. Avec une incertitude de plus ou moins 3 %, on obtient, à partir de 18 %, l'intervalle [15 % ; 21 %] et, à partir de 14 %, l'intervalle [11 % ; 17 %].

b. Les deux fourchettes précédentes ayant une partie commune, elles ne permettent pas de prévoir l'ordre des candidats.

c. Les pourcentages obtenus lors de l'élection sont compris dans les fourchettes calculées au b) : 16,18 % est compris dans l'intervalle [15 % ; 21 %] et 16,86 % est compris dans l'intervalle [11 % ; 17 %].

Remarques pour le professeur

• Même si la notion d'intervalle de confiance (ou de fourchette) n'est pas au programme (aucune connaissance à ce propos n'est exigible des élèves), la connaissance des fluctuations des échantillons de taille 1 000 de plus ou moins 3 % autour du pourcentage présent dans la population permet d'avoir un regard critique relativisant le résultat d'un sondage. Il s'agit là d'un enjeu important pour l'éducation du **citoyen**.

• Les sondages effectués en France lors d'élections ne sont pas des sondages aléatoires : les échantillons ne sont pas constitués selon un tirage au hasard. Cela demande en effet beaucoup de temps et d'argent d'interroger « coûte que coûte » la personne tirée au sort. On procède par **quotas**, respectant certains critères de la structure de la population et, à l'intérieur de chaque catégorie, les personnes prises en compte sont les premières à répondre. On estime cependant que la « fiabilité » de ces sondages par quotas de taille 1 000 est équivalente à celle d'un sondage aléatoire de taille 1 000 (analogue aux échantillons étudiés dans ce chapitre).

Problèmes

Problème 1

1. On a $p = \dfrac{105}{205} \approx 0{,}512$.

2. a. Sur un échantillon de taille 227 extrait d'une population où $p = 0{,}512$, obtenir une fréquence de garçons de l'ordre de $f \approx 0{,}48$ est habituel (il y a beaucoup de points dans cette zone du graphique).

b. Sur un échantillon de taille 227 extrait d'une population où $p = 0{,}512$, obtenir une fréquence de garçons de l'ordre de $f \approx 0{,}6$ est très rare.

c. Sur un échantillon de taille 227 extrait d'une population où $p = 0{,}512$, obtenir une fréquence de garçons de l'ordre de $f \approx 0{,}56$ est rare.

3. a. La fréquence des garçons observée parmi les 227 enfants des personnes exposées aux pesticides est $\dfrac{91}{227} \approx 0{,}40$.

b. D'après le graphique, il s'agit d'une fréquence très rare dans des conditions habituelles. C'est inquiétant.

Démarche d'investigation

Problème 2

1. Si le sourcier répond au hasard, il a une chance sur cinq de répondre correctement :

$$p = \frac{1}{5} = 0,2.$$

2. On a simulé 200 échantillons de taille 30.
La fréquence des bonnes réponses du sourcier est $\frac{9}{30} = 0,3$. Un résultat proche de 0,3 n'est pas rare sur le graphique, lorsqu'on répond au hasard. Il ne faut pas penser que le soucier possède un don.

Problème 3

1. a. On peut interpréter la valeur 1 comme un électeur faisant confiance à Monsieur Z et la valeur 0 comme un électeur ne faisant pas confiance à Monsieur Z.
b. Les fréquences observées fluctuent dans l'intervalle [0,45 ; 0,6].
2. Sur l'échantillon de taille 500, on observe une fréquence d'électeurs favorables à Monsieur Z égale à $\frac{223}{500} = 0,446$. Cette valeur n'est pas dans l'intervalle de fluctuation calculé lorsque Monsieur Z a raison. On ne peut donc pas considérer comme exacte l'affirmation de Monsieur Z.

Je teste mes connaissances

Page 134

1. A et B
2. C
3. B
4. B
5. A et B
6. A et B
7. A
8. B
9. B
10. C

Aires, volumes, agrandissements (12)

Activités

Page 135

– Les dimensions sont 2 500 fois plus petites.
– $A_{\text{terrain rectangulaire}} = 5\ 880\ \text{m}^2$; $A_{\text{rectangle}} = 940{,}8\ \text{mm}^2$.
– L'aire du terrain est 6 250 000 fois plus grande que l'aire du rectangle sur la carte.

Pages 136 et 137

Est-ce que je sais ?

a) C'est Sonia qui a parcouru la plus grande distance, car 0,6 km = 600 m.
b) $BC < DE < CD < AB$.
c) C'est S_3 qui a la plus petite surface.

Activité 1

1. a) $EC = BC - AD$. EC = 1,2 m.
b)
$CD = \sqrt{DE^2 + EC^2} = \sqrt{10^2 + 1{,}2^2} \approx 10{,}07$ m.
c) Cinq aires à déterminer : le fond et les quatre côtés.
Deux côtés de forme trapèze peuvent être obtenus directement ou par la décomposition de l'aire d'un rectangle et d'un triangle.
$A_{\text{carrelé}} = 1{,}1 \times 5 + 10{,}07 \times 5 + 2{,}3 \times 5 + 2(1{,}1 \times 10 + \dfrac{10 \times 1{,}2}{2}) = 101{,}35\ \text{m}^2$.
d) Nombre de paquets de carrelage :
$n = 101{,}35 \div 1{,}25 = 81{,}08$ paquets, soit 82 paquets nécessaires.
Le prix maximal d'un paquet vaut
$1\ 200 \div 82 = 14{,}63$, soit 14,63 €.
Donc Ludivine peut choisir le carrelage de types 1 et 2.
2. a)
$V_{\text{piscine}} = 1{,}1 \times 5 \times 10 + \dfrac{1{,}2 \times 5 \times 10}{2} = 85\ \text{m}^3$.
b) Volume journalier à faire circuler :
$85 \times 4 = 340\ \text{m}^3$.
Volume d'eau mis en mouvement par chaque pompe :
$V_{\text{Oclair}} = 204\ \text{m}^3$; $V_{\text{Ondine}} = 300\ \text{m}^3$;
$V_{\text{Pulsar}} = 384\ \text{m}^3$; $V_{\text{Ultraflow}} = 468\ \text{m}^3$.
L'appareil le plus adapté est la pompe Pulsar car c'est celle dont le volume se rapproche du volume d'eau à faire circuler en le dépassant.

Activité 2

1. a) $r = 8$ cm.
b) $p = 2\pi \times r = 16\pi \approx 50{,}3$ cm.
c) $A = \pi r^2 = 64\pi = 201{,}1\ \text{cm}^2$.
2. a) $R = 24$ cm.
b) $p = 2\pi \times R = 48\pi \approx 150{,}8$ cm ;
$A = \pi R^2 = 576\pi = 1\ 809{,}6\ \text{cm}^2$.
c) Le périmètre triple.
d) L'aire a été multipliée par 9.
e) Cette galette est prévue pour 18 personnes.
3. Elle sera prévue pour 8 personnes.

Activité 3

1. $V_c = 2{,}5^3 = 15{,}625\ \text{cm}^3$;
$V_s = \frac{4}{3}\pi \times 2^3 \approx 33{,}51\ \text{cm}^3$;

$V_p = 2{,}4 \times 4 \times 1{,}8 = 17{,}28$ cm^3.

2. $V'_c = 5^3 = 125$ cm^3 ;

$V'_s = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 \approx 904{,}78$ cm^3 ;

$V'_p = 9{,}6 \times 16 \times 7{,}2 = 1\,105{,}92$ cm^3.

3. a) $\dfrac{V'_c}{V_c} = 8$; $\dfrac{V'_s}{V_s} = 27$; $\dfrac{V'_p}{V_p} = 64$.

b) 8 est le cube de 2 ; 27 est le cube de 3 ; 64 est le cube de 4.

4. Le volume est multiplié par k^3.

J'utilise un logiciel

Page 141

1. • $V = \dfrac{1}{3} \times \text{base} \times \text{hauteur} = \dfrac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 4 = 12 \times \pi$.

• $k < 1$ puisque l'on parle de réduction. $k = h/4$, d'où $h = 4k$.

• $V' = k^3 \times V$. Lorsque l'on multiplie toutes les dimensions par k, le volume est multiplié par k^3.

2. • $\dfrac{V}{2} = 18{,}849\,6$.

D12 =B12*12*PI()

	A	B	C	D	E
1	k	k³	h	V'	
2	0	0	0	0	
3	0,1	0,001	0,4	0,03769911	
4	0,2	0,008	0,8	0,30159289	
5	0,3	0,027	1,2	1,01787602	
6	0,4	0,064	1,6	2,41274316	
7	0,5	0,125	2	4,71238898	
8	0,6	0,216	2,4	8,14300816	
9	0,7	0,343	2,8	12,9307954	
10	0,8	0,512	3,2	19,3019453	
11	0,9	0,729	3,6	27,4826525	
12	1	1	4	37,6991118	

• On trouve l'encadrement de a : $2{,}8 < a < 3{,}2$.

3.

D12 =B12*12*PI()

	A	B	C	D	E	F
1	k	k³	h	V'		
2	0,7	0,343	2,8	12,9307954		
3	0,71	0,357911	2,84	13,4929268		
4	0,72	0,373248	2,88	14,0711181		
5	0,73	0,389017	2,92	14,6655954		
6	0,74	0,405224	2,96	15,2765849		
7	0,75	0,421875	3	15,9043128		
8	0,76	0,438976	3,04	16,5490053		
9	0,77	0,456533	3,08	17,2108886		
10	0,78	0,474552	3,12	17,8901889		
11	0,79	0,493039	3,16	18,5871324		
12	0,8	0,512	3,2	19,3019453		

• On trouve l'encadrement de a : $3{,}16 < a < 3{,}20$.

• 0,79 pour A2 et 0,80 pour A12.

D5 =B5*12*PI()

	A	B	C	D	E
1	k	k³	h	V'	
2	0,79	0,493039	3,16	18,5871324	
3	0,791	0,49491367	3,164	18,6578058	
4	0,792	0,49679309	3,168	18,7286582	
5	0,793	0,49867726	3,172	18,7996897	
6	0,794	0,50056618	3,176	18,8709006	
7	0,795	0,50245988	3,18	18,942291	
8	0,796	0,50435834	3,184	19,0138613	
9	0,797	0,50626157	3,188	19,0856117	
10	0,798	0,50816959	3,192	19,1575423	
11	0,799	0,5100824	3,196	19,2296534	
12	0,8	0,512	3,2	19,3019453	

• On trouve l'encadrement de a : $3{,}172 < a < 3{,}176$.

Exercices et problèmes

Pages 142 à 145

Exercices

Longueur d'un cercle

1. a) $p = 40\,074{,}156$ km.

b) $p' = 40\,074{,}165$ km.

Aires

2. $A = \pi \times 5{,}5^2 \approx 95{,}03$ m^2.

3. $L = 9$ cm.

4. $a = 13$ m.

5. $A = 756$ cm^2.

6. $A = 7\,140$ m^2.

7. $A = 135$ cm^2.

8. a) $A_{\text{rectangle}} = 12\,600$ m^2.

$A_{\text{triangle}} = 5\,400$ m^2.

b) $A_{\text{totale}} = 18\,000$ m^2.

c) $A_{\text{trapèze}} = \dfrac{(140 + 260) \times 90}{2} = 18\,000$ m^2.

d) $A_{\text{totale}} = 1{,}80$ ha.

9. $A = 3{,}5^2 - \pi \times 1{,}75^2 \approx 2{,}629$ cm^2.

10. $A = 6\,361{,}7$ cm^2.

Volumes

11. $A = 6 \times 4{,}5^2 = 121{,}5$ cm^2.
$V = 4{,}5^3 = 91{,}125$ cm^3.

12. Volume de la casserole :
$\pi \times 6^2 \times 7 \approx 791$ cm^3.
Volume de lait : 750 cm^3.
Donc le lait ne va pas déborder.

13. a) Le rayon des demi-sphères est 0,6 m.
Le rayon de la base du cylindre est 0,5 m.
b) Aire de la citerne :
$A = 2\pi \times 0{,}6 \times 5{,}6 + 4\pi \times 0{,}6^2 = 8{,}16\pi \approx 25{,}64$ m^2.
c) Volume de la citerne :
$V = \pi \times 0{,}6^2 \times 5{,}6 + \frac{4}{3}\pi \times 0{,}6^3 \approx 7{,}238$ m^3 = 7 238 L.

14. a) $h = 30 - 4 = 26$ cm.
b) $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 26^2 \times (3 \times 15 - 26) = \frac{676\pi}{3} \times 19$
$\approx 13\,450$ cm^3.

15. Volume de métal restant :
$15 \times 10 \times 4 - \pi \times 2{,}5^2 \times 4 \approx 521{,}46$ cm^3.

Agrandissement et réduction

16. a) $k = 6$.
b) Par $k^3 = 216$.

17. a) $k = \sqrt{36} = 6$.
b) Par $k = 6$.

18. a) $k = 5$.
b) Par cinq.

19. Son nouveau volume est $3^3 = 27$ fois plus grand, soit 540 cm^3.

20. $k^2 = \frac{25}{64}$. Donc $k = \sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{5}{8} = 0{,}625$.

21. Par 10.

Problèmes

Problème 1

Coefficient de réduction $k = \sqrt{\frac{1}{2}}$ et coefficient d'agrandissement $k' = \sqrt{2}$.

Problème 2

$k = \frac{1}{3}$, d'où $k^2 = \frac{1}{9}$.

L'aire de la table est 9 fois plus grande, soit 5 850 cm^2.

Problème 3

a) De 25 %. Soit $k = 1{,}25$.
b) $k^2 = 1{,}25^2 = 1{,}5625$.
Soit une augmentation de 56,25 %.

Problème 4

Augmentation de l'aire de 84 %.
$k^2 = 1{,}84$.
Donc $k = \sqrt{1{,}84} \approx 1{,}36$.
Soit une augmentation de 36 %.

Problème 5

Le volume du cube est : $8^3 = 512$ cm^3.
Le rayon de la boule est : 4 cm.
Le volume de la boule est : $\frac{4}{3} \times \pi \times 43 \approx 268$ cm^3.
Pourcentage de remplissage : $\frac{268}{512} \approx 0{,}52$, soit 52 %.

Problème 6

$V_{trou} = 210$ m^3 ;
$V_A = 11{,}7$ m^3 ; soit 18 allers-retours ; soit 1 116 €.
$V_B = 12{,}69$ m^3 ; soit 17 allers-retours ; soit 1 088 €.
C'est l'agence B qui établira la facture la moins élevée.

Problème 7

a) $p = 24$ cm.
b) $k = \frac{180}{24} = 7{,}5$.
c) $A'B' = 45$ cm, $B'C' = 60$ cm, $A'C' = 75$ cm.
d) $A_{A'B'C'} = 24 \times k^2 = 1\,350$ cm^2.

Problème 8

a) $k = 2$.
b) $V_1 = 0{,}92$ m^3.
c) $k^3 = 8$. $V_2 = 8 \times 0{,}92 = 7{,}36$ m^3.
d) $V = V_1 + V_2 = 8{,}28$ m^3.

Problème 9

$k = \frac{14}{7} = 2.$

Le volume total de la cerise est de $k^3 = 8$ fois le volume du noyau.

Donc le volume de la chair est 7 fois plus importante que le volume du noyau.

Problème 10

1. a) $k = \frac{1}{100}$; $k^3 \approx 10^{-6}$.

b) $8\,000 \times 10^{-6} = 8 \times 10^{-3}$ tonnes $= 8$ kg.

c) $k^3 = \frac{1}{8 \times 10^6}$. $k = \frac{1}{200}$. Soit une hauteur H du modèle réduit de 1,6 m.

2. a) $k = \frac{1}{43}$. $l = 4{,}288 \times \frac{1}{43} = 0{,}099\,7$ m $\approx$ 99,7 mm.

b) $A = 1{,}12 \times \left(\frac{1}{43}\right)^2 = 6{,}06.10^{-4}$ m^2 $\approx$ 606 mm^2.

c) $V = \frac{13{,}622}{k^3} = 1\,083\,044{,}354$ cm^3 $\approx$ 1 083 dm^3.

Problème 11

1. a) $p = \frac{1}{2}(a + b + c)$

b) $p = \frac{1}{2}(3 + 4 + 5) = 6$ cm.

$S = \sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)} = \sqrt{36} = 6$ cm^2.

Le triangle ABC est un triangle rectangle.

$S = \frac{3 \times 4}{2} = 6$ cm^2.

c) $p = \frac{1}{2}(7 + 9 + 11) = 13{,}5$ cm.

$S = \sqrt{13{,}5(13{,}5-7)(13{,}5-9)(13{,}5-11)} = \sqrt{987{,}1875} \approx 31{,}42$ cm^2.

2. a) $p = \frac{1}{2}(a + a + a) = \frac{3a}{2}$.

$S = \sqrt{\frac{3a}{2}\left(\frac{3a}{2} - a\right)\left(\frac{3a}{2} - a\right)\left(\frac{3a}{2} - a\right)} = \sqrt{\frac{3a^4}{16}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

b) $A = 7^2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 21{,}22$ cm^2.

c) $a = \sqrt{\frac{232}{\sqrt{3}}} = 11{,}6$ cm.

Problème 12

1. a) $A_{\text{base}} = \pi \times 6^2 = 36\pi \approx 113{,}1$ cm^2.

b) On calcule la hauteur OS à l'aide du théorème de Pythagore :

$OS = \sqrt{220} \approx 14{,}8$ cm.

$V_1 = \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times \text{hauteur} = 12\sqrt{220}\pi \approx$ 559,2 cm^3.

2. a) $k = \frac{SM'}{SM} = \frac{10}{16} = 0{,}625$.

b) $V_2 = V_1 \times k^3 \approx 136{,}5$ cm^3.

3. $V_{\text{tronc cône}} = V_1 - V_2 = 422{,}7$ cm^3.

Démarche d'investigation

Problème 13

a) Pour optimiser la représentation, on peut considérer que la longueur de la maison se trouvera dans la longueur de la feuille.

$\frac{1400}{29{,}7} \approx 47{,}13$ et $\frac{1100}{21} \approx 52{,}38$. Par rapport aux échelles proposées, la largeur ne permet pas de prendre une échelle plus grande qu'au $\frac{1}{50}$.

Donc les échelles possibles sont $\frac{1}{200}$, $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{50}$.

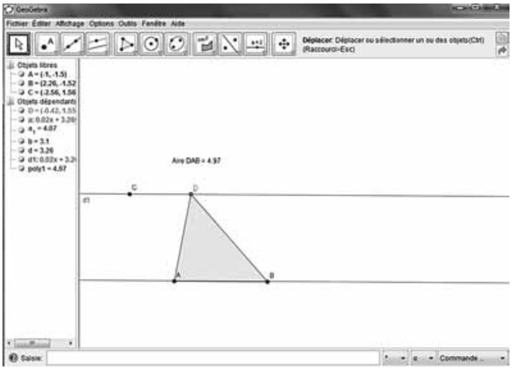
b) L'échelle la plus grande qu'il puisse choisir est $\frac{1}{50}$. Donc il doit diviser toutes les dimensions par 50.

Problème 14

1. Les deux ailes du papillon ont la même aire.

D'autres conjectures sont tout autant acceptables, l'essentiel est la confrontation en 4.

2. a)

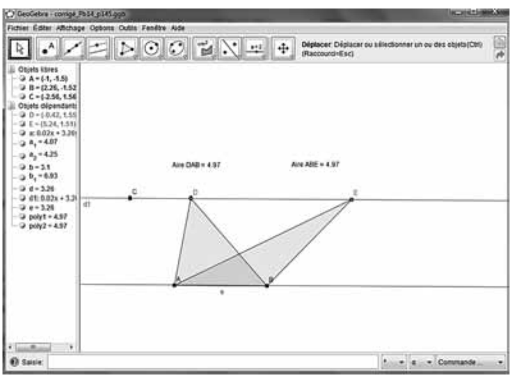


Voir fichier **12_pb14_corrige.ggb**.

b) La hauteur du triangle *ABD* est fixe puisque d_1 est parallèle à (*AB*).

La base [*AB*] du triangle et sa hauteur sont fixes, donc l'aire du triangle est constante.

3. a)



b) Elles sont identiques pour la même raison qu'en 2.b).

4. Les aires des triangles *ABD* et *ABE* sont identiques.

Si on nomme *I* le point d'intersection de (*AE*) et (*BD*), on peut décomposer l'aire de chaque triangle :

$A_{ABD} = A_{ADI} + A_{ABI}$ et $A_{ABE} = A_{ADI} + A_{BIE}$

Comme $A_{ABD} = A_{ABE}$ alors en en déduit que $A_{ADI} = A_{BIE}$.

Je teste mes connaissances

Page 146

1. A
2. A
3. C
4. A
5. B
6. C
7. A
8. C
9. C
10. A

Probabilités

13

Activités

Page 147

– Puisqu'on effectue des tirages avec remise, en secouant bien l'urne, la boule rouge a une chance sur cent de sortir au prochain tirage.

– Dans le modèle de la crue centennale, il est incorrect d'affirmer que « la probabilité d'une telle catastrophe augmente d'année en année », puisque ce modèle suppose que chaque année la probabilité de la catastrophe est la même : 1/100.

Remarques pour le professeur

Cet exemple montre les **enjeux citoyens** d'une formation en probabilités. Dans le domaine de l'environnement, en particulier, nombre de décisions sont prises à partir de modèles dont la compréhension n'est pas immédiate. Pour la prévention des crues, des modèles bien sûr plus sophistiqués que celui présenté ici existent, prenant notamment en compte le niveau des nappes phréatiques par exemple. Il n'en reste pas moins vrai que l'expression « crue centennale » est couramment employée, sans que l'on sache toujours ce qu'elle recouvre.

La moyenne en question, une fois tous les cent ans, n'est pas très compréhensible à l'échelle d'une vie humaine. Si l'on effectue des simulations, on constatera que de nombreux siècles ne comporteront aucune crue centennale mais, qu'au contraire, certaines « **séries** » peuvent se produire (comme sur l'image ci-après). L'**expérimentation** du « hasard » est utile pour en prendre conscience : on peut par exemple utiliser le fichier **13_crues_centennales.xls** ou **13_crues_centennales.ods** en vidéo-projection en classe : voir graphique page suivante.

D'un point de vue théorique, dans le modèle de la crue centennale, le nombre de crues centennales durant un siècle correspond à une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0{,}01$.

La probabilité, qu'un siècle donné, il n'y ait pas de crue centennale est donnée par =LOI.BINOMIALE(0;100;0,01;FAUX) et vaut environ 36,6 % et la probabilité qu'il y ait plus d'une crue centennale est donnée par =1-LOI.BINOMIALE(1;100;0,01;VRAI) et vaut environ 26,4 %.

Pages 148 et 149

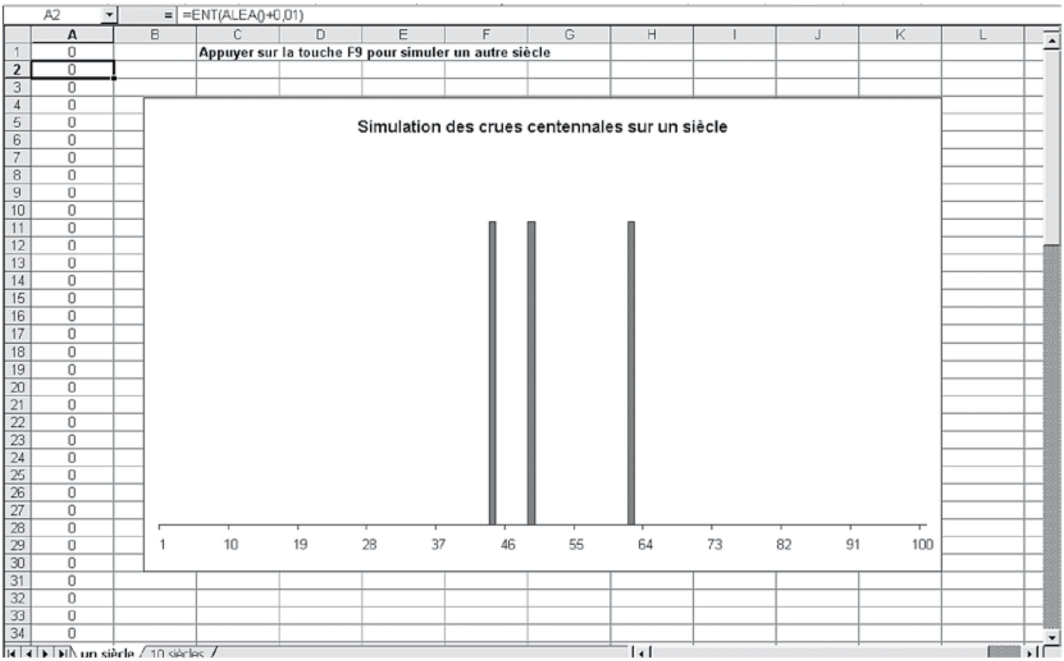
Est-ce que je sais ?

1. a. Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1, or $\frac{9}{8} > 1$.

b. La somme des probabilités des différentes issues possibles doit valoir 1, or $0{,}25 + 0{,}6 + 0{,}2 = 1{,}05$.

2. a. C'est le hasard qui explique que les résultats sont différents.

b. D'après le chapitre 11 sur les fluctuations d'une fréquence, on sait que le résultat le plus fiable est celui fourni par l'échantillon de plus grande taille, c'est-à-dire 4 %.



Activité 1

1. La fréquence des cases grisées sur la grille est $\frac{12}{100} = 0{,}12$.

2. a. La probabilité de désigner une case (donnée) est $\frac{1}{100} = 0{,}01$.

b. La probabilité que l'ordinateur touche un des vaisseaux est $\frac{12}{100} = 0{,}12$.

c. La probabilité que l'ordinateur tire « dans l'eau » est $\frac{88}{100} = 0{,}88$ (ou $1 - 0{,}12$).

3. a. Il y a 8 résultats possibles, H6, I6, J6, H7, J7, H8, I8 et J8. Chacun de ces choix a comme probabilité $\frac{1}{8} = 0{,}125$.

Remarque : on peut aussi donner comme réponse qu'il y a deux résultats possibles, « dans l'eau » et « touché », le premier ayant comme probabilité $\frac{6}{8}$ et le second $\frac{2}{8}$.

b. La probabilité que l'ordinateur touche à nouveau le croiseur est $\frac{2}{8} = 0{,}25$.

Remarque pour le professeur

Cette activité correspond à la capacité « calculer des probabilités dans des contextes familiers » du **programme de troisième**. Dans le cas présent l'approche fréquentiste (stabilisation des fréquences observées lorsqu'on répète indépendamment l'expérience) ne s'impose pas, car il est possible de déterminer « *a priori* », par un simple décompte, les probabilités demandées. On peut raisonner en proportion des « cas favorables » par rapport aux « cas possibles », en supposant que tous les cas ont la même probabilité de se produire (équiprobabilité). Il est inutile de trop théoriser ces pratiques, lorsqu'il s'agit de « cas simples » comme celui-ci (c'est l'esprit du programme de troisième).

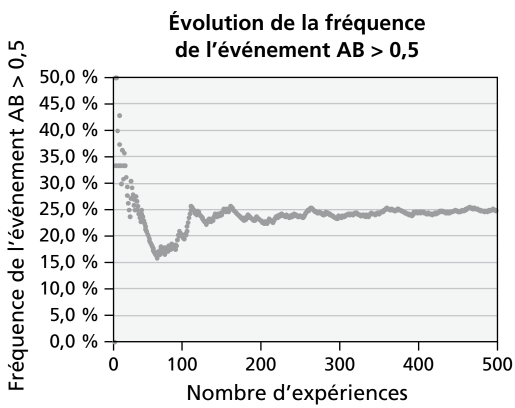
Activité 2

a. La première boule tirée est rouge (fréquence des boules rouges tirées égale à 1 après le premier tirage).
b. La deuxième boule tirée est blanche (fréquence des boules rouges tirées égale à 0,5 après le deuxième tirage).
c. Le point d'abscisse 100 a pour ordonnée environ 0,55.
d. La fréquence des boules rouges se stabilise, lorsque le nombre de tirages augmente, vers la valeur 0,6.

Remarques pour le professeur
Dans cette activité, **on connaît la probabilité** de tirer une boule rouge dans l'urne. Elle correspond à la fréquence des boules rouges dans l'urne, que l'on sait valoir 0,6. Dans cette situation, on vérifie que la fréquence des boules rouges tirées, observée après *n* tirages, se stabilise vers la probabilité de tirer une boule rouge, lorsque *n* augmente. On pourra, dans l'activité suivante, se fonder sur cette observation pour **« estimer » une probabilité** cette fois inconnue.
On illustre ici l'**approche fréquentiste** d'une probabilité, fondée sur la « loi des grands nombres ». On constate que sur les 100 premiers tirages, la variabilité due au hasard est très grande. La « convergence » n'est pas « régulière », on parle de convergence « en probabilité » ou de convergence « presque sûre ». Plutôt que d'utiliser le terme de « convergence », que l'on serait bien en peine de définir aux élèves, il est préférable d'observer et de parler de (relative) stabilisation des fréquences.
Dans la **pratique** de la vie quotidienne ou professionnelle, par exemple pour déterminer un risque d'accident ou le temps du lendemain, l'approche fréquentiste d'une probabilité, fondée sur l'observation statistique, est souvent la seule possible. Sauf dans le cas des jeux simples (comme dans l'activité 1), il n'est généralement pas possible de calculer une probabilité par le simple dénombrement des cas supposés équiprobables.

Activité 3

1. a. Cette question permet de s'approprier l'énoncé de la situation (une situation assez simple où la probabilité de l'événement n'est pas connue *a priori*).
b. Pour de (fausses) raisons de symétrie, on pense souvent que la probabilité cherchée est égale à 0,5. Quelques rares élèves sentent parfois que pour obtenir un grand segment *AB*, le choix des points *A* et *B* est plus limité que pour obtenir un petit segment.
2. a. On constate sur les simulations que la fréquence de l'événement *E* se stabilise vers 25 %.



b. On évalue la probabilité de *E* à 0,25 (ce qui est probablement contraire à l'idée que l'on en avait *a priori* à la question 1.b).

Compléments pour le professeur permettant le « recul » sur « l'essentiel »

Page 150

Le contenu ci-dessous est uniquement destiné aux enseignants.

1. Vocabulaire des probabilités

Ce vocabulaire ne doit pas faire l'objet de « **définitions** », au sens mathématique du terme. On en est en effet incapable à ce niveau d'étude. Définir le terme « probabilité », dans le cadre de l'axiomatique de Kolmogorov, n'aurait sans doute guère de sens pour les élèves… Ceci n'empêche pas de travailler le concept. L'objectif étant de convaincre, par l'expérimentation, qu'un discours rationnel est légitime et efficace dans des situations incertaines.

Il n'est pas utile de trop insister sur l'impossibilité des événements de probabilité nulle. Ce qui est vrai dans les cas discrets, les seuls au programme des baccalauréats professionnels, ne l'est plus pour les lois continues, à commencer par la loi « normale », qui seront par la suite rencontrées par certains élèves, notamment en sections de techniciens supérieurs. Pour une loi continue, la probabilité $P(X = k)$ qu'une variable aléatoire X prenne une valeur ponctuelle k est nulle, et pourtant on observe bien des valeurs ponctuelles.

2. Tirages répétés dans une urne

L'**image de l'urne** (de Bernoulli) est importante car c'est à elle que l'on peut se ramener dans le cadre du programme des baccalauréats professionnels. C'est une manière de « matérialiser » la probabilité recherchée : il s'agit de la fréquence p, inconnue, des boules rouges (par exemple) dans l'urne.

3. Stabilisation des fréquences et évaluation de la probabilité

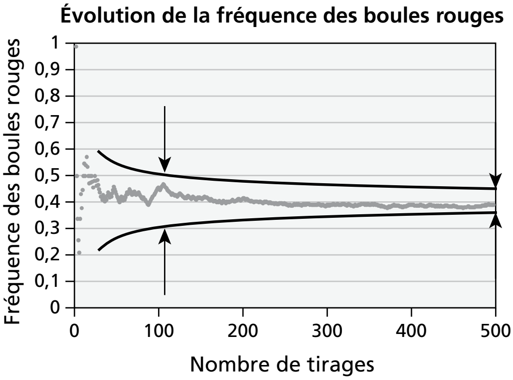
Une question fréquemment posée est la suivante : « ***combien de fois faut-il répéter l'expérience (ou sa simulation) pour estimer la probabilité d'un événement ?*** ».

La réponse est, bien sûr, « ça dépend ». D'une part il n'y a pas de certitude (on peut se fixer plus de 95 % de chances de faire une estimation correcte), d'autre part cela dépend de la qualité de l'estimation visée. On peut préciser cette réponse en utilisant l'intervalle de fluctuation de plus de 95 % des échantillons de taille n, qui figure au programme de première : sous certaines conditions ($n \geqslant 30$, $n \geqslant 5$ et $n(1-p) \geqslant 5$), plus de 95 % des échantillons de taille n fournissent une fréquence comprise entre $p - \frac{1}{\sqrt{n}}$ et $p + \frac{1}{\sqrt{n}}$.

Prenons par exemple $p = 0,4$. On peut dire que plus de 95 % des simulations de taille 100 fournissent une fréquence comprise entre 0,3 et 0,5 (amplitude $\frac{2}{\sqrt{100}}$) ou encore que 95 % des simulations de taille 500 fournissent une fréquence comprise entre $0,4 - \frac{1}{\sqrt{500}} \approx 0,355$

et $0,4 + \frac{1}{\sqrt{500}} \approx 0,445$ (amplitude $\frac{2}{\sqrt{500}}$).

On peut expérimenter ce résultat à l'aide du fichier **13_grands_nombres.xls** ou **13_grands_nombres.ods**. Cela signifie que, comme sur l'image suivante, plus de 95 % des « serpents » (correspondant à la fréquence cumulée de l'événement après n expériences) entrent dans « l'entonnoir » par la « porte » [0,3 ; 0,5] au niveau de la taille $n = 100$. Ou que plus de 95 % des « serpents » sortent de « l'entonnoir » par la « porte » [0,355 ; 0,445] au niveau de la taille $n = 500$.



Vous observerez que bien des « serpents » ne respectent guère « l'entonnoir », mais pour une taille n fixée ($n \geqslant 30$), il y a bien plus de 95 % des simulations où l'on est entre les limites prévues par la loi des grands nombres et matérialisées par « l'entonnoir » sur le graphique.

On peut donc faire le calcul dans le sens inverse. Si vous souhaitez estimer une probabilité p avec une fiabilité de plus de 95 % et un intervalle d'amplitude 0,01 par exemple, simulez un échantillon de taille n telle que $\frac{2}{\sqrt{n}} = 0{,}01$ c'est-à-dire $\sqrt{n} = 200$ ou $n = 40\,000$.

J'utilise un logiciel

Page 153

Voir le fichier **13_attente_corrige.xls** ou **13_attente_corrige.ods**.

1. a. On regarde combien de fois on lance la pièce avant d'obtenir « pile ».

b. L'événement E est réalisé lorsque la cellule E2 affiche la valeur 0.

c. La probabilité de E est environ 0,1.

Remarque pour le professeur

La fréquence de l'événement E, observée sur plus 95 % des simulations, est comprise entre $0{,}125 - \frac{1}{\sqrt{1000}} \approx 0{,}09$ et $0{,}125 + \frac{1}{\sqrt{1000}} \approx 0{,}16$. En faisant plusieurs fois F9, on peut réduire l'amplitude de l'estimation.

d. On a $0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}125$. Ce qui est cohérent avec l'estimation fournie par les simulations.

Remarque pour le professeur

L'utilisation d'un arbre de probabilités est assez souvent pratiquée en classe de troisième. Aucune autonomie n'est attendue de la part des élèves à cet égard. Ce TP fournit à la fois l'arbre et le calcul demandé.

2. e. La probabilité recherchée vaut environ 0,7.

f. L'arbre est le même qu'à la partie 1. avec la valeur 0,1 sur les branches menant vers P et la valeur 0,9 sur les branches menant vers F.

On a $0{,}9 \times 0{,}9 \times 0{,}9 = 0{,}729$.

Exercices et problèmes

Pages 154-157

Exercices

Connaître la signification d'une probabilité

1. La meilleure interprétation est la réponse c).

2. Ce qui exprime le mieux ce que veut dire le géologue est la proposition c).

3. a. Vrai ; **b.** Faux ; **c.** Faux ; **d.** Faux.

Obtenir une probabilité dans une situation aléatoire simple

4. La probabilité que Kevin prenne un bonbon rouge est $\frac{6}{25} = 0{,}24$.

5. La proportion des bonbons rouges dans le sachet *A* est $\frac{14}{20} = 0{,}7$. La proportion des bonbons rouges dans le sachet *B* est $\frac{6}{8} = 0{,}75$. C'est dans le sachet *B* que la probabilité de prendre un bonbon rouge est la plus grande.

Remarque pour le professeur

On peut (encore) rencontrer des élèves qui, au lieu de raisonner en fréquences, raisonnent en effectifs, généralement pour dire qu'il faut piocher dans le sachet qui contient le plus de bonbons rouges. Cet exercice est l'occasion de détecter ce type d'erreur concernant la notion de probabilité.

6. 1. La probabilité d'obtenir un nombre impair est 0,5 (c'est la proportion des faces impaires).

2. Il y a 2 faces, sur les 12, portant un multiple de 5. La probabilité d'obtenir un multiple de 5 est donc $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

3. Il y a 4 faces, sur les 12, portant un multiple de 3. La probabilité d'obtenir un multiple de 3 est donc $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

7. 1. C'est l'affirmation c) qui indique le mieux le niveau de Nadia.

2. La probabilité qu'une réponse prise au hasard soit fausse est $\frac{24}{100} = 0{,}24$.

8. 1. La probabilité que la fiche tirée soit celle d'un homme est $\frac{517}{1000} = 0{,}517$.

2. La probabilité que la fiche tirée soit celle d'une femme est $1 - 0{,}517 = 0{,}483$.

3. La probabilité que la fiche tirée soit celle d'une personne de moins de 65 ans est $\frac{866}{1000} = 0{,}866$.

Évaluer une probabilité à partir des fréquences

9. 1. La fréquence tend à se stabiliser vers la valeur 0,8 % c'est-à-dire 0,008.

2. On évalue la probabilité de l'événement *A* à 0,008.

Remarques pour le professeur

On pourra comparer avec $0{,}5^7 \approx 0{,}0078$.
Si l'on suppose qu'il n'y a pas de dérive dans la fabrication, la moyenne d'un échantillon a autant de chance d'être en dessous ou au-dessus de la cote visée. Si, en prélevant 7 échantillons, on obtient 7 moyennes du même côté de la cote visée, il y a peu de chances que la production ne connaisse pas de dérive.
La valeur 7 est la plus petite valeur de n pour laquelle $0{,}5^n$ est inférieur à 1 %. Ainsi lorsqu'on stoppe la production suite à 7 échantillons fournissant une moyenne du même côté de la norme visée, le risque de le faire alors que tout va bien est inférieur à 1 %.

Faire preuve d'esprit critique face à une situation aléatoire

10. 1. La probabilité de *E* est supérieure à 0,9.

2. Celle imaginée par l'homme est la table A (le « hasard » y est trop régulier, il n'y a pas de longue série – en ligne – de consécutifs égaux ; alors que la table B comporte une série de six 0 consécutifs).

Problèmes

Problème 1

1. La probabilité de prélever le dossier d'une personne atteinte de bronchite est :

$$\frac{100}{500} = 0{,}2.$$

2. La probabilité de prélever le dossier d'une personne atteinte de bronchite parmi les dossiers des fumeurs est :

$$\frac{60}{200} = 0{,}3.$$

Démarche d'investigation

Problème 2

1. Comme on suppose trois résultats possibles, certains peuvent penser que la « bonne » réponse est l'affirmation a).
La simulation du 2. montre qu'il ne s'agit pas du bon modèle (on n'a pas équiprobabilité des trois résultats possibles).
La fréquence du résultat GF tend à se stabiliser vers la valeur 0,5.
On évalue la probabilité du résultat « un garçon et une fille » à 0,5.

Remarques pour le professeur
Du point de vue des probabilités, la situation peut être modélisée de deux façons. Soit un univers constitué de quatre issues {(G, G) ; (G, F) ; (F, G) ; (F, F)} avec équiprobabilité, soit un univers constitué de trois issues {GG, GF, FF} avec comme probabilités correspondantes 0,25 ; 0,5 ; 0,25. L'adéquation de ces modèles avec la réalité n'est pas du tout évidente et, en particulier, le modèle {GG, GF, FF} muni de l'équiprobabilité n'est pas simple à discréditer (voir « l'erreur » de d'Alembert à l'article croix ou pile de *l'Encyclopédie*).
Plutôt qu'un argument d'autorité, l'expérimentation permet de convaincre. Si les circonstances le permettent, on peut demander aux élèves de lancers deux pièces de monnaie et d'étudier la fréquence de l'événement « les pièces tombent sur des faces différentes, l'une sur pile, l'autre sur face ». Sur quelques expériences, difficile de trancher entre les partisans de 50 % et ceux de 33 %. En regroupant les résultats dans la classe, une première tendance doit se dessiner, qui sera affirmée par la simulation, sur une plus grande échelle.

Je teste mes connaissances

Page 158

1. B
2. A
3. C
4. C
5. B
6. A et C
7. B
8. B et C
9. B et C
10. A et B

Utilisation de fonctions de référence

14

Activités

Page 159

– Une vitesse de 95 km/h.

– Lorsque la vitesse double, la distance de freinage est quatre fois plus importante à 120 km/h (280 m) qu'à 60 km/h (70 m).

– Un coefficient de $k = \dfrac{120}{35} \approx 3{,}4$.

Pages 160 et 161

Est-ce que je sais ?

1. a. Les fonctions f et h sont croissantes car le coefficient directeur est positif.

b. Les fonctions g et i sont décroissantes car le coefficient directeur est négatif.

2. a. Pour $m = 6{,}6$ tonnes.

b. Le prix payé sera 225 €.

c. Matpro : 150 € ; Gromat : 170 €.

d. Le fournisseur le moins cher pour 4 tonnes de sable est Matpro.

Activité 1

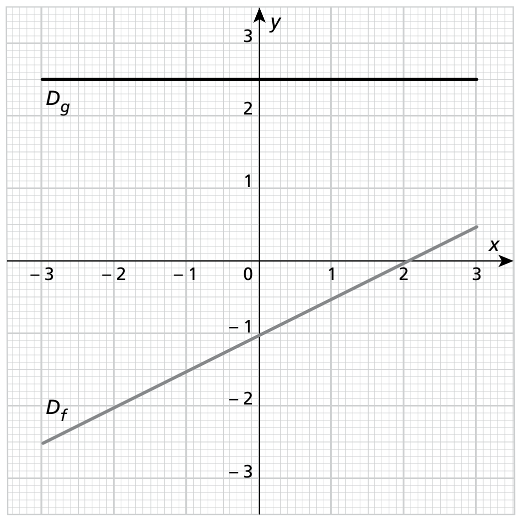
1. a. Voir graphique colonne suivante.

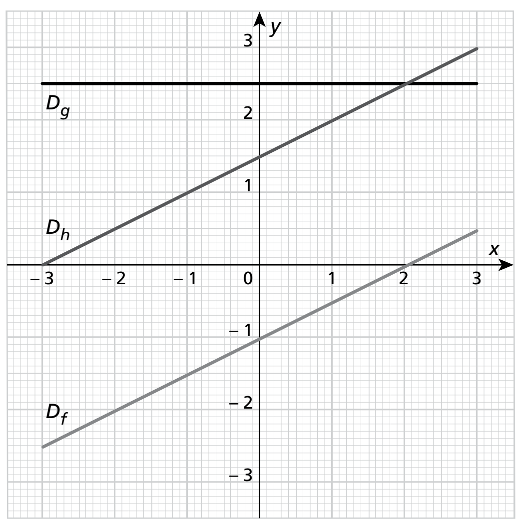
b. $h(x) = 0{,}5x + 1{,}5$.

c. Voir graphique colonne suivante.

d. Les droites D_f et D_h ont le même coefficient directeur.

e. La fonction h est croissante, comme la fonction f puisqu'elles ont le même coefficient directeur.





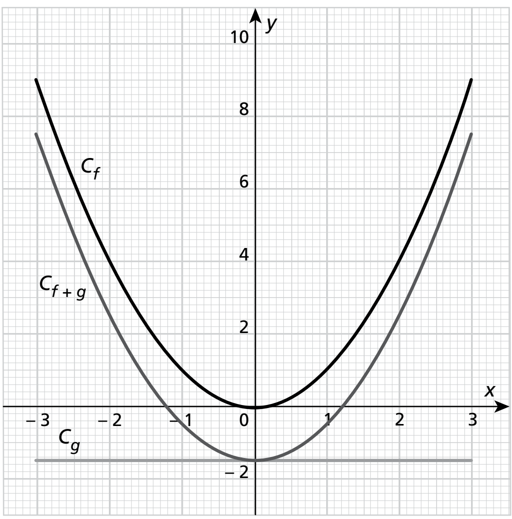
2. a. Tableau de valeurs :

x	– 3	– 2	– 1	– 0,5	0	0,5	1	2	3
$f(x)$	**9**	**4**	**1**	**0,25**	**0**	**0,25**	**1**	**4**	**9**
$g(x)$	**– 1,5**	**– 1,5**	**– 1,5**	**– 1,5**	**– 1,5**	**– 1,5**	**– 1,5**	**– 1,5**	**– 1,5**

b. Tableau de valeurs :

x	– 3	– 2	– 1	– 0,5	0	0,5	1	2	3
$f(x) + g(x)$	**7,5**	**2,5**	**– 0,5**	**– 1,25**	**– 1,5**	**– 1,25**	**– 0,5**	**2,5**	**7,5**

c.



d.

x	– 3		0		4
$f + g$	7,5	↘	– 1,5	↗	7,5

e. Les variations de la fonction $f + g$ sont identiques aux variations de la fonction f.

Activité 2

a.

x	– 2		0		2
f	4	↘	0	↗	4

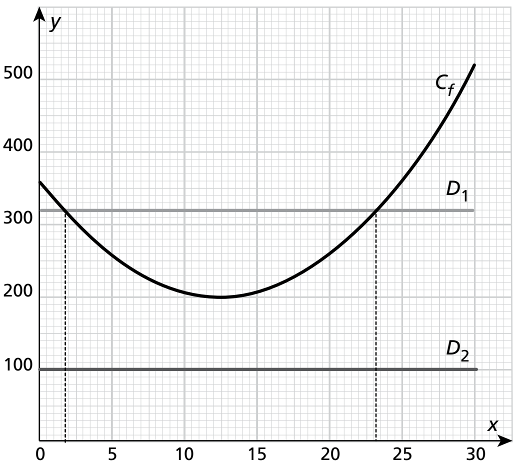
x	– 2		0		2
g	2,8	↘	0	↗	2,8

x	– 2		0		2
h	– 1,2	↗	0	↘	– 1,2

b. Les fonctions f et g ont le même sens de variation.
c. Les fonctions f et h ont des sens de variations contraires.
d. $g(1) = 0{,}7 \times h(1)$ et $h(1) = -\,0{,}3 \times g(1)$.
e. Pour chaque point de C_f, on multiplie son ordonnée par 0,7 pour obtenir l'ordonnée du point correspondant pour C_g et par – 0,3 pour obtenir l'ordonnée du point correspondant pour C_h.

Activité 3

1. a. Voir graphique page suivante.
b. Les abscisses des points d'intersections sont 2 et 23,5.
c. Le coût moyen de fabrication est de 320 € que l'on fabrique 2 ou 23,5 centaines de produits.
2. a. Voir graphique page suivante.
b. Il n'y a pas de point d'intersection.
c. Il n'y a aucune fabrication de produit qui corresponde à un coût moyen de 100 €.



J'utilise un logiciel

Page 165

1. • a. $a = 1$ et $b = 0$.

• Tableau de variation :

x	-4		0		4
x^2	16	↘	0	↗	16

• Une parabole.

2. Influence du paramètre *a*

• Pour les valeurs de a positive, la fonction f est décroissante sur $[-4 ; 0]$ et croissante sur $[0 ; 4]$ et pour les valeurs de a négatives, la fonction f est croissante sur $[-4 ; 0]$ et décroissante sur $[0 ; 4]$.

• Pour les valeurs de a positives, la fonction f a le même sens de variation que la fonction carré et pour les valeurs de a négatives, la fonction f varie en sens contraire de la fonction carré.

Influence du paramètre *b*

• Les coordonnées du sommet de la parabole sont $(0 ; b)$.

• Oui, l'axe des ordonnées.

Tableau de variation de la fonction *f*

• Pour $a > 0$

x	-4		0		4
f		↘	b	↗	

• Pour $a < 0$.

x	-4		0		4
f		↗	b	↘	

3. • Voir graphique ci-dessous.

$f(x) = k$ admet une solution lorsque $k = b$.

$f(x) = k$ n'admet aucune solution :

– lorsque $k < b$ pour $a > 0$;

– lorsque $k > b$ pour $a < 0$.

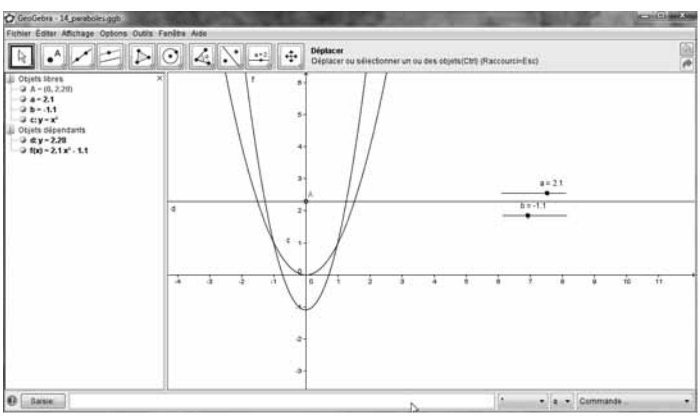
4. • La courbe représentative de f coupe l'axe des abscisses :

– lorsque $a > 0$, pour $b < 0$;

– lorsque $a < 0$, pour $b > 0$.

• C'est bien le cas.

• Cela fonctionne aussi pour d'autres valeurs de a et b.



Exercices et problèmes

Pages 166 à 169

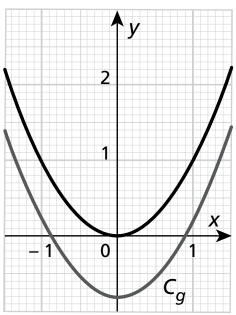
Exercices

Ajouter une fonction constante à une fonction

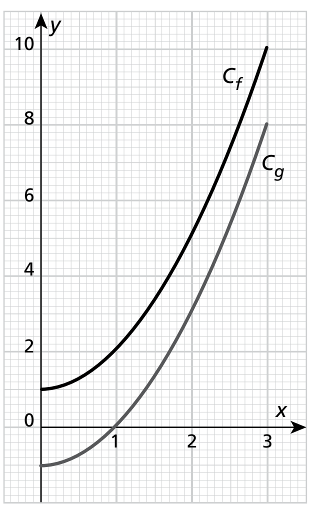
1. a.

x	$-1,5$		0		$1,5$
x^2	$2,25$	↘	0	↗	$2,25$
$g(x)$	$1,45$	↘	$-0,8$	↗	$1,45$

b.



2.



On ajoute $+1$ à $x \mapsto x^2$.
Le tableau de variation de la fonction f :

x	0		3
x^2	0	↗	9
$f(x)$	1	↗	10

On ajoute -1 à $x \mapsto x^2$.
Le tableau de variation de la fonction g :

x	0		3
x^2	0	↗	9
$g(x)$	-1	↗	8

3.

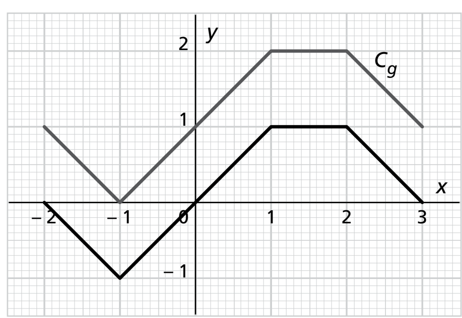
a. On ajoute $+1$ à la fonction f, donc la fonction g a les mêmes variations que la fonction f.

x	-2		-1		1		2		3
$f(x)$	1	↘	0	↗	2	→	2	↘	1

b.

x	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$	1	0	1	2	2	1

c.



Multiplier une fonction par une constante

4.

Les fonctions f, i, k et l sont représentées par une droite.

Les fonctions g, h et j sont représentées par une parabole.

5.

$f(3) = 36$; $f(-0{,}5) = 1$; $g(6) = -24$; $g(-1{,}5) = -1{,}5$.

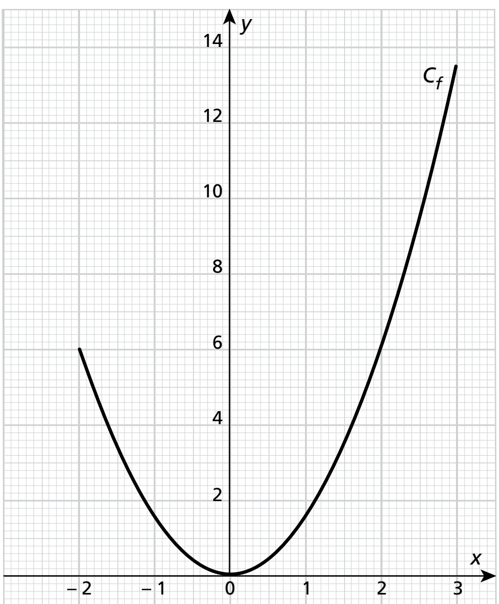
6.

A avec $h(x) = 0{,}4x^2$; B avec $g(x) = -x^2$; C avec $f(x) = x^2$; D avec $i(x) = -1{,}5x^2$.

7.

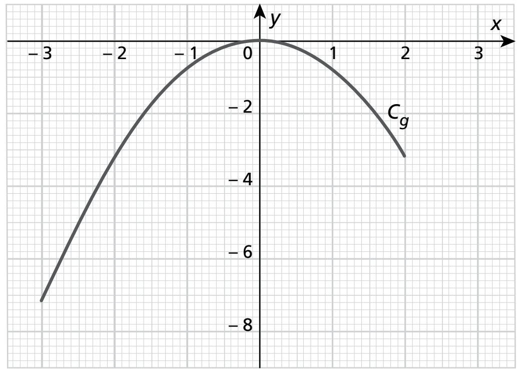
La fonction f est obtenue par multiplication de la fonction $x \mapsto x^2$ et de la constante $k_f = 1{,}5$.

Donc f a le même sens de variation que $x \mapsto x^2$.



La fonction g est obtenue par multiplication de la fonction $x \mapsto x^2$ et de la constante $k_g = -0{,}8$.

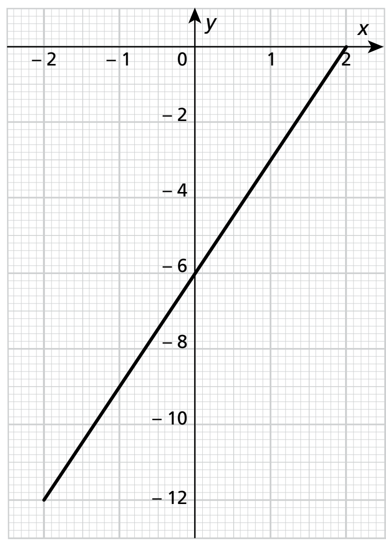
Donc g varie en sens contraire de $x \mapsto x^2$.



8.

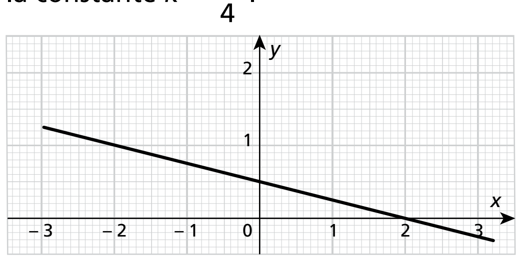
La fonction f est obtenue par multiplication de la fonction affine $x \mapsto x - 2$ et de la constante $k = 3$.

Donc f a le même sens de variation que $x \mapsto x - 2$. Elle est croissante.



9.

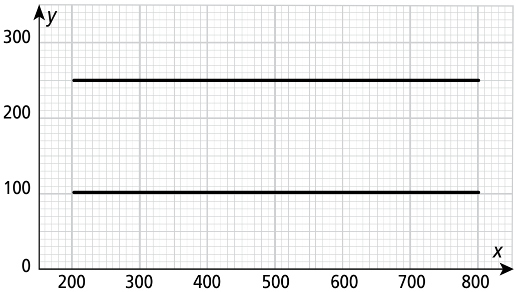
La fonction f est obtenue par multiplication de la fonction affine $x \mapsto x - 2$ et de la constante $k = \dfrac{-1}{4}$.



Donc f varie en sens contraire de la fonction affine $x \mapsto x - 2$. Elle est décroissante.

Résoudre l'équation $f(x)$ = constante

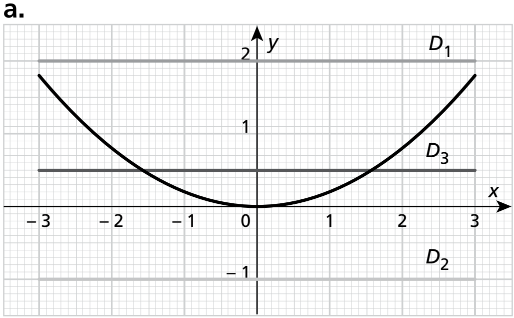
10.



11.
$f(x) = -0,5$ pour $x = -0,8$.
$f(x) = 0$ pour $x = -0,65$ et $x = 1$.
$f(x) = 1$ pour $x = -0,3$ et $x = 0,5$ et $x = 2$.
$f(x) = 2$ pour $x = 0$ et $x = 3$.
$f(x) = 2,5$ pour $x = 3,5$.

12.

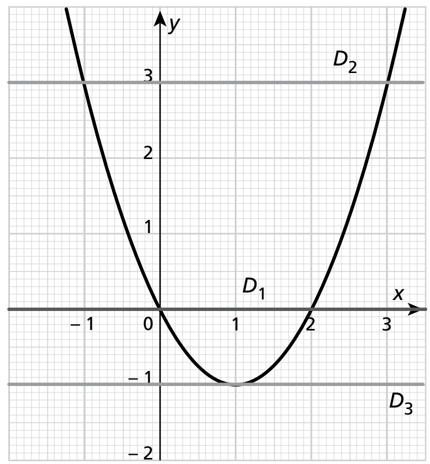
a.



b.
Droite (D_1) : sur $[-3 ; 3]$ l'équation $f(x) = 2$ n'admet pas de solution.
Droite (D_2) : sur $[-3 ; 3]$ l'équation $f(x) = -1$ n'admet pas de solution.
Droite (D_3) : sur $[-3 ; 3]$ l'équation $f(x) = 0,5$ admet deux solutions $-1,5$ et $1,5$.

13.
$x^2 = 1$: 2 solutions -1 et 1.
$x^2 = -0,1$: pas de solutions.
$3x^2 = 7$: 2 solutions $-1,5$ et 1,5.

14.

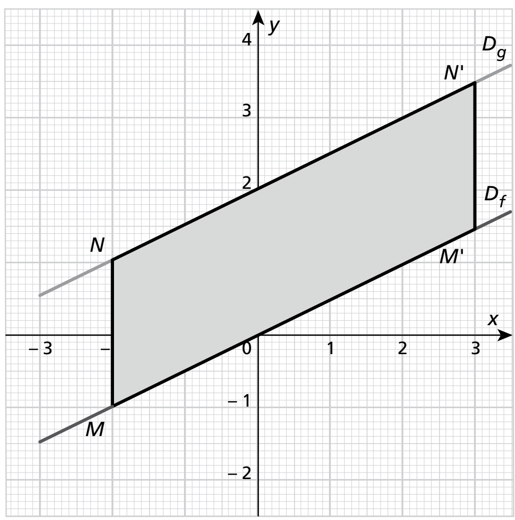


Droite (D_1) : sur $[-1 ; 3]$ l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions 0 et 2.
Droite (D_2) : sur $[-1 ; 3]$ l'équation $f(x) = 3$ admet deux solutions -1 et 3.
$x^2 - 2x + 1 = 0$ donne $x^2 - 2x = -1$.
Droite (D_3) : sur $[-1 ; 3]$ l'équation $f(x) = -1$ admet une solution 1.

Problèmes

Problème 1

a. et **b.**

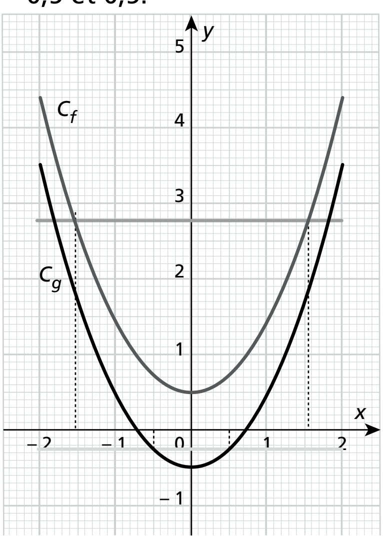


c. $MNN'M'$ est un parallélogramme.
Pour passer de f à g on ajoute $+ 2$ sans changer le sens de variation.

D'où les droites D_f et D_g ont le même coefficient directeur.
Donc D_f et D_g sont parallèles.
De plus, M et N ont même abscisse $x = -2$ et M' et N' ont même abscisse $x = 2$.
Donc les côtés MN et $M'N'$ sont également parallèles.
Un quadrilatère qui a ses côtés parallèles deux à deux est un parallélogramme.

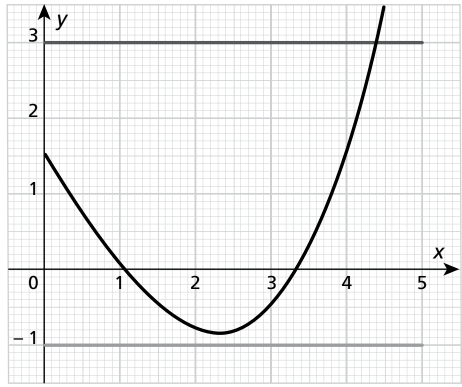
Problème 2

a. La fonction f est obtenue par ajout de $+ 0,5$ à la fonction $x \mapsto x^2$.
Donc f a le même sens de variation que $x \mapsto x^2$.
La fonction g est obtenue par ajout de $- 0,5$ à la fonction $x \mapsto x^2$.
Donc g a le même sens de variation que $x \mapsto x^2$.
b. L'équation $f(x) = 2,75$ admet pour solutions $- 1,5$ et $1,5$.
L'équation $g(x) = - 0,25$ admet pour solutions $- 0,5$ et $0,5$.



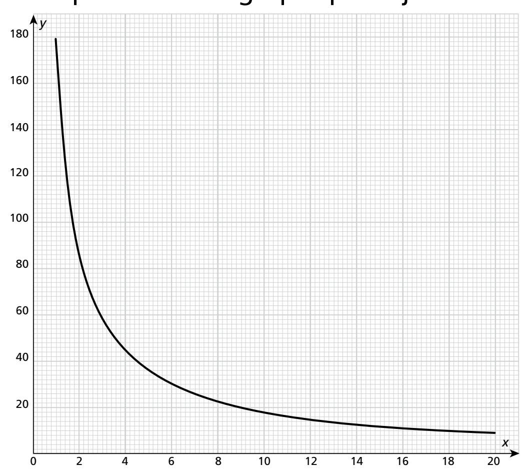
Problème 3

a. Voir graphique ci-après.
b. Pour cet exemple :
Sur [0 ; 5] l'équation $f(x) = 3$ admet une solution 4,4.
Sur [0 ; 5] l'équation $f(x) = - 1$ n'admet pas de solution.



Problème 4

a. À 1 € le mètre : 180 m ; à 2,50 € le mètre : 72 m ; à 20 € le mètre : 9 m.
b. $l(x) = \dfrac{180}{x}$.
c. Pour x variant de 0 à 20, l est décroissante.
d. Représentation graphique ci-jointe.



Problème 5

1. a. $1,2 \div 8 = 0,15$; la vitesse de décroissance de l'alcoolémie est de 0,15 g/L par heure.
b. Au bout de 5,2 heures. Il peut reprendre le volant à 18 h 12 min.
c. Au bout de 8,4 heures.
2. a. $0,8 \div 9,4 = 0,085$; la vitesse de décroissance de l'alcoolémie est de 0,085 g/L par heure.

b. Au bout de 4,6 heures. Il peut reprendre le volant à 17 h 36 min.
c. Au bout de 10,2 heures.

Problème 6

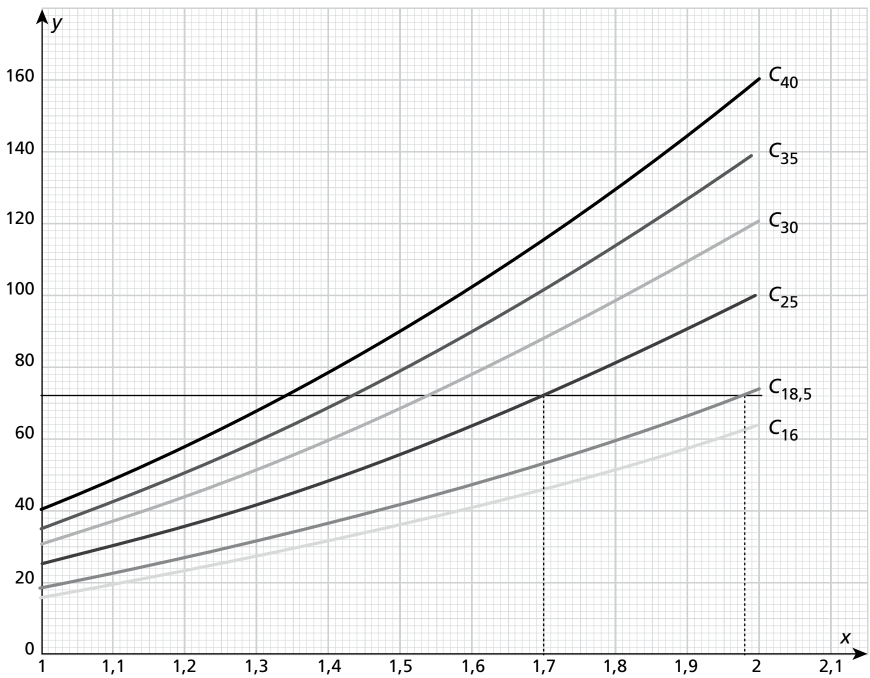
1. $\frac{62}{(1{,}68)^2} \approx 21{,}97$. L'IMC de Malika est de 22.
2. Le poids en kg = IMC × (taille en m)².
3.a. $f_{22}(x) = 22 \times x^2$.
b. La fonction f_{22} est obtenue par multiplication de la fonction $x \mapsto x^2$ et de la constante $k = 22$.
Donc f a le même sens de variation que $x \mapsto x^2$.
c. Voir graphique ci-dessous.
d. Réponses possibles : aucune ne s'intercepte ; elles passent toutes par le point (1, i) ; elles sont croissantes…
e. Les personnes pesant 72 kg ont normalement des tailles comprises entre 1,70 m et 1,98 m.

Problème 7

a. Graphiquement, on constate que la fonction f est décroissante sur [– 2 ; – 1] et sur [1 ; 2].
b. La fonction g est obtenue par multiplication de la fonction f et de la constante $k = -5$.
Donc g varie en sens contraire de f sur chacun des intervalles.
c. La fonction h est obtenue par ajout de – 5 à la fonction f.
Donc h a le même sens de variation que f sur chacun des intervalles.

Problème 8

a. Courbe C_f ci-dessous.
b. Graphiquement, on constate que la fonction f est croissante sur [– 4 ; 4].
c. La fonction g est obtenue par multiplication de la fonction f et de la constante $k = -2{,}5$.

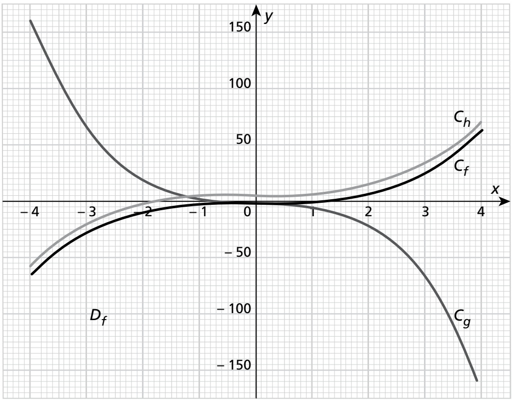


Donc g varie en sens contraire de f sur $[-4 ; 4]$.

d. La fonction h est obtenue par ajout de $+6$ à la fonction f.

Donc h a le même sens de variation que f sur $[-4 ; 4]$.

e.



Démarche d'investigation

Problème 9

1. Pour 20 banquets le résultat annuel est de 300 milliers d'euros.

Pour 50 banquets le résultat annuel est de -180 milliers d'euros.

2. a.

x	0	25	50
f	-180	↗ 320 ↘	-180

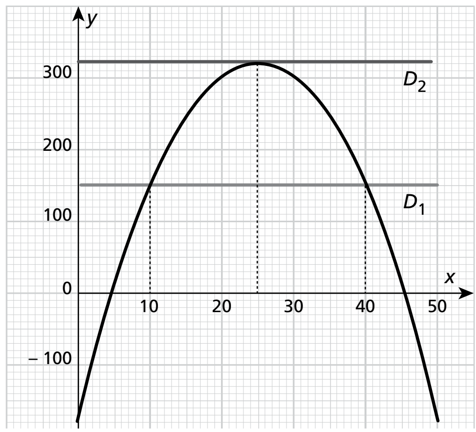
Le maximum de la fonction f est atteint pour une abscisse de 25 et vaut 320 milliers.

Il faut 25 banquets pour un résultat de 320 milliers d'euros.

b. Droite (D_1) : sur $[0 ; 50]$ l'équation $f(x) = 150$ admet deux solutions 10 (ou 11) et 40 (ou 39).

Intersection avec l'axe des abscisses : sur $[0 ; 50]$ l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions 5 et 45.

Le résultat annuel est supérieur à 150 000 € entre 5 et 45 banquets.



Je teste mes connaissances

Page 170

1. A
2. A
3. B
4. B
5. C
6. B
7. C
8. C
9. A
10. B

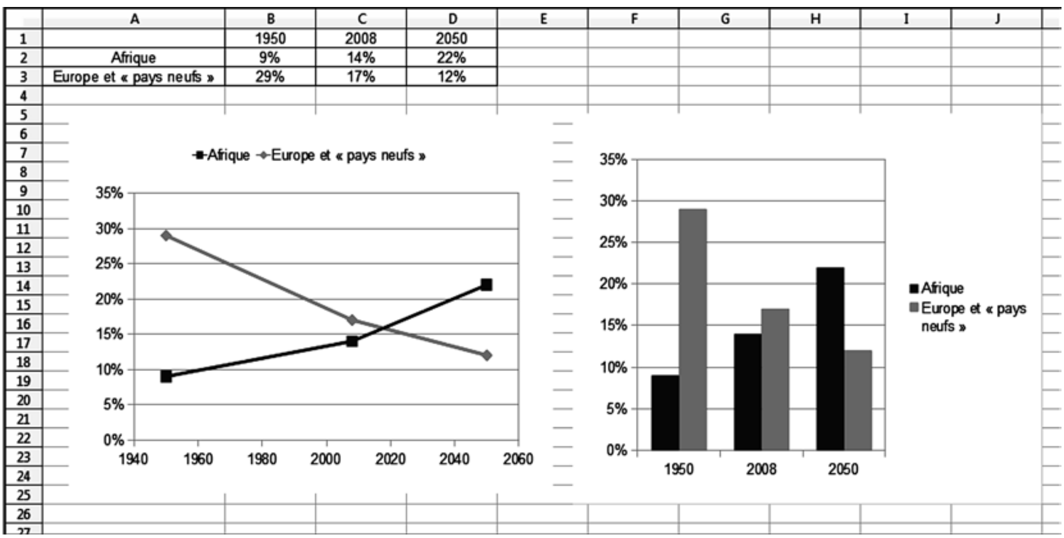
Évaluations

Évaluation 1

Page 172

Exercice 1

On peut réaliser les graphiques suivants.



	A	B	C	D
1		1950	2008	2050
2	Afrique	9%	14%	22%
3	Europe et « pays neufs »	29%	17%	12%

Ces graphiques montrent de quelle façon la part de l'Afrique augmente et celle de l'Europe et des « pays neufs » diminue.

Cependant, le graphique de gauche (graphique cartésien) respecte l'échelle de temps et montre, de plus, que l'accroissement de la part de l'Afrique s'accélère (pente des segments) mais que la diminution de la part de l'Europe et des « pays neufs » se ralentit.

Exercice 2

1. La consultation chez le spécialiste a coûté 140 €.

On peut, par exemple, faire $98 \div 0{,}7$ ou $35 \times 0{,}25$ ou 35×4.

2. Le remboursement correspond à l'addition des montants des quatre cases en bleu d'où :

$$x + y + 98 + 35 = 156{,}58.$$

3. a) Le remboursement y correspond à 25 % (c'est-à-dire un quart) du montant payé à la pharmacie. Le montant payé à la pharmacie est donc 4y.

b) Le remboursement x correspond à 65 % du montant payé à la pharmacie d'où $x = 4y \times 0{,}65$.

4. Il suffit de réduire l'équation obtenue au **2.**

5. On a $2{,}6y + y = 23{,}58$ d'où $3{,}6y = 23{,}58$ d'où $y = \dfrac{23{,}58}{3{,}6} = 6{,}55$ €.

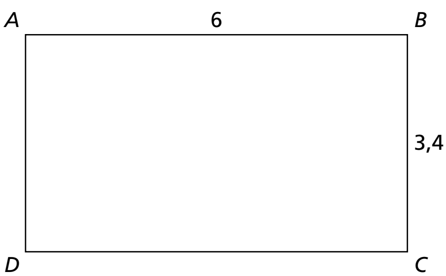
On en déduit $x = 2{,}6 \times 6{,}55 = 17{,}03$ €.

Évaluation 2

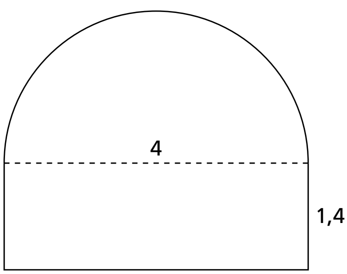
Page 174

1. Les dimensions sur les schémas sont en cm.

a) Le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

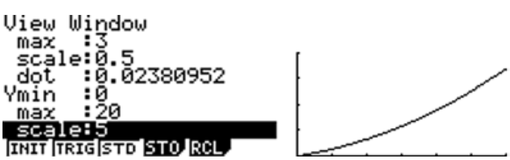


b)



2. a)

- Courbe représentative de f



- Tableau de variation de f

x	0	3
$f(x)$	0 ↗	16,92

- L'image de 2,5 par f est 12,625.
- Un antécédent de 7 par f est 1,7 (valeur approchée au dixième).

b) Le volume de la serre pour une largeur de 2,5 m est 12,625 m^3.

Si la largeur de la serre est 1,7 m, le volume est proche de 7 m^3.

Pour une largeur comprise entre 1,5 m et 3 m, le volume n'est jamais égal à 18 m^3.

3. On note x la dépense totale, en euros.

L'énoncé se traduit pas l'équation :

$\dfrac{3}{5}x + \dfrac{3}{5}x - 42 + 22{,}8 = x$.

On obtient $x = 96$.

La dépense totale est 96 €.

Évaluation 3

Page 176

Exercice 1

1. Dans au moins 50 % des départements, les Français ayant un emploi hors de leur commune de résidence parcourent un nombre de kilomètres inférieur ou égal à 14,9 km.

(On peut aussi dire : dans au moins 50 % des départements, les Français ayant un emploi hors de leur commune de résidence parcourent un nombre de kilomètres supérieur ou égal à 14,9 km.)

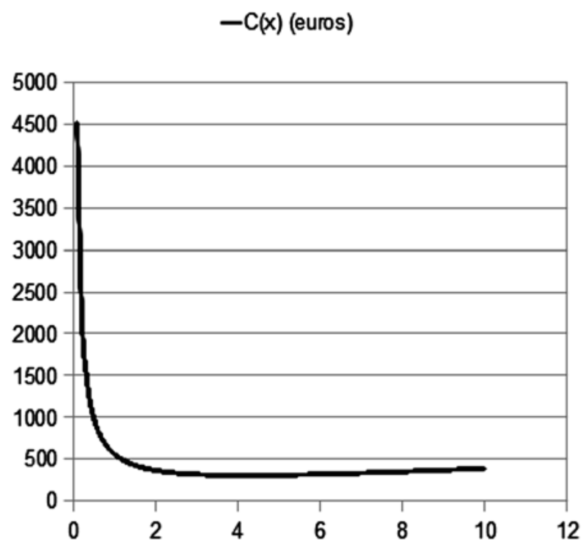
2. La distance moyenne parcourue est inférieure ou égale à 13,7 km dans au moins 25 % des 96 départements, c'est-à-dire 24 départements.

3. La valeur correspondant aux Bouches-du-Rhône se situe au-dessus du troisième quartile. On peut donc dire que dans au moins 75 % des départements, la distance moyenne parcourue est inférieure à celle obtenue dans les Bouches-du-Rhône.

Exercice 2

B2 | =25*A2+100+441/A2

	A	B
1	x (dizaines d'objets)	C(x) (euros)
2	0,1	4512,5
3	0,2	2310
4	0,3	1577,5
5	0,4	1212,5
6	0,5	994,5
7	0,6	850
8	0,7	747,5
9	0,8	671,25
10	0,9	612,5
11	1	566
12	1,1	528,409
13	1,2	497,5
14	1,3	471,731
15	1,4	450
16	1,5	431,5
17	1,6	415,625
18	1,7	401,912
19	1,8	390
20	1,9	379,605
21	2	370,5
22	2,1	362,5
23	2,2	355,455
24	2,3	349,239



On observe un coût minimal de 310 € obtenu pour 4,2 dizaines d'objets c'est-à-dire 42 objets.

	A	B
40	3,9	310,577
41	4	310,25
42	4,1	310,061
43	4,2	310
44	4,3	310,058
45	4,4	310,227
46	4,5	310,5
47	4,6	310,87

Évaluation 4

Page 178

Exercice 1

1. Khalid a utilisé 6 chèques-cadeaux de 10 €, 8 chèques-cadeaux de 20 € et un chèque de 5 € pour régler le montant total de ses achats.

2. Pour l'achat de la housse, Khalid pourra dépenser au maximum 12,90 €.

3. **a)** Une inéquation qui traduit la situation est :

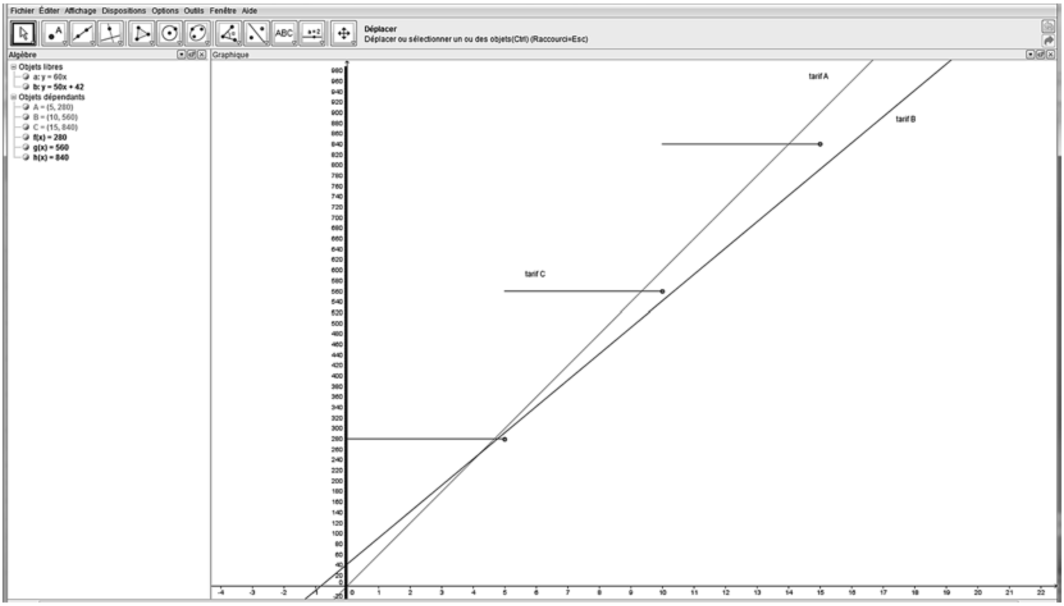
$1{,}2\,x < 2\,000$ (2 000 Mo = 2 Go)

b) On résout l'inéquation : $x < \dfrac{2\,000}{1{,}2}$ soit $x < \dfrac{5\,000}{3}$.

c) Khalid pourra visionner au maximum 1 666 photos de taille 1,2 Mo sur son cadre numérique.

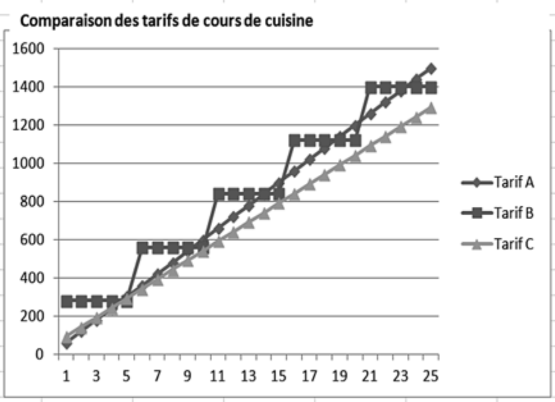
Exercice 2

1. • Avec GeoGebra :



• Avec le tableur Excel :

	A	B	C	D
1	**Nombre de cours**	**Tarif A**	**Tarif B**	**Tarif C**
2	1	60	280	92
3	2	120	280	142
4	3	180	280	192
5	4	240	280	242
6	5	300	280	292
7	6	360	560	342
8	7	420	560	392
9	8	480	560	442
10	9	540	560	492
11	10	600	560	542
12	11	660	840	592
13	12	720	840	642
14	13	780	840	692
15	14	840	840	742
16	15	900	840	792
17	16	960	1120	842
18	17	1020	1120	892
19	18	1080	1120	942
20	19	1140	1120	992
21	20	1200	1120	1042
22	21	1260	1400	1092
23	22	1320	1400	1142
24	23	1380	1400	1192
25	24	1440	1400	1242
26	25	1500	1400	1292



2. **a)** Pour deux cours d'essais, Maxime a intérêt à choisir le tarif A qui est moins cher.
b) Pour 15 cours de cuisine, la formule la moins onéreuse est la formule C.

Évaluation 5

Page 180

Exercice 1

1. *ABC* et *ADE* sont des triangles isocèles rectangles.
2. $R = 6$ m et $r = 2$ m.
3. $L = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$, soit $L = 8{,}49$ m
et $l = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$, soit $l = 2{,}83$ m.
4. $S = (\pi \times 6 \times 8{,}49) - (\pi \times 2 \times 2{,}83) =$
$142{,}25$ m^2.
5. 100 cm^2 = 0,01 m^2.
$n = 142{,}25 \div 0{,}01 = 14\ 225$.
Il faut inscrire 14 225 ardoises.

Exercice 2

1. La fréquence d'élèves de seconde ayant un groupe AB est 11 %.
2. Il faut cocher « se produit environ moins de 5 fois sur 100 ».
3. Oui, il s'agit d'une fréquence très rare.

Évaluation 6

Page 182

Exercice 1

1. Les sommes possibles sont : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10.
2. Lorsque le nombre de lancers augmente, les fréquences observées des sommes 6 et 10 se stabilisent, ce qui permet d'estimer les probabilités des événements correspondants : d'après cette simulation, la somme 6 a une probabilité d'environ 0,18 et la somme 10 une probabilité d'environ 0,04.

Exercice 2

1. Avec un abonnement, le prix du kilomètre est $0{,}07 \times 0{,}70 = 0{,}04$ €.
Pour x kilomètres, un abonné paie donc $56 + 0{,}049x$.
2. a. $f\,(3\ 000) = 0{,}3 - \dfrac{800}{3\,000} \approx 0{,}033$ soit 3,3 % d'économies.
b. $f\,(10\ 000) = 0{,}3 - \dfrac{800}{10\,000} = 0{,}22$ soit 22 % d'économies.
c. Puisque la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est décroissante sur l'intervalle [3 000 ; 20 000], la fonction $x \mapsto -\dfrac{1}{x}$ est croissante sur ce même intervalle.
En multipliant par 800 (positif) et en ajoutant 0,3, on en déduit que la fonction $x \mapsto 0{,}3 - \dfrac{800}{x}$ est croissante sur l'intervalle [3 000 ; 20 000].

Composition : STDI

Éditions Foucher – Malakoff – Mai 2012 – 01 – CL-DL/DC

Imprimé en France par Jouve – 53100 Mayenne – N° 00000